શાળાઓ તથા કાલેજોમાં ચલાવવાને ટેક્સ્ટબુક તરીકે

આ પુસ્તક મંજુર છે

નવી ભૂમિતિ

ભાગ ૧ લો.

કર્તા. ગુલાબભાઈ રઘુનાથજી દેસાઈ

કીંમત બાર આના.

Sanctioned as a Text-book for Schools and Colleges

A NEW GEOMETRY

FOR GUJARATI SCHOOLS

PART 1

BY

GULABBHAI RAGHUNATHJI DESAI,

B. A., S. T. C. D.

(Bombay Educational Department)

Author of "Geometry for Guj. Schools, Part 1 Book 1" "Key to New Geometry, Part 1, Senior Arithmetic," "Gujarati Arithmetic", and Joint Author of "Junior Arithmetic," 'Primary Arithmetic, Part 1" &c

FIFTH EDITION 1925

Price Twelve Annas

Published by the Author

Gulabbhai Raghunathji Desai, B. A.,

c/o Karsandas N. & Sons, Nanavat, SURAT.

Printed by

GOVINDJI DAHYABHAI NAIK at Shree "ANAVIL BANDHU" Printing Press, Baranpuri Bhagol, Bajiwali Pole, SURAT.

[શાળાઓ તથા કોલેજો માટે ટેક્સ્ટબુક તરીકે મંજુર છે]

ગુજરાતી નિશાળો માટે

નવી ભૂમિતિ

ભાગ ૧લો

કર્તા

ગુલાબભાઈ રઘુનાથજી દેસાઇ, બી. એ, એસ. ટી. સી. ડી.

[મુંબઇ સરકારના કેળવણી ખાતામાં શિક્ષક]

"ભૂમિતિ ભાગ ૧લો, પુસ્તક ૧લું," "નવી ભૂમિતિ ભાગ ૧લાનો ખુલાસો," "ગુજરાતી અંકગણિત" તથા "સીનીઅર અંકગણિત"ના કર્તા અને "જ્યુનીઅર અંકગણિત" તથા "પ્રાથમિક અંકગણિત, ભાગ ૧લા"ના સંયુક્ત કર્તા

પાંચમી આવૃત્તિ, ૧૯૨૫

કીંમત બાર આના

શિક્ષકો તેમજ વિદ્યાર્થીઓને અતિ ઉપયોગી

ગુજરાતી શાળાઓના પાંચમા, છઠ્ઠા, તથા સાતમા ધોરણો માટે,
વર્નાકયૂલર ફાઇનલ પરીક્ષાના ઉમેદવારો માટે તથા ટ્રેનિંગ
કોલેજોના બધા વર્ષોના વિદ્યાર્થીઓ માટે

ગુજરાતી અંકગણિત.

પાના ૪૦૦, કિંમત રૂ ૧-૪-૦

કર્તા
ગુ. ર દેસાઈ, બી. એ.,
આ. ડે. એ. ઈન્સ્પેકટર, ભરૂચ.

સંપૂર્ણ રીતો તથા કારણો, સાદી સરળ ભાષા, સહેલા ઉપયોગી
પ્રશ્નો, વગેરે આપ્યા છે વાપરવાથી ખાત્રી થશે.

ટીપ. આ ગણિત નામદાર મુંબઈ સરકાર તરફથી ટેક્સટબુક
તરીકે મંજુર કરવામા આવેલુ છે

મળવાનુ ઠેકાણુ —
સોલ એજન્ટ, મી. કરસનદાસ નારણદાસ,
બુકસેલર, નાણાવટ, સુરત.

પ્રસ્તાવના.

સરકારી મરાઠી નવીન ભૂમિતિ પ્રમાણે ફેરફાર કરી ગુજરાતી શાળાઓના વિદ્યાર્થીઓને અને શિક્ષકોને માટે આ ભૂમિતિ છપાવી બહાર પાડવામા આવી છે પુસ્તકનો પ્રાયોગિક ભાગ મરાઠી પુસ્તકનો તરજુમો નથી, પરતુ તે પુસ્તકમાં જે પ્રમાણોની ગોઠવણ કરવામા આવી છે તેનેજ અનુસરી પદ્ધતિ તેની તેજ રાખી કોઇ કોઈ જગ્યાએ યોગ્ય સુધારા વધારા કરી અને સ્થળે સ્થળે નવી આકૃતિઓ દાખલ કરી આ પુસ્તક નવાજ રૂપમા છપાવ્યુ છે મહેરબાન ડિરેકટર ઓફ પબ્લિક ઇન્સ્ટ્રકશન સાહેબની ભલામણથી નામદાર સરકારે પોતાના તા ૨૩મી ડીસેમ્બર સને ૧૯૧૪ના ઠરાવ નબર ૪૧૨૯થી આ પુસ્તક સઘળી શાળાઓ તથા કોલેજો માટે ટેક્સ્ટબુક તરીકે કાયમનું મજુર કર્યુ છે નામદાર ગાયકવાડ સરકાર તરફથી પણ આ પુસ્તક ઈનામ લાયબ્રેરી માટે મજુર કરવામાં આવ્યુ છે. કેળવણી ખાતાના અધિકારીઓ, શિક્ષકો, તથા અન્ય વિદ્વાન્ ગૃહસ્થો તરફથી આ પુસ્તકને સારૂં ઉત્તેજન મળતું આવ્યુ છે તે માટે એ સર્વે સાહેબોનો ઉપકાર માનું છું.

ભૂમિતિનો અભ્યાસક્રમ બદલવાનો હેતુ અને નવી ભૂમિતિ શીખવવાની સૂચના પુસ્તકમા સવિસ્તર આપી છે. પુસ્તકમાં આપેલા પ્રશ્નો અને ઉત્તરોનો ઉપયોગ કેવી રીતે કરવો તે સામાન્ય શિક્ષકને પણ તરતજ માલમ પડી આવે એવું છે.

સરકારી ઠરાવો પ્રમાણે જુદાં જુદાં ધોરણોમા કયા કયા અભ્યાસક્રમ કરવાના છે તે પણ બતાવ્યું છે.

મરાઠી નવીન ભૂમિતિના કર્તાઓ તથા અંગ્રેજી ભૂમિતિના કર્તાઓ કે જેઓના પુસ્તકોમાથી મને અમૂલ્ય મદદ મળી છે તેઓનો ઉપકાર માનવાની હુ રજા લઉ છુ

જે જે સૂચનાઓ કરવામાં આવશે તે ઘણુાજ ઉપકાર સહિત સ્વીકારી યોગ્ય સુધારા આવતી આવૃતિમાં કરવામાં આવશે.

ડે. એ ઇ ઓરીસ,
ભરૂચ. } ગુલાબભાઇ રઘુનાથજી દેસાઇ.

સરકારી ઠરાવો પ્રમાણેના પરીક્ષાના અભ્યાસક્રમ.

૧. છઠ્ઠા ધોરણ માટે,

કર્તવ્ય ભાગ. પહેલા (વિભાગ) ખડમાથી પાના ૧૬થી ૯૬ એટલે § ૧થી § ૯ના ઞ સુધી
પ્રમેય ભાગ. બીજા (વિભાગ) ખડમાથી સિદ્ધાંત ૧થી ૧૩.

૨. સાતમા ધોરણ તથા વર્નાક્યુલર ફાઈનલ પરીક્ષા માટે,
કર્તવ્ય ભાગ પહેલો (વિભાગ) ખંડ આખો
સિદ્ધ ભાગ. બીજો (વિભાગ) ખડ તથા ત્રીજો (વિભાગ) ખંડ આખા, અને તેમાના પ્રમેય અને કૃત્ય પરના સહેલા પ્રશ્નો.

૩. ટ્રેનિંગ કોલેજના પહેલા વર્ષ માટે.
આખું પુસ્તક, સઘળા પ્રશ્નો સાથે.

અનુક્રમણિકા.

નવી ભૂમિતિ, ભાગ ૧લો.

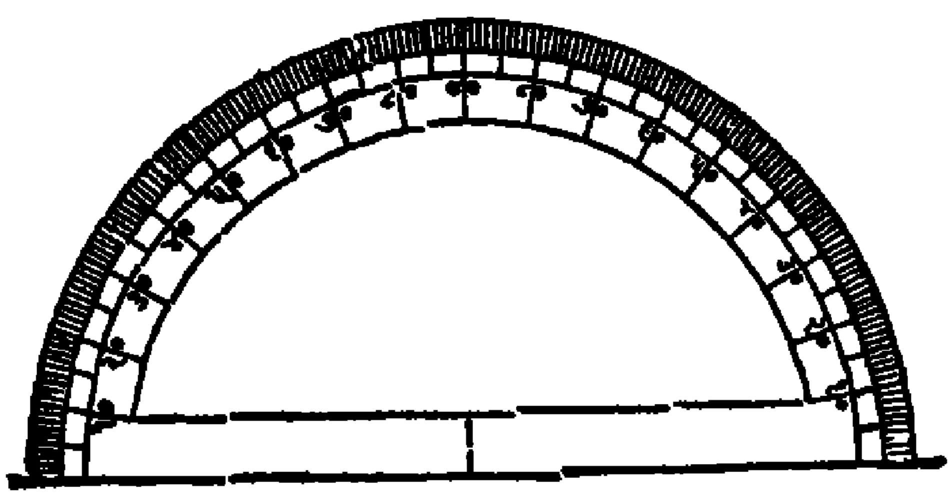
પ્રાસ્તાવિક પ્રકરણ.

અ ભૂમિતિ શિક્ષણ સબધી સામાન્ય સૂચના.

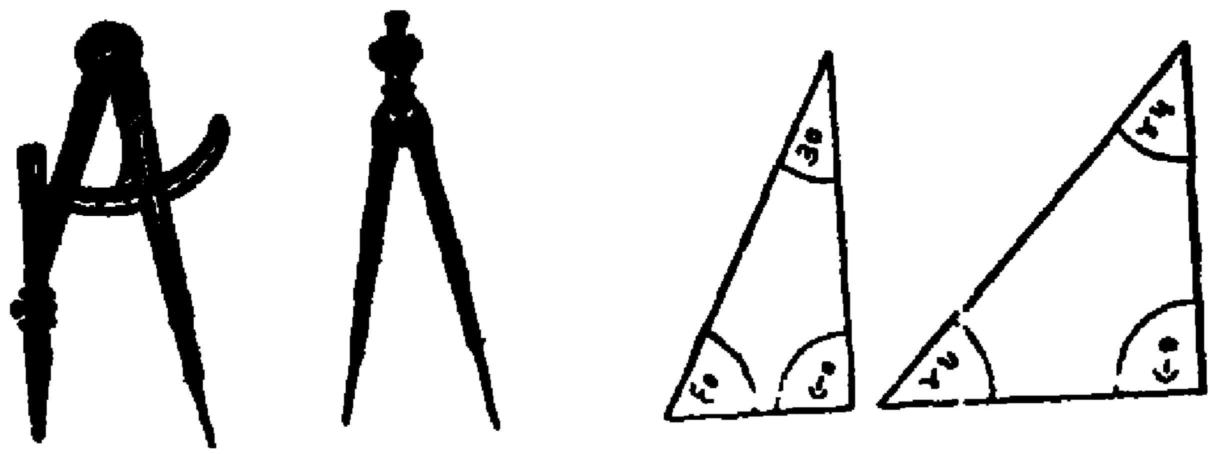
ભૂમિતિના અભ્યાસથી જે ફાયદા થવા જોઇએ તેનો પુરેપુરો લાભ વિદ્યાર્થીને થાય એવી જો શિક્ષકની ઇચ્છા હોય તો તેના કર્તવ્ય ભાગમા તેમજ સિદ્ધ ભાગમા તેને એકી વખતે સાથેજ તાલીમ મળવી જોઇએ ભૂમિતિ શાસ્ત્રના એ બને ભગો એકમેકથી બિલકુલ વિરૂદ્ધ નથી, પણ એક ભાગ બીજાનો દૃષ્ટાતરૂપ છે

આ હેતુથી કર્તવ્ય ભાગમા જે પ્રાયોગિક ભાગ આપવામા આવ્યો છે તેનો ઉપયોગ સપૂર્ણ કાળજીથી કરવાનો છે સિદ્ધ ભાગમાં તર્કશાસ્ત્રના નિયમો બહુ સભાળથી સાચવવાની જરૂર છે, તેથી તે ભાગ પાછળથી રાખવામા આવ્યો છે, તો પણ તેના સઘળા પ્રમેયોના ગુણ અને ધર્મ, પ્રયોગ ને અનુમાન દ્વારા પહેલેથીજ સમજાવવા.

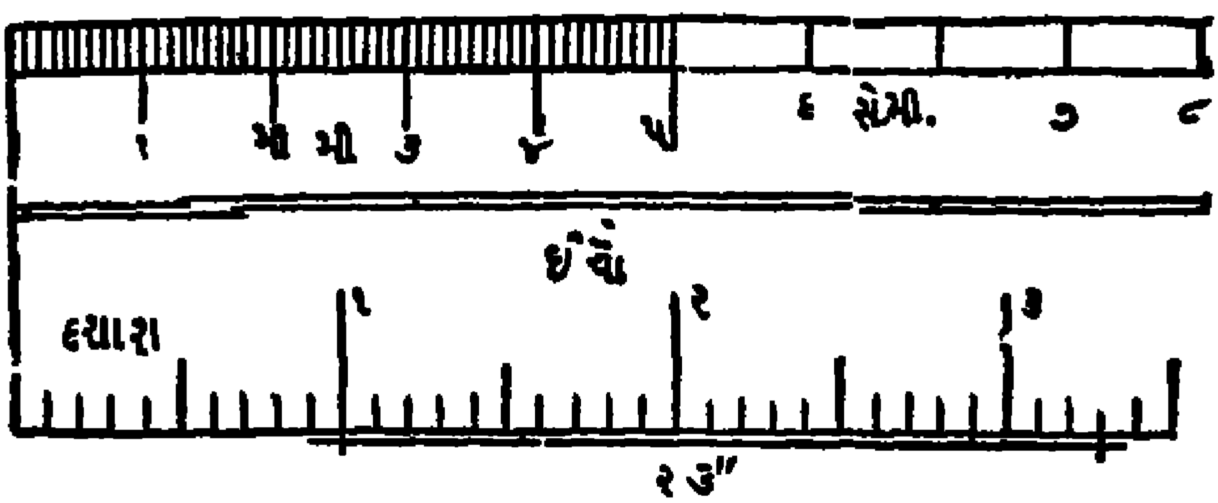
(૧) આકૃતિઓ બહુજ સફાઇથી અને સભાળથી નીચેનાં સાહિત્યોની મદદથી દોરાવવી જોઇએ, અને જરૂર પડે ત્યા શિક્ષકે પોતે તે આકૃતિ પાટીઆ ઉપર નમુના રૂપે દોરી બતાવવી



પ્રોટ્રેક્ટર કે કોણમાપક સાહિત્ય



કંપાસ, કે કર્કટી — ડીવાઇડર્ઝ, કે અંતરમાપક — સેટ સ્કવેરની જોડ, કે કાટખૂણા



સીધી લીટીના ઉપર રૂલર (આંકણી)

(અ) 'ત્રણ એચ' અને 'છ એચ' ની બે પેન્સીલો,

(બ) કર્કટી અને અંતરમાપક સહિત,

(ક) પ્રોટ્રેક્ટર કે કોણમાપક સહિત,

(ડ) ઇંચ અને દશાંશ ઇંચ, સેન્ટીમીટર અને મીલીમીટરવાળું એક લાકડાનું આશરે છ ઇંચ લાંબુ રૂલર, આંકણી

(ઇ) બે સેટસ્કવેર યા કાટખૂણાની જોડ

(૨) જે જે આકૃતિ સબંધી વિવેચન (કર્તવ્ય ભાગમાં કે સિદ્ધ ભાગમાં) કર્યું છે તે તે આકૃતિઓ શિક્ષકે વિદ્યાર્થી પાસે પણ કઢાવવી.

(૩) ખરા માપ મેળવવાને માટે દરેક લીટી ઝીણી સફાઇદાર

હોવી જોઇએ, પેન્સીલોના છેડા ગ્લાસ પેપરથી તીણા કરવાની ખાસ જરૂર છે સઘળી લીટીઓ એકજ સરખી જાડાઇની આવવી જોઇએ

(૪) લીટીઓ ડાબા હાથ તરફથી જમણા હાથ તરફજ દોરવી, અને કદી પણ તેની તેજ લીટી ફરીથી બેવડી કરવી નહિ. લીટી દોરવામાં આંગળા અને કાંડુ ફકત ખસેડવા નહિ, પણ આખો હાથ ખસેડવો જોઇએ

(૫) કર્કટી (કંપાસીઝ) ને ઉપરના માથા આગળથી પકડવી, અને વર્તુળ દોરતી વખતે લક્ષમા રાખવુ કે કાગળમા છિદ્ર પડે નહિ

(૬) રૂલર ઉપર અંતર માપવાને તથા બે બિંદુઓની વચ્ચેનું અંતર માપવાને ડીવાઇડર્ઝનો ઉપયોગ કરવો, રૂલરના સ્કેલ ઉપર છિદ્ર ન પડે તેવી રીતે ડીવાઇડર્ઝને લગભગ ક્ષિતિજ બરાબર રાખવુ, અને જોઇએ તેના કરતા સહેજ વધારે પહોળુ રાખી ડીવાઇડર્ઝને સાંકડુ કરવુ

(૭) પ્રોટ્રેકટર અને સેટસ્કવેરનો ઉપયોગ આગળ બતાવ્યો છે.

આ બધા સાહિત્યોનો ઉપયોગ વિદ્યાર્થીને બરાબર કરતા આવડે તે પહેલા શિક્ષકે પાચ દશ આકૃતિ તેની મદદથી બરાબર વર્ગને દેખાય તે પ્રમાણે દોરવી અને તેને માટે મોટા સાહિત્યો (પાટીઆ ઉપર વપરાય તેવા) ખાસ રાખી મૂકવા, યૂક્લિડના સિદ્ધાતો શીખવતી વખતે આકૃતિ સાહિત્યો વગર દોરી ચલાવી લેવામા આવતુ તેમ કદી પણ નાની કે મોટી, પ્રમેયની કે કૃત્યની, વ્યાખ્યાની કે પ્રશ્નની, આકૃતિઓ સાહિત્ય વગર દોરવી નહિ

કર્તવ્ય ભાગમા દરેક પ્રકરણમા સમજુતિ પ્રમાણે યોગ્ય લાગે તેવાં જુદા જુદા દૃષ્ટાંત આપી વિદ્યાર્થી પાસેજ તેના પોતાનાજ શબ્દોમા વ્યાખ્યા બને ત્યા સુધી કઢાવવી, અને બરાબર સમજાયા પછીજ અક્ષરની વ્યાખ્યાઓ મોઢે કરાવવી તર્ક શાસ્ત્રની આ વિગમન પદ્ધતિનો ઉપયોગ દરેક પ્રયોગના ગુણ ઠસાવવામા ખાસ કરવાનો છે કર્તવ્ય ભાગમા જે જે પ્રયોગો આપ્યા છે તેમાનો કોઇ પણ પ્રયોગ વિદ્યાર્થી પાસે મોઢે કરાવવાનો નથી, પણ તે પ્રયોગ પ્રમાણે અથવા તેવી કોઇ અન્ય રીતિએ

પૃથક્ પૃથક્ આકૃતિઓ પાડી (પાટીઆ ઉપર અથવા જાડા ટેપીસ્તાની પાતળી પટીઓ કાપી તેમા ટાકણી મારી) વિદ્યાર્થી સમક્ષ ભૂમિતિના મુખ્ય મુખ્ય સત્યો સમજાવવા પ્રયોગોથી સિદ્ધ કરેલી સત્યતાઓ પાછળથી તર્કશાસ્ત્રના નિયમોને અનુસરી સિદ્ધાતરૂપે આપવામા આવી છે

જેમ સાહિત્યનો શોખ વધારવાને માટે કવિતાની કડીઓ મોઢે કરાવવાની આવશ્યકતા છે તેમ વિદ્યાર્થીની તાર્કિક શકિત કેળવવાને માટે સિદ્ધાતોમા આપેલી દોષ રહિત તાર્કિક સિદ્ધતા અવશ્ય મોઢે કરાવવીજ જોઇએ એ તાર્કિક શકિત કેળવવાને માટે લગભગ એકજ જાતના શબ્દોમા, પણ જુદા જુદા ક્રમમા કે ઉલટા શબ્દોમા વ્યાખ્યાઓ બનાવી વિદ્યાર્થીના જ્ઞાનની પરીક્ષા કરવી જેમકે

(૧) વાકી લીટીઓથી હદ થઇ હોય એવી સપાટ આકૃતિ તે વર્તુળ,

(૨) ચાર સરખી બાજુઓથી હદ થઇ હોય તેવી આકૃતિ તે રૉમ્બસ,

(૩) સીધી ન હોય એવી લીટી તે વાકી લીટી, વગેરે

ઉપલી વ્યાખ્યા કયા કયા કારણથી ખોટી કે ખરી છે તે વિદ્યાર્થી પાસેથીજ કઢાવવાની ખાસ અગત્ય છે

કર્તવ્ય ભાગમા સત્યતાઓ બતાવવામા કારણો દર્શાવવાની જરૂર નથી, એ ભાગ ભૂમિતિના શાસ્ત્રીય ભાગનો હોવાથી પાછળથીજ સિધ્ધાતરૂપે આપ્યો છે, અને કર્તવ્ય ભાગમા જેમ પ્રાયોગિક ભાગ શીખતા જાય તેમ તેમ આ કારણોવાળો સિદ્ધાત ભાગ પણ વિદ્યાર્થી સમક્ષ રજુ કરવો ભૂમિતિ શીખવવાનો મુખ્ય ઉદ્દેશ આ તાર્કિક ભાગ શીખવવાનોજ છે અને એ વિષય બહુજ મહત્ત્વનો છે

સિદ્ધાતના તાર્કિક વિવેચનમા વિદ્યાર્થીને દરેક સત્યતાનુ કારણ સમજાવુજ જોઇએ અને તે તે સમજે છે કે નહિ તેની ખાત્રી કરવાને શિક્ષકે ડગલે ડગલે પ્રશ્ન અને પ્રતિ પ્રશ્નથી પ્રયત્ન કરવો અવશ્યનો છે. એ વિવેચનનુ કોઇ પણ વાકય પાછળના કોઇ પણ સિદ્ધાત પર આધારભૂત હોય તો તેનો યોગ્ય સબધ વર્ગના પાઠમા વિદ્યાર્થીને આવડવોજ જોઇએ પુસ્તકમા મુખ્ય મુખ્ય આધારના સબધો દર્શાવ્યા છે, પણ પરીક્ષાઓમા તે સબધ દર્શાવવાની જરૂર નથી,

જો કે વિવેચન અને સિદ્ધાતનું દરેક વાકય વિદ્યાર્થી સમજીને મૂકે છે કે નહિ તે તેણે પોતાની લખવાની પદ્ધતિ પરથી બતાવવું જોઇએ જે જે સિદ્ધાતોની મદદ આગળના સિદ્ધાતમા લેવામા આવતી હોય તેના પ્રતિજ્ઞા અને નિર્દેશ વિદ્યાર્થીને આવડવાજ જોઇએ દરેક સિદ્ધાત બરાબર મોઢે કરવો જોઇએ પણ પોપટની માફક સમજ્યા વગર નહિ મોઢે કરાવવાનું કામ સહેલુ કરવાને માટે શિક્ષકે (૧) જુદા જુદા અક્ષરો વાપરવા; (૨) આકૃતિ આડી ઉભી, મોટી નાની દોરવી, (૩) અક્ષરોના સ્થળ બદલવા, (૪) ઘણી વખત કોઇ પણ અક્ષર વાપરવોજ નહિ, (આ રીત ખાસ લક્ષમા લેવા યોગ્ય છે) ઉપર પ્રમાણેજ વિદ્યાર્થીએ ઘેરે વાચવાની ટેવ પાડવી જોઇએ અને જો તે પોતાના **મનમાં** આકૃતિમા જોયા વિના સિદ્ધાત બરાબર સિદ્ધ કરે તો ભૂમિતિ અધ્યયનનુ યોગ્ય સાફલ્ય થાય છે

વર્ગમા સિદ્ધાતનુ પુનરાવર્તન થાય ત્યારે વિદ્યાર્થીએ અદરનાજ શબ્દો બોલવાનો, તેમ તે યાદ આવી જતા હોય તો તે છોડી દેવાનો પ્રયત્ન કરવો નહિ, સિદ્ધાતનુ વિવેચન એવી રીતે તેને કહેતા આવડવુ જોઇએ કે પાછલા સિદ્ધાતોના આધારો બોલવાની જરૂર પડે નહિ ચોપડીનીજ આકૃતિ કે અદરના અક્ષરોની આવશ્યકતા નથી જ્યાસુધી તેનુ વિવેચન કારણદર્શક હોય ત્યાસુધી અદરના ક્રમમાજ તે કહેવાની જરૂર નથી જે વિવેચન તે કરે તે યોગ્ય રીત સહિત, અને કારણદર્શક છે એવી ખાત્રી થવી જોઇએ

કોઇ કોઇ સિદ્ધાતોની રચનામા પાછળ સિધ્ધતા ન આવી હોય એવા સ્વીકૃત કૃત્યો લેવામા આવ્યા છે, જ્યારે એવા કૃત્યો કરવામા આવે ત્યારે તે એવા હોવા જોઇએ કે તેનો ઉપયોગ કરવાનુ સબળ કારણ હોવું જોઇએ, અને તે કરવામા ભૂમિતિના તાર્કિક ભાગને કોઈ પણ જાતનો દોષ લાગતો નથી એ જોવુ જોઇએ અમુક શરતો પૂર્ણ કરે એવી લીટી કે એવુ બિંદુ આવી શકતુ હોય ત્યારેજ તે સ્વીકૃત કૃત્ય તરીકે લેવુ જોઇએ.

અમુક સિધ્ધાતો મોઢે થઇ ગયા પછી વિદ્યાર્થીના લક્ષમા આવવુ

જોઇએ કે ભૂમિતિશાસ્ત્રનો મુખ્ય હેતુ તાર્કિક વિવેચન શક્તિ કેળવવાનો છે અને સૂક્ષ્મ દૃષ્ટિથી જોતા માલમ પડશે કે દરેક વિવેચન (૧) ભૂમિતિના મુખ્ય વિચારો (જેવા કે બિંદુ, લીટી), (૨) વ્યાખ્યાઓ, (૩) પ્રત્યક્ષ પ્રમાણો, (૪) પ્રત્યક્ષ પ્રમાણોથી ઉપજતા પ્રમેયો, અને (૫) આગળ શીખી ગએલા સિદ્ધાંતોનુ બનેલુ છે આ ઉપરાત જે કાંઈ વધારાનુ હોય તે વિવેચનના તાર્કિક ક્રમની સમજુતિ અર્થે અથવા દૃષ્ટાંતરૂપેજ છે. તે વિવેચન જોઇએ તેમ વિદ્યાર્થીને આવડે છે કે નહિ તેની ખાત્રી પ્રશ્ન છોડવાની તેની શક્તિ ઉપરથી થાય છે પ્રશ્ન છોડવા એ કામ એકદમ સહેલુ નથી, તેમજ શક્તિ બરાબર કેળવાયા પછી એ કામ ધારવામા આવે તેટલુ અઘરૂં નથી એ કામને માટે પુસ્તકને અંતે આપેલી પૃથક્કરણ રીતિનો ઉપયોગ કરવો, અને તેમા બતાવેલી વિગમનપદ્ધતિ એક વખત સમજાયા પછી મ્હાવરાથી ઠસી જશે અને ઉપયોગી થઈ પડશે

પ્રશ્ન સામાન્ય રીતે ત્રણ જાતના છે—પ્રમેય પ્રશ્નો, કૃત્ય પ્રશ્નો અને ગણત્રીના પ્રશ્નો પહેલી બે જાતના પ્રશ્નોમા સિદ્ધતા જરૂરની છે અને ત્રીજી જાતના પ્રશ્નો સિદ્ધતાની જગ્યાએ તેજ પ્રમાણે આપેલી કીંમતો મૂકી કરવાના છે શરૂઆતમા બધાજ પ્રશ્નોમા વિદ્યાર્થીને મદદની જરૂર પડશે અને તેથી શિક્ષકે યોગ્ય લાગે તેમ મદદ કરવી, પણ જોવુ કે વિદ્યાર્થીનો આત્મપ્રયત્ન ઓછો થવાથી તે નિરાશ થાય નહિ સહેલા પ્રશ્નો બનતા સુધી મોઢેજ કરાવવા નવો સિદ્ધાત સમજાવતા પહેલા કર્તવ્ય ભાગમા તેને લગતા આપેલા પ્રયોગો કરવાથી, અને રચનાનો ભાગ બતાવવાથી વિદ્યાર્થી કદાચ સિધ્ધતા પણ થોડી થોડી પોતાની મેળે કહી શકશે

પાટીઆ ઉપર આકૃતિઓ દોરવા માટે નીકળના અથવા લાકડાના મોટા સાહિત્યો આશરે ત્રણેક રૂપીઆની કીંમતથી મળે છે આવા મોટા સેટસ્કવેરો, કંપાસીઝ, ડીવાઇડર્ઝ, રૂલર અને પ્રોટ્રેક્ટર, મુબઇના મોટા બુકસેલરોને ત્યાથી જોઇએ તો નાના બુકસેલરો યોગ્ય સૂચનાને આધારે મગાવી આપશે (નમુનાઓ બને તો જોઇને લેવા)

ब. શિક્ષણ સંબંધી થોડીક મુખ્ય સૂચના.

નવી ભૂમિતિનો વિષય જુની ભૂમિતિના વિષયથી જુદો છે તેથી જે શિક્ષકને એની શિક્ષણપદ્ધતિ નવી હોય તેણે આગળ બતાવેલી સૂચના પ્રમાણે પોતે બરાબર અધ્યયન કરી તેજ પ્રમાણે શીખવવાનો પ્રયત્ન કરવો. નીચેની બાબતો ખાસ ધ્યાનમા લેવા યોગ્ય છે —

(ક) જે આકૃતિના ગુણ, ધર્મ વગેરે અનુમાનથી શીખવવાના છે તે આકૃતિ પ્રત્યક્ષ દોરી તેના બાજુ, ખૂણા, વગેરે ચોકકસ માપી સમજાવીને પ્રાયોગિક ભાગ શીખવવો

(ખ) આકૃતિ સબધી કે પ્રમેય સબધી પ્રયોગો કરી જે ગુણધર્મો કઢાવવાના છે તે બને ત્યા સુધી વિદ્યાર્થી પાસેજ કઢાવવાનો પ્રયત્ન કરવો શિક્ષણ જેમ ઉચા પ્રકારનુ હશે તેમ વધારે જવાબો વિદ્યાર્થી આપશે.

(ગ) આકૃતિના ધર્મો અને પ્રમેયો સ્પષ્ટ સમજાય તેને માટે આકૃતિઓ બરાબર કાઢવી જોઇએ આકૃતિઓ પાટીઆ ઉપર બહુ કાળજી પૂર્વક દોરી તેની સ્પષ્ટ સમજુતિ આપવી, તેમજ વિદ્યાર્થીએ જે આકૃતિ કાઢવાની છે તે સાહિત્યોની મદદથી બહુજ ચોક્કસ કઢાવવા કદી પણ ચૂકવુ નહિ. જેમ તે વધારે સફાઇદાર, સ્પષ્ટ અને ખરી હશે તેમ શિક્ષણ સહેલુ થશે અને સમજુતિ બરાબર ગ્રહણ થશે

(ઘ) બધી વ્યાખ્યાઓ એકદમ સાથે શીખવી દેવાની નથી, પરતુ જેમ જેમ તેની જરૂર પડે તેમ તેમ તે શીખવવી વ્યાખ્યાઓ એકદમ શીખવવામા આવશે તો તે તરતજ ભુલી જવાશે અને કદાચ શિક્ષણ થોડે ઘણે અશે નિરર્થક થઇ પડશે

(ઙ) શિક્ષકે જાતે વ્યાખ્યાઓ કહી ન દેતા યોગ્ય શિક્ષણથી પુસ્તકમા બતાવેલી રીતે વિદ્યાર્થી પાસેજ કઢાવવી. જો વિદ્યાર્થી તે ન કહી શકે તો જુદી જુદી આકૃતિઓ દોરી તેની સાથે પૂર્ણ સમજુતિ આપી વિદ્યાર્થીને સમજાવવી. બરાબર સમજુતિ અપાયા પછીજ વિદ્યાર્થી પાસે એવી આકૃતિઓ કઢાવવી, તેમજ ઓળખાવવી.

(ચ). પ્રમેય ભાગના જે સિધ્ધાંતો શીખવવાના છે તે શીખવવા પહેલા પ્રાયોગિક ભાગમા આપેલા તેને લગતા પ્રયોગો શીખવવા તે બરાબર ધ્યાનમા ઠસ્યા બાદ તેના ગુણધર્મોનું ગ્રહણ બરાબર સમજાય કે પછી વિદ્યાર્થીને કહેવુ કે હવે એ ગુણધર્મો આપણે અનુમાનથી સિદ્ધ કરીએ છીએ, અને ત્યાર પછી પ્રમેય લેવુ એમ ન કરવામા આવે તો પ્રાયોગિક ભાગ જે પહેલા શીખ્યા હશે તે ભૂલી ગયા હશે, અને તેથી પ્રમેય ભાગની વિદ્યાર્થીને જોઇએ તેવી રીતે સમજ પડશે નહિ આ બીના ખાસ અવશ્યમા રાખવા જેવી છે

क નવી ભૂમિતિ સંબંધી વિશેષ માહિતી.

(૧) શિક્ષણદ્વારા જ્ઞાન આપવાને માટે સામાન્ય રીતે ત્રણ રીત છે; જેમકે કાચના ઉપર છબી કેમ લેવાય છે તે વિષે કોઇ માણસ આપણને **ભાષણ આપી** જ્ઞાન આપે, પણ એથી આપણને જોઇએ તેવી સમજ પડતી નથી અને તેથી તરતજ આપણે તે ભૂલી જઇશુ પરતુ તેજ જ્ઞાન જો આપણને આપણી રૂબરૂ પ્રત્યક્ષ **પ્રયોગ કરીને** આપે તો આપણને વધારે સમજ પડશે અને થોડાએક દિવસ આપણે તે યાદ રાખી શકીશુ પણ એ જ્ઞાન લેવાને માટે **આપણે પોતેજ** તે પ્રયોગ કરીએ તો તેથી ઉત્તમ જ્ઞાન મળશે, અને જે રીત આપણે શીખીશુ તે ઘણા લાંબા વખત સુધી આપણે યાદ રાખી શકીશુ આ પ્રમાણે કોઇ એક ચીજનુ જ્ઞાન (૧) વર્ણનથી, (૨) પ્રત્યક્ષ જોવાથી, અને (૩) જાતે પ્રયોગ કરવાથી આપણે મેળવીએ છીએ, અને તે જે જે રીતે આપણે મેળવીએ તેમા બહુ ફેર પડી જાય છે આ પ્રમાણે બધીજ બાબતમા સામાન્ય રીતે બને છે. તેથી એવો સામાન્ય નિયમ નીકળે છે કે જે જ્ઞાન વર્ણનથીજ મળે તેના કરતા જે જ્ઞાન પ્રત્યક્ષ જોવાથી મળે તે સારૂ, અને પ્રત્યક્ષ જોવાના કરતા જે જ્ઞાન જાતિ અનુભવથી મળે તે ઉત્તમ હોય છે. એટલે કે **કોઇ જ્ઞાન ઉત્તમ રીતે પ્રાપ્ત કરવાને અને મનમાં ચોક્કસ ઠસાવવાને વિદ્યાર્થીએ-એજ જાતે પ્રયોગ કરી અનુભવ લેવો જોઇએ** એજ નિયમે ભૂમિતિ

સબંધી જ્ઞાન વ્યાવહારિક દૃષ્ટિએ જોતા બહુજ અગત્યનું થઇ પડે માટે વિદ્યાર્થીએ જાતેજ પ્રયોગો કરી પોતે સમજી તે જ્ઞાન મેળવવુ જોઇએ. આ પ્રમાણે સ્થિતિ હોવાથી જે જ્ઞાન પહેલા ફક્ત મુખપાઠદ્વારાજ આપવામા આવતુ હતુ તેનુ કેવુ પરિણામ આવ્યુ તે બીના બધાને જાણીતી છે ભૂમિતિનો વિષય બહુજ કઠણ મનાતો હતો એનુ મુખ્ય કારણ એ હતુ કે એ શીખવવાની જુની પદ્ધતિ જોઇએ તેવી સારી અને સરળ ન હતી. યુક્લિડનો ૩૨મો સિદ્ધાત "ત્રિકોણના ત્રણ ખુણા મળી બે કાટખુણા બરાબર છે" જે વિદ્યાર્થીઓ શીખ્યા હતા તેઓને જો પૂછયુ હોય કે "પ્રત્યક્ષ આકૃતિ દ્વારી અથવા પ્રયોગ કરી" એ સિદ્ધાત સાબિત કરો, તો ભાગ્યેજ કોઇ વિદ્યાર્થી તે પ્રમાણે કરી શકતો આ ઉપરથી માલૂમ પડી આવશે કે પેહેલેની શીખવવાની પદ્ધતિ કેવી અશાસ્ત્રીય હતી એ રીત પ્રમાણે વિદ્યાર્થીને આકૃતિ સબંધી જ્ઞાન જોઇએ તેવુ થતુ ન હતુ એટલુજ નહિ પણ ઘણીએક વખત પાઠો તેઓ મોઢે કરી લેતા હતા આ સ્થિતિ બદલવાનો એકજ ઉપાય છે કે વિદ્યાર્થીઓએ પોતેજ આકૃતિ સબંધી પ્રયોગ કરવા આ વાત તો નક્કીજ છે કે (ધારો કે) યુક્લિડનો ૨૯મો સિદ્ધાત અનુમાનદ્વારા—શબ્દદ્વારા શીખવ્યા બાદ પ્રયોગથી બનાવવામા આવે કે વ્યુત્ક્રમ ખૂણાઓ બરાબર છે તે વધારે સારૂ થઈ પડે, અને વિદ્યાર્થી જો તે પોતાની મેળેજ પ્રયોગ કરી શીખી લે તો તે સૌથી ઉત્તમ છે

આ ઉપરથી એટલુ તો સિદ્ધ છે કે ભૂમિતિના નિયમો ઠસાવવાને માટે વિદ્યાર્થીઓએ પોતાની મેળેજ પ્રયોગો વગેરે કરવા, તેથી નવી ભૂમિતિમા લક્ષમા રાખવાનુ કે આકૃતિઓ ચોક્કસ કાઢી તેના ગુણધર્મ નજરે તપાસી પ્રયોગો કરી ભૂમિતિ સબંધી સત્યતાઓ શીખવવા તેથી **પ્રમેય સિધ્ધાંતની સત્યતાઓ અનુમાન—શબ્દદ્વારા શીખવવા અગાઉ પ્રત્યક્ષ પ્રયોગો કરાવીને તેજ સત્યતાઓ બતાવવાનો પ્રયત્ન કરવામાં આવ્યો છે.**

(૨.) વિગમનપદ્ધતિથી વ્યાખ્યા અને સિદ્ધાતનુ જ્ઞાન આપવું જોઇએ પારિભાષિક શબ્દો અને સિદ્ધાત સબધી માહિતી મેળવવાને માટે

તે સબધી પ્રત્યક્ષ વિવેચનની જરૂર છે એટલુજ નહિ, પરતુ તેનું યથાર્થ જ્ઞાન થઈ લાબા વખત સુધી ટકે તેને માટે તેના દૃષ્ટાતરૂપી વસ્તુઓ પ્રત્યક્ષ બતાવી તે ઉપરથી વિદ્યાર્થીઓ પોતેજ વિચાર, જ્ઞાન મેળવે એ વધારે સારૂ. જે જ્ઞાન મેળવવામા આપણે પોતેજ શ્રમ કરીએ તે જ્ઞાન બહુ સારી રીતે આપણે પ્રાપ્ત કરી શકીએ છીએ, અને ઘણો વખત સુધી આપણા મનમા તે ઠસી રહે છે પરતુ જે બાબત લોકો આપણને કહે તેનુ જ્ઞાન જોઇએ તેવુ આપણને થઇ શકતુ નથી એટલુજ નહિ, પણ તે લાબા વખત સુધી આપણે યાદ રાખી શકતા નથી વિદ્યાર્થીના મનની સ્થિતિ પણ એવીજ છે તેથી જે જ્ઞાન તે પોતે શ્રમ કરીને મેળવે તે બહુજ સારી રીતે તેના મનમા ઠસે છે તેથી વ્યાખ્યા અને સિદ્ધાતનુ જ્ઞાન તેઓને પોતાનેજ શ્રમ કરીને મેળવવા દેવુ જોઇએ તેથી જે જે ચીજોના ધર્મ ગુણ વગેરેનુ જ્ઞાન વિદ્યાર્થીઓએ મેળવવાનુ છે તે તે વસ્તુઓ અનેક રીતે તેની આગળ મૂકી, તુલના કરાવી, તેમની પાસેજ તેમના શબ્દોમા અનુમાન કરાવી તે જ્ઞાન આપવુ એટલે વ્યાખ્યા શીખવવાની રીત આ ભૂમિતિમા એવી છે કે જે આકૃતિની વ્યાખ્યા શીખવવાની હોય તે આકૃતિ પ્રત્યક્ષ દોરાવી તેના ખુણા, બાજુ, વગેરે વિદ્યાર્થી પાસેજ મપાવવા અને તેની પરીક્ષા કરાવવી, પછી એવીજ જાતની બીજી આકૃતિઓ કઢાવી સરખામણી કરાવવી, આ તુલના ઉપરથી જે નિયમો નીકળે તે કઢાવવા અને પછી વ્યાખ્યા બનાવવી પ્રમેય સિદ્ધાત શીખવવાને માટે પણ એજ રીત ગ્રહણ કરવી, એટલે અનેક ઉદાહરણો લઈ તે ઉપરથી પ્રમેયના સામાન્ય નિયમો ઠસાવવા

કોઇ પણ નિયમ અથવા સિદ્ધાત શીખવવાને બે પદ્ધતિ હોય છે—કોઇ બીજા સામાન્ય નિયમ ઉપરથી તે નિયમ ઠરાવવો તે એક રીત, અને પ્રત્યક્ષ ઉદાહરણો ઉપરથી નિયમ ઠરાવવો તે બીજી રીત. આમાની બીજી રીતે શીખવવુ એ ઉપર કહ્યુ છે પહેલી રીતે શીખવવામા એવો દોષ આવે છે કે ઘણીએક વખતે શબ્દોના અર્થ અનિશ્ચિત હોય છે, અથવા જે સામાન્ય નિયમને આધારે નિયમ ઠરાવીએ તે નિયમના

કયા અપવાદ હોય છે તેની આપણને ખબર પડતી નથી અને તેથી જુદા જુદા વિધાન કરી ખરૂ અનુમાન કવી રીતે કઢાવવુ એ આપણને માલમ પડતુ નથી તેથી એ પદ્ધતિએ (Deductive–Synthetic–Method–નિગમનપદ્ધતિ) શીખવવામા–શીખવામા ભૂલચૂક થવાનો વધારે સભવ રહે છે પરતુ ઉદાહરણો ઉપરથી નિયમો ઠરાવવાની બીજી પદ્ધતિમા (Inductive–Analytical–Method–વિગમનપદ્ધતિ) જુદા જુદા ઉદાહરણો લઇએ તેથી ભૂલ થવાનો થોડોજ સંભવ છે. તેથી સિદ્ધાત ખરો કરવાને આ પદ્ધતિ બહુ ઉપયોગી છે વળી આ પદ્ધતિમા પ્રત્યક્ષ ઉદાહરણ–દૃષ્ટાતો ઉપરથી સત્યતા ઠરાવવાની હોય છે તેથી સમજુતિ પણ અતિ સરળ થઇ પડે છે. અને તેથીજ આ પદ્ધતિના જ્ઞાન અને અનુભવ થવાજ જોઇએ આ કારણને લીધે નવી ભૂમિતિમા આ પદ્ધતિનો ઉપયોગ કર્યો છે તેથી **વ્યાખ્યા અને પ્રમેય–સિદ્ધાંત કે પ્રમેયના સામાન્ય નિયમો–સત્યતાઓ શીખવવામાં આ વિગમનપધ્ધતિનોજ ઉપયોગ કરવો એ ઉત્તમ રીત છે.**

નિગમનપદ્ધતિ કરતા વિગમનપધ્ધતિ સિધ્ધાત ખરો ઠેરવવામા વધારે ઉપયોગી છે, તેથી નિગમનપધ્ધતિ ખોટી છે કે નકામી છે એમ કાઇ નથી પહેલી પધ્ધતિ પ્રમાણે સિધ્ધાત–નિયમો ઠરાવવામા જે જે ઉદાહરણો જોઇએ તેમાના કેટલાએક સમૂળકાજ મળી શકે નહિ અને કેટલાએક મળે તો ને તપાસવાને પુરતો વખત મળે નહિ આવા વખતે અનુમાનથી (ઉદાહરણથી નહિ) સિધ્ધાત ઠરાવવાની આવશ્યકતા રહે છે ન્યાયમદિરોમા ન્યાયાધીશો કામનો નિકાલ કરવામા તેમજ ઇતિહાસ સશોધકો, જ્યોતિષીઓ વગેરે વિદ્વાનો ગત કે અદૃશ્ય વસ્તુ સબધી કોઇ પણ નિયમ–સિધ્ધાત ઠરાવવામા આજ પધ્ધતિનો વિશેષ ઉપયોગ કરે છે આપણી પાસે આવેલા માણસો કેવા છે, અમુક માણસો ક્યારે આપણને નક્કીજ મળી શકશે, વગેરે બાબતોમા નિત્ય વ્યવહારમા આપણે અનુમાનનો વિશેષ ઉપયોગ કરીએ છીએ, તેથી આ પધ્ધતિના જ્ઞાન તથા અનુભવ પણ આવશ્યક છે આ કારણને લીધે યૂક્લિડની ભૂમિતિમાં

જે આનુમાનિક પદ્ધતિ જોવામા આવે છે તે આ ભૂમિતિમા પણ રાખવામા આવી છે

ટુકમા, કોઇ પણ નિયમ બરાબર સમજાવવો અને મનમા ઠસાવવો, એટલે પહેલવહેલા વિગમનપધ્ધતિનો ઉપયોગ, અને પાછળ જે સામાન્ય નિયમો થયા હોય ને ઉપરથી બીજો નવો નિયમ કે સિધ્ધાત કે અનુમાન કેમ નીકળે છે તે સમજાવવુ અને પછી નિગમનપધ્ધતિનો ઉપયોગ કરવો —આ રીત આ નવી ભૂમિતિમા લેવામા આવી છે.

(૩) કોઇ વિશેષ અક્કલવાળો માણસ એકાદ અપૂર્વ શાસ્ત્ર રચે તો તે બધી રીતે સપૂર્ણ હોય એવુ કાઇ નથી રચના ગમે તેવી ઉત્તમ હોય તો પણ તેમા દોષ–ભૂલ ચૂક હોય છે કાલિદાસ, ભવભૂતિ, શેકસપીયર, વાલ્મિક આદિ કવિઓએ કાવ્ય રચ્યા, તેમજ પ્લેટો, ડાર્વિન, ભાસ્કરાચાર્ય, પાણિનિ આદિએ શાસ્ત્રો અને તાત્વિક ગ્રથો રચ્યા, અને તે બહુજ ઉત્તમ છે તો પણ તેમા દોષ છે. તેજ પ્રમાણે યૂકિલડના ગ્રથોમા પણ સમજવુ પણ તે ઉપરથી કાઇ એમ ન સમજવુ કે યૂકિલડના ગ્રથો ખોટા છે કોઈ મોટો ઇજનેર બહુજ અક્કલ વાપરી કોઇ મોટે બુગડો કે પુલ બાધે અને પાછળથી તેમા નાના મોટા ફેરફાર કરવાની જરૂર પડે છે કાળ અને દુનીઆની સામાન્ય સ્થિતિ જોઇ ફેરફાર કરવા પડે છે તેજ પ્રમાણે યૂકિલડના સબધમા પણ છે યૂકિલડના સિધ્ધાતોનો ક્રમ જો કે બહુજ સારો છે તો પણ તે ક્રમમા ફેરફાર કરવાની જરૂર છે યૂકિલડના પહેલા સ્કધના બીજા તથા ત્રીજા સિદ્ધાતોને છોડી દઇએ તો ચાલે એમ છે, તેમજ ૧૩મા, ૧૪મા અને ૧૫મા સિં'ધાતો ચોથા અને પાચમા સિધ્ધાતો કરતા સહેલા હોવાને લીધે અને એ સિધ્ધાતો સીધી લીટીના સબધમા હોવાને લીધે તે પહેલા લઇએ તો વધારે સારૂ એજ પ્રમાણે સિધ્ધતામા પણ ફેરફાર કરવાની જરૂર છે. જેમ પહેલા સ્કધના ૮મા સિધ્ધાતમા અને બીજા સ્કધના ૧૩મા સિદ્ધાતમા જે સિદ્ધતા યૂકિલડે આપી છે તેને બદલે સહેલી સિદ્ધતા આપણે આપીએ તો વધારે સારૂ આ પ્રમાણે યૂકિલડની ભૂમિતિમા ફેર-

ફાર કરવાની જરૂર છે તેથી જે ફેરફાર કરવાથી આપણુ કામ સહેલું થઇ પડે એવા ફેરફારો આ નવી ભૂમિતિમા કરવામા આવ્યા છે. આ પ્રમાણે યૂકિલડના કરતાં સિધ્ધાંતોનો ક્રમ જુદો છે; કોઇ ઠેકાણે સિધ્ધતા પણ જુદી આપી છે; કોઈ ઠેકાણે નકામા લાગતા સિધ્ધાતો છોડી દીધા છે; અને કોઇ ઠેકાણે બીજા ઉપયોગી નવા સિધ્ધાતો દાખલ કર્યા છે.

(૪) નવી ભૂમિતિનુ મુખ્ય કામ આકૃતિના ધર્મગુણુ ઠસાવવાનુ છે જેમકે "સમબાજુ ત્રિકોણના ખુણા સરખા છે." અથવા "એક ખુણો બીજા ખુણા કરતા મોટો છે" વગેરે બાબતો જ્યારે ભૂમિતિમા સિદ્ધ કરવાની હોય છે ત્યારે એ સત્યતા બતાવવાને માટે સરખામણી બરાબર થઇ શકે તેથી આકૃતિઓ ચોકસ કાઢવી ખાશ જરૂરની છે સમબાજુ ત્રિકોણ લબચોરસ, ત્રિકોણની મધ્યગા, સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ વગેરેની આકૃતિઓ જો બરાબર કાઢી હોય તો તેના સબધી નિયમો એની મેળેજ વિદ્યાર્થીને એકદમ સહજ દેખાઇ આવે છે, જેમકે, સમબાજુ ત્રિકોણની ખરી આકૃતિમા ખુણા સરખાજ માલમ પડી આવે છે, ખરી આકૃતિના લબચોરસમા કર્ણો બરાબર છે, વગેરે જો આકૃતિઓ ગમે તેમ દોરી ચલાવી લેવામા આવે તો એજ આકૃતિના ગુણો એકદમ માલમ પડી આવતા નથી, એટલુજ નહિ પરતુ અનુમાનદ્વારા કે શબ્દદ્વારા જે સિધ્ધાત સાબિત કરીએ તેની સત્યતા વિષે મનમા શક રહેવાનો સભવ છે ધારો કે કોઈ પણ ત્રિકોણમા સરખા ખુણાની સામેની બાજુ સરખી છે એમ સિધ્ધ કરવાને માટે ત્રિકોણના ખુણા સરખા ન હોય એવી આકૃતિ દોરીએ તો તેમા બાજુઓ સરખી હોતી નથી તેમજ તે સરખી દેખાતી પણ નથી, તે છતા આપણે તેને સરખી કહીએ તો તે બહુ અયોગ્ય કહેવાય. આ કારણને લીધે જે **આકૃતિઓ દોરવાની છે તે કપાસ, સેટસ્કવેર, ફુટપટી વગેરે સાહિત્યોની મદદથી ચોક્કશજ કાઢવી જોઇએ.** આ સાહિત્યનો ઉપયોગ કરવો એ આ નવી ભૂમિતિનુ વિશેષ કામ છે યૂકિલડમા કપાસ અને પટીનો ઉપયોગ

કરવામા આવતો હતો. પરતુ તેના વગર કામ ચલાવી લેવામા પણ આવતુ. આ સવડ આ નવી ભૂમિતિમા નથી અને સાહિત્યોનો ઉપયોગ દરેક વખતે આપણે કરવોજ જોઇએ

(૫). નવી ભૂમિતિમા સિદ્ધતા આપવામા કે અન્ય સ્થળે 'આધાર' આપવાની જરૂર નથી એટલે સિદ્ધાતોનો અમુકજ ક્રમ રાખવો અવશ્યનો નથી. આધારો આપવામા મુખ્ય ખામી એ રહે છે કે અમુક સત્યતા બતાવવામા વિદ્યાર્થીને જો આધાર ટાકવાની ટેવ પડે તો તે સત્યતાના કારણો ભૂલી જવાની બ્હીક રહે છે જેમકે "△ अबक=△ डइफ छे, આધાર સિદ્ધાત ૧૦ " એમ કહેવાની ટેવ પડે તો શુ કારણથી એ બે ત્રિકોણો બરાબર છે તે કારણ સમજ્યા વિના ઉપલકીઆ જ્ઞાન થવાનો સભવ રહે છે, અને કારણો લાબા વખત સુધી મનમા રહેતા નથી. આવી જાતની ખામી ન રહે તેને માટે સિધ્ધાતોનો ક્રમ અમુકજ ન રાખતા જે પક્ષ ઉપરથી અમુક સાધ્ય સિધ્ધ કરવાનું છે તેજ પક્ષ ઉપરથી કારણો સહિત સિદ્ધતા આગળ ચલાવવી, અને એમ કરવામા સિધ્ધતાના કારણોજ—એટલેજ આધારો—એક પછી એક લેવા. કારણો બરાબર આવડે તો સિધ્ધતા બરાબર આવડે છે અને તે ભુલી જવાનો સભવ રહેતો નથી આ કારણો બરાબર સમજાયા પછીજ સિધ્ધાતોના ક્રમનો આધાર વિદ્યાર્થી લે તો પછી કાંઈ હરકત જેવુ નહિ

આ પુસ્તકમા આધારો સિ ધાતોના ક્રમ ઉપરથી આપ્યા છે તેનો હેતુ એવો છે કે એ પુસ્તક બહુ મોટુ ન થઇ જાય. પરતુ વિદ્યાર્થીએ એવી રીતે સિધ્ધાતોના ક્રમના આધારો ન આપતા કારણોનાજ આધારો આપવા.

(૬). નવી ભૂમિતિમા ચિહ્ન—ટુકી સજ્ઞાનો ઉપયોગ બહુ કર્યો છે, પહેલા પરીક્ષકની રજા વિના એવા ચિહ્નો વપરાતા ન હતા હવે એવી રજાની જરૂર નથી, પણ એ ચિન્હોનો ઉપયોગ હવે વિદ્યાર્થી પરીક્ષામાં પણ કરી શકશે

(૭) પ્રત્યક્ષ પ્રમાણો અને સ્વીકૃત કૃત્યો એલાયદાં આપવામાં આવ્યા છે તો પણ તે મ્હોડે કરવાની જરૂર નથી. દૃષ્ટાતો આપી તેની

સત્યતાઓ બરાબર બતાવી ઠસાવવી આ સિદ્ધતામા જરૂર પડે ત્યા "પ્રત્યક્ષ છે," "ખુલ્લુ જ છે," વગેરે શબ્દો કહેવામા આવે તો ચાલશે.

નોટ–વિભાગ ૧લામા પ્રાયોગિક ભાગમા પ્રયોગો કેવી રીતે કરાવવા એ સબધી જુદી જુદી જગ્યાએ પુરેપુરી જે સમજુતિ આપી છે, એ સમજુતિ પ્રમાણે શિક્ષકે કામ લેવુ અને તેમા બતાવેલી રીતે વિદ્યાર્થી પાસે કર્તવ્ય ભાગ કરાવવો એ સમજુતિમાનો ઘણોખરો ભાગ શિક્ષકનેજ માટે છે, જો કે એ ભાગમા વર્ગમા શિક્ષણ આપતી વખતે પ્રશ્ન અને ઉત્તર કેવા આવવા જોઇએ તે રીત બહુ સભાળપૂર્વક બતાવી છે.

વિભાગ ૧લો. કર્તવ્ય અને પ્રાયોગિક ભાગ.

વિદ્યાર્થીએ નીચેના સાહિત્યો કર્તવ્ય ભાગમા વાપરવા —

૧. **આંકણી**–લીટીઓ માપવાની આકણી ઉપર ઇચ અને દશાશ ઇંચિ, ડેસીમીટર અને સેન્ટીમીટર, ના આકો પાડેલા હોય છે સામાન્ય રીતે ચપટી આશરે ૭ ઇંચિ લાબી આકણી ઉપર એકજ બાજુ ઉપર ઇંચિ અને દશાશ ઇંચિ એક કોર ઉપર, અને સેન્ટીમીટર અને મીલીમીટર બીજી કોર ઉપર હોય છે

૨. **પ્રોટ્રેક્ટર અથવા કોણમાપક**–પ્રોટ્રેક્ટર બે જાતના હોય છે. એક ચોરસ અને બીજુ ગોળ આ પુસ્તકમા અર્ધવર્તુળના આકારનું પ્રોટ્રેક્ટર વાપરવામા આવ્યુ છે

૩. **સેટસ્કવેર અથવા કાટખુણાની જોડ**–બે જાતના સેટસ્કવેરો વાપરવામા આવે છે. એકમા એક ખુણો કાટખુણો, અને બાકીનો દરેક અર્ધો કાટખુણો હોય છે, અને બીજામા એક ખુણો કાટખુણો અને બીજો ખુણો ⅔ કાટખુણો અને ત્રીજો ખુણો ⅓ કાટખુણો હોય છે, પહેલામા ૯૦°, ૪૫°, ૪૫° અને બીજામા ૯૦°, ૩૦°, ૬૦° ના ખુણા હોય છે.

૪. **કંપાસ અથવા કર્કટી**–એમા એક હાથ લોખડનો અને બીજો અર્ધો લોખડનો હોય છે, જેમા ઝીણી બારીક લીટી દોરી શકાય એવી પેન્સીલ મુકવામા આવે છે.

૫. અંતરમાપક–આ સાહિત્ય કંપાસના જેવુજ હોય છે, પરતુ તેના બન્ને હાથેા આખા લેાખડના હોય છે એકજ સાહિત્યના અર્ધા હાથમા પેન્સીલ અથવા લેાખંડનેા છૂટેા હાથ નાખી ચલાવવાથી કંપાસ અને અતરમાપક બન્ને એકમા આવી શકે છે

આ સિવાય "એચ એચ" નબરની પેન્સીલ, તેલીઆ કાગળ, ટાંકણી, ચેારસ આંકેલી ચેાપડી વગેરે પણુ જોઇશે પેન્સીલની અણી તીણી કરવા માટે કાચવાળેા પોલીશ પેપર વપરાય છે અનુમાનેા લખવા માટે અને અન્ય પ્રશ્નેા છેાડવા માટે જુદી જુદી ચેાપડીઓ (બને તેા) રાખવી એ વધારે સારૂ છે આ સાહિત્યેાની જોડે એક નાની કાતર પણુ હોય તેા સારૂ.

પ્રકરણ ૧લું.

§ સીધી લીટી અને તેનું માપ

લીટીઓ માપવાને માટે ૨જા પાના ઉપર બતાવેલી આકણી જેવી લાકડાની ૭ ઇચ લાબી આકણી ઉપર ઇચિ અને દશાશ ઇચ, તથા સેન્ટીમીટર અને મીલીમીટરના કાપા પાડેલા હોય છે એક **મીટર** આશરે ૩૯·૩૭ ઇચ હોય છે મીટરના દશમા ભાગને દેસીમીટર અને દેસીમીટરના દશમા ભાગને સેન્ટીમીટર કહે છે સેન્ટીમીટરનેા દશમેા ભાગ મીલીમીટર કહેવાય છે પટી ઉપર સૈાથી નાનેા કાપેા મીલીમીટરનેા છે ૧, ૨, ૩, ૪, વગેરે આકડા સેન્ટીમીટરના છે

અગ્રેજી	લંબાઇનાં કેાષ્ટકેા. ફ્રેન્ચ
૧૨ ઇચ (૧૨")=૧ ફુટ,	૧૦ મીલીમીટર (મી મી)=૧ સેન્ટીમીટર.
૩ ફુટ (૩')=૧ વાર,	૧૦ સેન્ટીમીટર (સે મી)=૧ ડેસીમીટર
૧૭૬૦ વાર = ૧ માઇલ	૧૦ ડેસીમીટર (ડે મી)=૧ મીટર (મી)

ફ્રાન્સ દેશમા લબાઇના માપની એકમ **મીટર** છે અને તેના ઉપર પ્રમાણે નાના ભાગેા પાડેલા છે. એ રૂઢિમા દરેક માપ તદ્દન નીચેના ભાગથી દશગણુ છે મીટરનુ માપ નક્કી કરવા માટે પારિસ શહેરમા

થઇ બન્ને ધ્રુવમાથી જે યામ્યોત્તર વૃત્ત (longitude) જાય છે તેની બરાબર ગણત્રી કરી તેનો ચાર કરોડાશમો ભાગ લીધો છે ફ્રાન્સમા આ કુદરતી માપ ઉપરથીજ અન્ય માપો લીધા છે, જેમકે, ક્ષેત્રફળ માપવાને ૧૦૦ ચોરસ મીટર = ૧ એર (are), પ્રવાહી પદાર્થ ભરવાને એક ઘન ડેસીમીટર = ૧ લીટર (litre), તોલનું માપ લેવાને એક ઘન સેન્ટીમીટર પાણીનુ વજન = ૧ ગ્રામ (gramme) અને ઘનફળ માટે એક ઘન મીટર = ૧ સ્ટીઅર

ઉપલા કોષ્ટકોમા બતાવેલા માપો લાકડાની ફુટપટી ઉપર છોકરાઓ સમજે છે કે નહિ તેની **બરાબર ખાત્રી કર્યા પછીજ** નીચે પ્રમાણે લીટી માપવાનુ કામ વિદ્યાર્થી પાસે શિક્ષકે શરૂ કરાવવુ

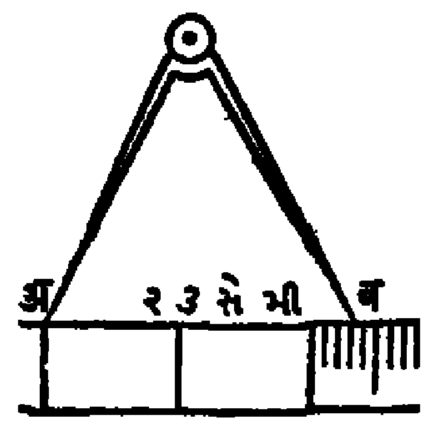
(क). લીટીઓ માપવાની રીત.

૧લી રીત–જો अ ब લીટી માપવાની હોય તો ફુટપટીનો ૦ ઇચનો દોરો બરાબર अ આગળ પડે, અને ફુટપટી બરાબર अ ब લીટી સાથે રહે તેમ પટી ગોઠવો



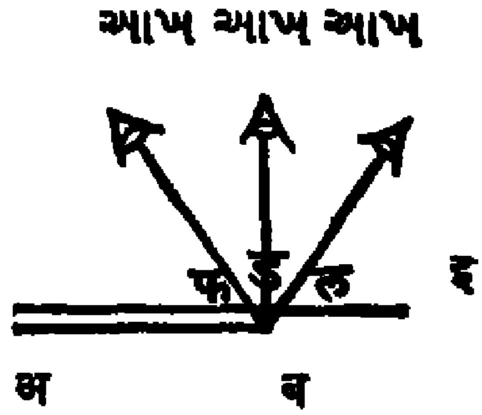
જો ब છેડો ફુટપટીના કોઇ ચોક્કસ દોરા આગળ આવી રહે તો તે પ્રમાણે अ છેડેથી તેની લબાઇ ગણી લેવી, ઉપર अ ब = ૧ ૬ ઇચ (૧.૬") છે

૨જી રીત–કોઇ પણ લીટીની લબાઇ, એટલે બે બિંદુની વચ્ચેનુ અતર વધારે ચોક્કસ લાવવા માટે ડીવાઇડર્નો ઉપયોગ કરવો



જે અતર માપવાનુ હોય, તેના કરતા સહેજ વધારે, અતરમાપકને પહોળુ કરવુ પછી ધીમે રહીને તેને દબાવવુ, અને તેના બન્ને છેડાઓ દબાવતા દબાવતા આપેલા અતરના બન્ને છેડા ઉપર તે બરોબર આવી રહે તેમ મૂકવુ. પછી અતરમાપકને ઉંચકી લઈ સહેજ આડુ રાખી ફુટપટી ઉપર તે અતર માપવુ. અતરમાપકના છેડા ફુટપટી ઉપર દબાવવા નહિ, કારણ કે એ પ્રમાણે કરવાથી ફુટપટીના દોરાઓ ભોકાઇ ભોકાઇ બગડી જાય છે.

સૂચના. ફુટપટ્ટીની ઉપલી કોરો બન્ને બાજુથી નીચે ઢળતી હોય તો સારૂ, કારણ કે પટ્ટીના દોરાઓ જેમ બને તેમ કાગળની પાસે આવવા જોઇએ કદાચ એ કોરો બેઠી જાડી હોય તો તેમા ભૂલ આવવાનો સભવ છે જો अ ब લીટી માપવી હોય અને क द જાડી આકણી હોય તો આકણી अ ब સાથે બરાબર ગોઠવ્યા છતા ल લીટીમાથી જોઇએ તો ब આગળનો ચોક્કસ દોરો ड નહિ દેખાતા ब પાસેના ખોટુ માપ આપનારા ल क દોરામાથી દેખાશે, એટલે अ ब જોઇએ તેના કરતા મોટી દેખાશે તેમજ फ લીટીમાથી જોતા अ ब નાની દેખાશે. પણ જ્યારે ड દોરામાથી બને જોઇશુ તો તેજ ખરૂ અતર આપશે.



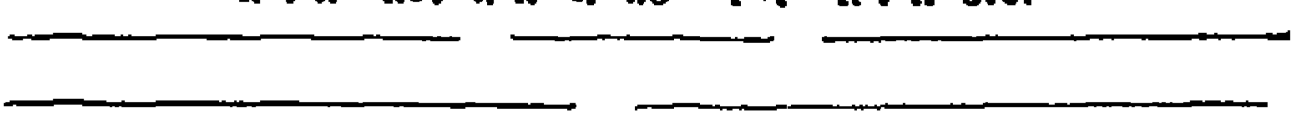
પ્રશ્નો

નીચેની લંબાઇ (ઇંચ") અને (સે. મી. મી. મી)મા માપો —

૧ તમારી ચોપડીની લંબાઈ, પહોળાઈ, અને જાડાઇ

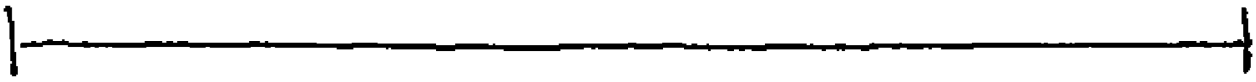
૨ તમારા સેટસ્ક્વેરોની લંબાઈ

૩ નીચેની લીટીઓની લંબાઇ બન્ને માપમા કાઢો —

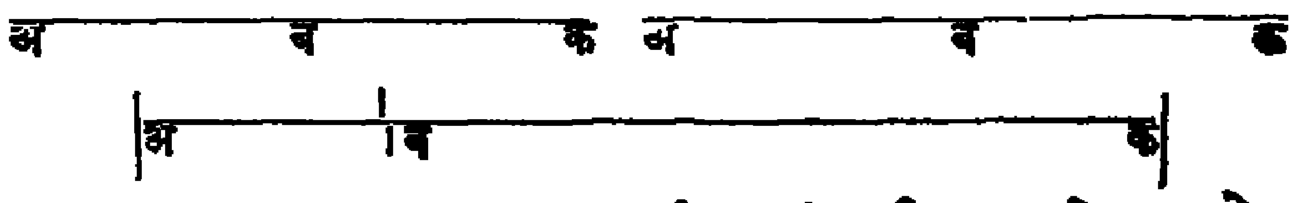


૪. ઉપલા પ્રશ્નો ઉપરથી એક ઇંચમા કેટલા મીલીમીટર છે તે કહો એક લીટી ૨ ૪" માપી લઈ તેના સે. મી અને મી મી. કરો.

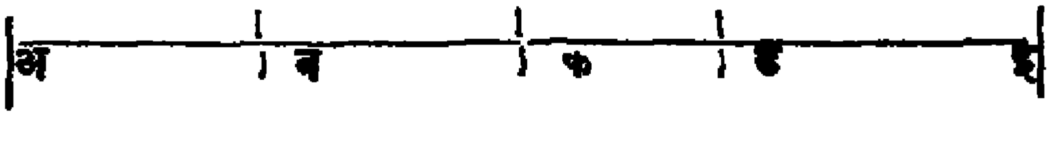
૫ નીચેની લંબાઈ ઇંચ અને સે મી મા માપી તેના દશાંશ ભાગ કહો.



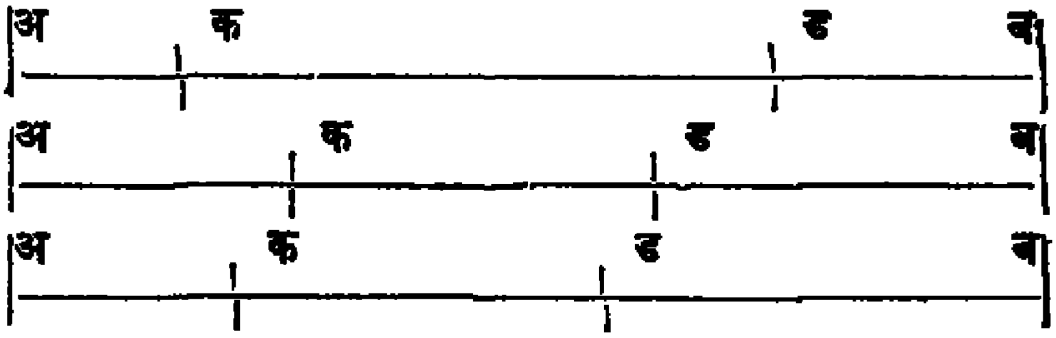
૬ નીચેની अ ब, ब क માપી સરવાળો કરી अ क સાથે સરખાવો.



૭ अ ब, ब क, क ड, ड द માપી સરવાળો કરી अ द સાથે સરખાવો.



૮. अ ब, क ड બંને માપથી માપી બાદબાકી કરો अ क અને ड ब માપી સરવાળો કરી પરિણામ સરખાવી જુઓ



૯ अ ब=૩·૮" લો अ बमा क બિંદુ ગમે ત્યા લો. क अ, क ब માપો. બન્ને માપનો સરવાળો કરી તે ૩·૮" ન થાય તો ભૂલ કયા આવી છે તે શોધી કાઢો

૧૦ આઠ ઇંચ લાંબી એક अ इ સીધી લીટી દોરો अ છેડેથી अ ब= ૩", ब क=૧·૮" અને क ड=૨·૩" માપો ड इ માપો ड इ લંબાઇ હોવી જોઇએ તેટલી છે ? ન હોય તો ભૂલ કયા આવી તે શોધો

૧૧ ૭·૭" લીટી લો. તેના ૧ ૬ના પ્રમાણમા બે ભાગ કરો.

૧૨ કોઇ પણ લીટી લો તેનુ માપ આશરે જોઇનેજ કહો, પછી આપીને કહો કેટલો ફેર પડે છે તે જુઓ.

૧૩ ઉપલા પ્રશ્ન ૧૨મા પ્રમાણે ઘણી લીટીઓ લઇ કરો.

૧૪. ૨·૪'ની લીટી લઇ આશરે તેનુ અર્ધું કરી નિશાની કરી બન્ને ભાગો માપી સરખાવી જુઓ.

૧૫ ૪·૮ સે. મી.ની લીટી લઇ તેના આશરે સરખા ત્રણ ભાગ કરી નિશાની કરી ત્રણે ભાગો માપી સરખાવી જુઓ

૧૬. ૪·૨ સે મી.ની લીટી લઇ ૪·૨નુ અર્ધું કરી તેટલો ભાગ એક છેડેથી કાપો. બાકીનો ભાગ એ ભાગ જેટલો છે ?

૧૭. ૩·૩"ની લીટી લઇ ૩·૩નુ એક તૃતીયાશ લઈ એક છેડેથી કાપો. બાકીનામાથી પણ તેટલુજ કાપો ત્રણે ભાગ સરખાવો.

૧૮. अ ब લીટીના આશરે બે સરખા ભાગ કરી તે ભાગો માપો.

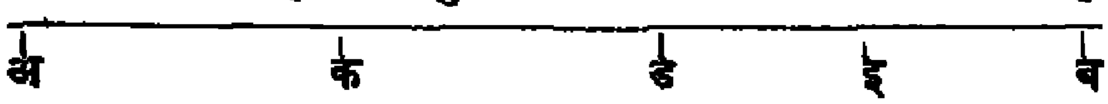
૧૯ अ ब લીટીના ત્રણ સરખા ભાગ આશરે કરો, અને સરખાવો.

૨૦ अ ब લીટીના ચાર સરખા ભાગ આશરે કરો, અને સરખાવો.

ટીપ.—અજમાયશે લીધેલા માપો ઘણાખરા બરાબર આવે ત્યાં સુધી ઉપલી રીતે અનેક પ્રશ્નો કરવા

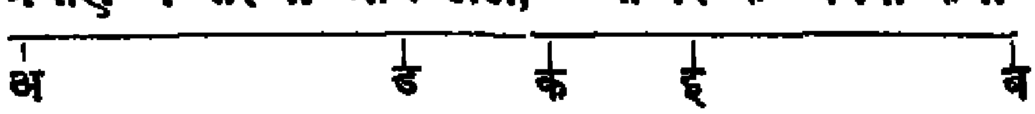
(ख) લીટી દુભાગવાની (બે સરખા ભાગ કરવાની) રીત.

પહેલી રીત. નીચે પ્રમાણે એક अ ब લીટી લો પહેલવહેલાં अबને આશરે મ્હોડેથી દુભાગો જો अ क અર્ધો ભાગ હોય તો



કપાસના છેડાઓ अ क બરાબર પહોળા કરો પછી કપાસના એજ અંતરથી क ड લો હજુ જો ड ब રહી જાય તો ड बનુ અર્ધું કરી કપાસને એ અર્ધા ड इ અંતર જેટલુ વધારે પહોળુ કરો, क इ અંતર अ बનું અર્ધું છે માટે એક છેડેથી કપાસ મૂકી क इ અંતર માપી લઇ अबને દુભાગો

બીજી રીત अबને આશરે દુભાગો, ધારો કે क, अ बનુ મધ્ય બિંદુ છે પછી अ ઉપર કપાસનુ અગ્ર બિંદુ રાખી પેન્સીલના છેડાથી अ ब ઉપર ड બિંદુ લો, અને તેજ અંતરથી ब ઉપર અગ્ર બિંદુ રાખી इ બિંદુ લો વળી ड इ જો રહી જાય તો તેના પણ એજ પ્રમાણે બે સરખા ભાગ કાઢો, આખરે क અથવા कની પાસેનુ



કોઇ બિંદુ अ बને દુભાગશે

પ્રશ્નો.

૨૧ ૩·૬", ૫·૨ સે મી, ૫·૮", ૧૦·૩ સે મી, ૫·૩", અને ૭·૩ સે મીની લીટી દોરો ઉપર પ્રમાણે તેને દુભાગો

૨૨ ૪·૨", ૬·૪"ની લીટી દોરો દરેકના ચાર સરખા ભાગ કરો

કાગળ વાળી લીટી દુભાગવાની રીત—કાગળને બેવડ વાળી સળની કોર ઉપર अ ब માપી લો अ' ब' (अ ટાપ ब ટાપ) *લીટી સળ ઉપર આવી હોય તો अ' (अ ટાપ) ઉપર ब' (ब ટાપ)

પડે તેમ સળને તેની ઉપર પાછો બેવડ વાળો. જ્યા કાપો પડે ત્યાં અ' બ' એટલે અ બ દુભાગાય છે.

પ્રશ્નો.

૨૩ ૩·૫", ૪·૩ સે મી, ૪·૭", ૫·૮ સે. મી.ની લીટીઓ દોરો. ઉપર પ્રમાણે બેવડ વાળી દરેકને દુભાગો.

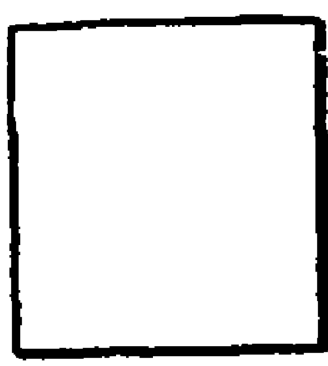
૨૪ ૫ ૭", ૩ ૩ સે મી, ૪·૧", ૩·૫"ની લીટી દોરો દરેકનો એક ભાગ બીજાની ઉપર રાખી અને એ બન્ને ભાગો ત્રીજાની ઉપર રાખી છેડાઓ બરાબર મેળવી ત્રણ ત્રણ સરખા ભાગ કરો

૨૫ ઉપલી લીટીઓના ભાગો કંપાસથી માપી ખાત્રી કરો.

૨૬. ૫·૯", ૧૧·૩ સે. મી, ૭ ૩", ૧૦·૫ સે. મીની લીટી દોરો. બેવડ વાળવાની રીતથી તેના ૪, ૬, ૮ સરખા ભાગો કરો, બધા ભાગો માપી સરખા છે કે નહિ તેની ખાત્રી કરો

શિક્ષકને સૂચના. પ્રશ્નોની સંખ્યા જ્યા થોડી લાગે ત્યા આપેલા પ્રશ્નોની જાતના અથવા અન્ય જાતના વધારે પ્રશ્નો પોતે બનાવી શિક્ષકે વિદ્યાર્થીને આપવા

§ ૨ સ્કેલમાપ અથવા અંતરપ્રમાણ



તમારી સામેના કાળા પાટીઆની લંબાઇ માપો કેટલા ફુટ છે? ૪ ફુટ પાસેની આકૃતિની લંબાઇ માપો કેટલી છે? એક ઇંચ. આ જગ્યાએ પાટીઆની લંબાઈ એક ઇંચ છે એ જુઓ છો? આ આકૃતિમાની એક ઇંચ લંબાઇ છે તે ખરેખરી રીતે પાટીઆની કેટલી લંબાઇ બરાબર સમજવાની? ચાર ફુટ

આકૃતિની પહોળાઇ માપો. તે કેટલી છે? એક ઇંચ, પાટીઆની પહોળાઇ માપો, તે કેટલી છે? ૪ ફુટ. આ ઉપરથી પહોળાઇના સંબંધ વિષે શું સમજો છો? આકૃતિમા એક ઇંચ પહોળાઇ તે પાટીઆની ચાર ફુટ પહોળાઈ બતાવે છે.



પાસે એક ડુગરનુ ચિત્ર છે, એની ઉચાઇ કેટલી છે ? પોણો ઇચ ડુગરની ખરેખરી ઉચાઇ કેટલી હશે ? ખબર નહિ તે જાણવા માટે શુ જાણવુ જોઇએ ? ડુગરની ઉચાઇ અને ચિત્રની ઉચાઇનો સબધ તે સબધને શુ કહે છે ? ચિત્ર અને ડુગરની ઉચાઇઓનો સબંધ અથવા **પ્રમાણ.**

પ્રકૃતિના ખરેખરા અતર અને આકૃતિમાના લબાઇ, પહોળાઇ વગેરેના અતરોના સબધને **સ્કેલ** અથવા **અંતરપ્રમાણ** કહે છે. આ પ્રમાણ જ્યારે આપવામા આવ્યુ ન હોય ત્યારે જે વસ્તુની આકૃતિ કાઢી હોય તેનુ વાસ્તવિક પરિણામ માલમ પડે ખરૂ ? નહિ. ઠીક આ પ્રમાણ ન આપેલુ હોય અને તે વસ્તુના જેવડીજ આકૃતિ કાઢી હોય તો શુ ?

પ્રકૃતિમા વસ્તુઓ વાસ્તવિક રીતે જેવડી હોય તેવડીજ આકૃતિઓ દોરવી એ કામ હમેશા શકય નથી ઘણી વસ્તુઓ અતિશય બારીક હોય છે, અને તેવડીજ આકૃતિ કાગળ ઉપર કાઢવી એ ઘણુખરૂ અશકય છે, જો કે સાહિત્યની મદદથી તેટલી નાની આકૃતિ નીકળી શકે છે, પણ તે જોનારને સ્પષ્ટ દેખાતી નથી, તેથી આવી **નાની આકૃતિઓને મોટી કરવાની** જરૂર છે. તેમજ પ્રકૃતિમા ઘણી વસ્તુઓ અતિશય મોટી હોય છે અને તેવી મોટી આકૃતિઓ દોરવાને માટે અતિશય મોટો કાગળ જોઇએ તેથી **એવી મોટી વસ્તુઓની આકૃતિઓ નાની કાઢવી પડે છે.** આ કારણોને લીધે વસ્તુની ખરેખરી લબાઈ અને આકૃતિની લબાઇની વચ્ચે **પ્રમાણનો** સબધ ગોઠવવામા આવે છે. આ કારણને લીધે નકશામા જે સ્કેલ આપ્યા હોય છે તે ઉપરથી કુદરતી વસ્તુઓની લબાઇ અને નકશાની લબાઇનો સબધ નીકળી શકે છે.

અંતરપ્રમાણદર્શક અપૂર્ણાંક—ઉપલી આકૃતિમા ડુગર એક માઇલ ઉંચો હોય અને આકૃતિની ઉચાઇ એક ઇંચ હોય તો આકૃતિની ઉચાઇને અશ તરીકે અને ડુગરની ઉચાઇને (તેના ઇંચ કરીને) છેદ તરીકે મૂકવાથી જે અપૂર્ણાક થાય તે **અંતરપ્રમાણદર્શક**

અપૂર્ણાંક કહેવાય છે. જેમકે ઉપલા દૃષ્ટાંતમા $\frac{૧}{૫૨૮૦}\times\frac{૧}{૧૨}=\frac{૧}{૬૩૩૬૦}$ એ અંતરપ્રમાણુદર્શક અપૂર્ણાંક છે એજ પ્રમાણે જો ૨ ઈંચ ૩ માઇલ બતાવે તો $\frac{૨}{૫૨૮૦\times૩\times૧૨}=\frac{૧}{૯૫૦૪૦}$ એ ૨ ઇંચિ ૩ માઇલનુ અંતરપ્રમાણુ-દર્શક અપુર્ણાંક છે, અથવા એ પ્રમાણુ ૨" ૩ માઇલ (કે ૩ મા. ૨") લખાય છે

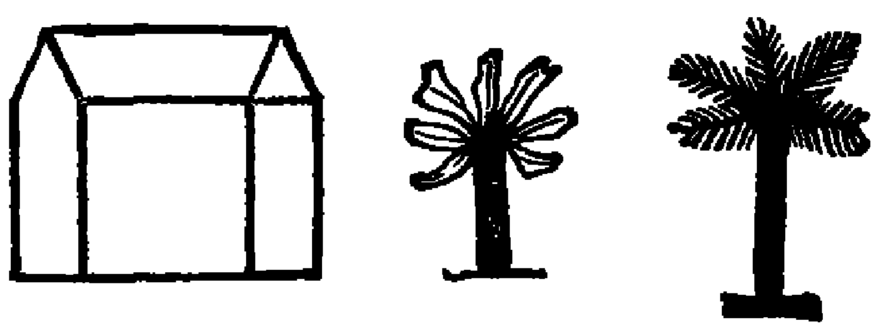
પ્રશ્નો

ટીપ-પહેલા બે પ્રશ્નોમા નજીકના દશક સુધીના અંતરો કહેવા

૧ નકશામા આપેલા સ્કેલ ઉપરથી મુંબઈ ઇલાકાના નકશામા મુંબઈ અને પુના, અમદાવાદ અને મદ્રાસ, સુરત અને કરાચીના અંતર કાઢો.

૨ હિંદુસ્થાનના નકશામા મુંબઇ અને કાશી, કલકત્તા અને લાહોર, નાગપુર અને મદ્રાસ, અમદાવાદ અને દિલ્હીના અંતર કાઢો

૩ પાસેના ચિત્રો જે પ્રમાણુમા કાઢ્યા છે તેનુ પ્રમાણુ ૧ ઇંચે ૧૦ ફુટ છે તો તેની ઉંચાઈઓ કાઢો.



૪ પાસેના પર્વતની ઉંચાઇ કાઢો
સ્કેલ ૧"=૮૦૦૦ ફુટ



૫ ૧ ઇંચે ૧ માઇલ આવે એવા સ્કેલથી ૩½ માઇલનુ અંતર દોરો

૬ ૧"=૨ માઇલના પ્રમાણુથી ૬ માઇલ લાંબો રસ્તો દોરો

૭. બે ગામો ૪.૫ માઇલ દૂર છે તો ૧ સે. મી. = ૧ માઇલના પ્રમાણુથી તેનુ અંતર બતાવો.

૮ એક વાસ ૩૦ ફુટ ઉભો દાટયો છે તો ૧ સે મી = ૩ ફુટના પ્રમાણુમા તેની આકૃતિ કાઢો.

૯ એક કિલ્લો ૧૨૦ ફુટ ઉંચો છે તો તેની ઉંચાઇ તે ·૩"=૫ ફુટના સ્કેલમા દોરો

સૂચના. નીચેના પ્રશ્નોમા કાટખુણો દોરવાની રીતની જરૂર પડે છે માટે તે રીત સમજ્યા પછી એ પ્રશ્નો છોડવા

૧૦ ૧૦ ફુટ લાબો ને ૫ ફુટ પહોળો લબચોરસ દોરો (સ્કેલ ૧"=૧૦').

૧૧ ૩૦૦ ફુટ લાબા અને ૨૦૦ ફુટ પહોળા લબચોરસ ખેતરની આકૃતિ કાઢો. (સ્કેલ ૧ સે. મી=૧૦૦ ફુટ.)

૧૨ ૨૫૬ ફુટ લાબા અને ૧૯૨ ફુટ પહોળા લબચોરસ બગીચાની આકૃતિ કાઢો. (અતરપ્રમાણ ·૧"=૧૬ ફુટ)

૧૩. નીચેની બાજુવાળા લબચોરસોને ૬ ૧ના પ્રમાણમા દોરો.- ૯, ૧૨, ૧૮, ૨૪, ૧૨, ૧૫ ઇચો, ૨૪, ૩૦, ૩૩, ૪૮ સે મી.

(ટીપ.—૬ ૧ એટલે પ્રકૃતિના ૬ ઇંચ = આકૃતિનો ૧ ઇંચ)

૧૪ નીચેની બાજુવાળા ચોરસો ૧૨ ૧ના પ્રમાણમા દોરો — ૧૨, ૧૮, ૩૦, ૩૬, ઇંચો, ૩૬, ૪૮, ૨૪, ૪૮ સે મી.

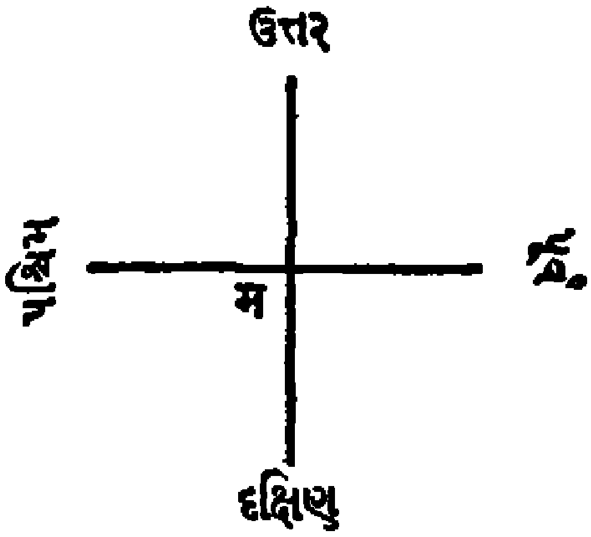
૧૫ એક લબચોરસ કિલ્લાની અદરની લબાઇ અને પહોળાઈ અનુક્રમે ૩૧૦ અને ૧૭૦ ફુટ છે અને કિલ્લાની ભીંતની જાડાઈ ૧૦ ફુટ બધી બાજુએ છે તો ભીંતની સાથે તેના તળીઆની આકૃતિ દોરો. (અતરપ્રમાણ ૧"= ૧૦૦ ફુટ)

૧૬ ૨૦ ફુટ અને ૧૫ ફુટ લબાઇ પહોળાઇ હોય એવા લબચોરસ ઓરડાની આકૃતિ દોરો, તેના સામેના ખુણાનુ અતર માપી ખરેખર અતર કહો (યોગ્ય સ્કેલ લેવુ.)

૧૭ એક સીડી (अब)નો એક अ છેડો જમીન ઉપર છે અને બીજો ब છેડો એક ભીંત (कड) ઉપર છે. क ભીંતનો પાયો છે. कअ = ૩૦ ફુટ અને कब = ૪૦ ફુટ છે તો સીડી કેટલી લાબી છે ?

૧૮ ઉપલા ૧૭મા પ્રશ્નમા अक = ૧૫ ફુટ અને बक = ૩૬ ફુટ છે તો अब સીડીનુ માપ કાઢો.

સૂચના. પાસે પ્રમાણે બબ્બે પાસેપાસેની મુખ્ય દિશાઓ વચ્ચે મ આગળ કાટખુણો હોય છે તે વિદ્યાર્થીને કહી નીચેના પ્રશ્નો છોડાવવા.



૧૯ એક કીડી ઉત્તરે ૪.૫" જાય છે અને પછી પૂર્વમા ૧૦.૮" જાય તો પ્રથમ સ્થળેથી તે કેટલે દૂર ગઇ હશે ?

૨૦ અ પશ્ચિમમાં ૭.૫ સે મી જાય છે અને પછી ઉત્તરમાં ૧૦.૦ સે. મી જાય તો મૂળ જગ્યાએથી તેનુ કેટલું અતર થયુ ?

નોંધ.—નીચેના પ્રશ્નોમા યોગ્ય સ્કેલ લેવા.

૨૧. એક લખોટાને દક્ષિણમા ૧૩ ૨" ફેકયો અને ત્યાથી પાછો પૂવમા ૧૧.૦" ફેકયો તો મૂળ જગ્યાએથી તે હવે કેટલો દૂર છે ?

૨૨ એક માણુસ અ થી ઉત્તરે ૧૭ માઇલ અને ત્યાથી પૂર્વે ૧૨ માઇલ જાય તો તે અ થી કેટલે દૂર ગયો તે કહો.

૨૩ એક ખેપીઓ કથી દક્ષિણે ૨૩ માઇલ અને પછી પશ્ચિમમા ૨૧ માઇલ જાય તો તે મૂળ જગ્યાએથી સીધુ કેટલુ ગયો ?

૨૪ અ, બથી ૧૨ માઇલ પૂર્વે ગયો અને પછી ૧૮ માઇલ દક્ષિણે અને પાછો પૂર્વે ૧૨ માઇલ ગયો ત્યારે અ, બથી હવે કેટલો દૂર છે?

૨૫. અ, બની દક્ષિણે ૧૭ માઇલ છે, ક, બની પૂર્વે ૧૧ માઇલ છે. ડ, ક ની ઉત્તરે ૯ માઇલ છે તો અથી ડનુ અતર કહો.

૨૬ અ, બની પશ્ચિમે ૪ માઇલ છે, અની ઉત્તરે ક ૯ માઇલ છે, અને કની પૂર્વે ડ ૧૧ માઇલ છે તો બ ડ અતરની લબાઇ કહો

૨૭ અ, ડના વાયવ્યમા ૧૨૫ માઇલ અને ડ, કના ઇશાનમાં ૧૭૫ માઇલ છે તો અ ક અતરની લબાઇ કહો.

૨૮ બે બંદર પૂર્વ પશ્ચિમ ૧૨ માઇલ છેટા છે અને એક વહા એકથી ઇશાનમા અને બીજાથી વાયવ્યમા છે તો વહાણનુ અ બન્નેથી શુ ?

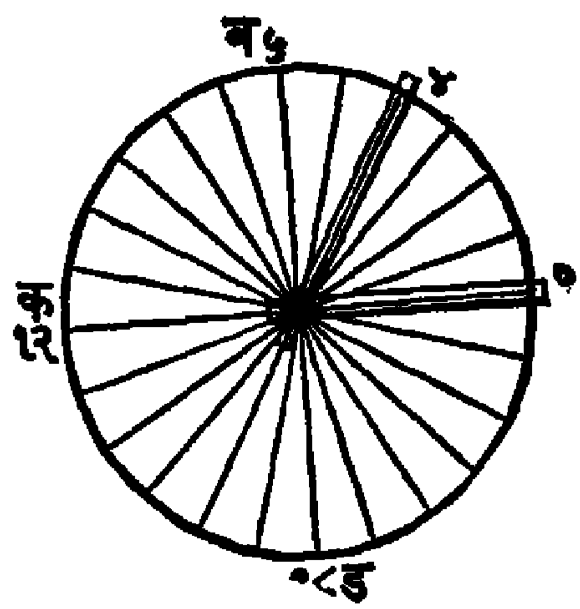
૨૯. દમણથી મહાલક્ષ્મી અગ્નિ ખુણામા છે અને દેહેણુથી ૨ માઇલ દૂર પૂર્વમા છે તો દમણથી દેહેણુ કેટલુ ? અને દમણથી મહાલક્ષ્મી કેટલુ

ટીપ –દમણુ–દેહેણુ ઉત્તર દક્ષિણ છે

૩૦ अ, ब બે સ્થળો ઉત્તર દક્ષિણ છે क, अથી અગ્નિમા અ बથી ઇશાનમા છે જો अ क + ब क ૩૦૦ ફુટ હોય તો अ क કેટલુ ?

§ ૩ ખુણો.

(क). ખુણો કવી રીતે બને છે ?



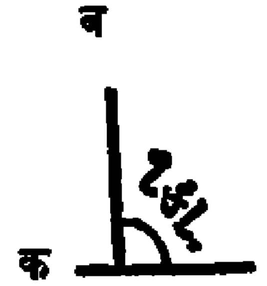
પાસે પ્રમાણેની એક આકૃતિ પાટીઆ ઉપર કાઢો, અથવા મોટા કાગળ ઉપર કાઢી તેને પાટીઆ ઉપર ટાકણીઓ મારી સજ્જડ કરો કાગળની બે પાતળી પટીઓ કાપી તેના એકેક છેડામા છિદ્ર પાડી તેમા ટાકણી મારી આકૃતિના મધ્ય બિંદુમા બરાબર બેસાડો આ પ્રમાણે બે પટીઓને કપાસના હાથ ગણી લઇ એક પટી સ્થિર રાખ (આડી પટી) બીજી પટીને ઉપરથી ધીમે ધીમે ફેરવો જે જગ્યાએ ટાકણી મારી છે તે જગ્યાએ બન્ને પટીઓની વચ્ચે ગાળો પડશે એ ગાળો વિદ્યાર્થીઓને બતાવી પુછવુ કે આ બે પટીની વચ્ચે શુ થયુ ગાળો. આ ગાળાને ખુણો કહે છે આ પ્રમાણે **બે લીટી*** અથવ **બે બાજુની વચ્ચે જે ગાળો થાય છે તેને** ખુણો કહે છે પાસેન ઘણી વસ્તુઓ બતાવી કહેવુ કે બે ભીતની વચ્ચે, મેજની કોરો વચ્ચે

---

* "લીટી" એટલે સીધી લીટી એવો અર્થ આ પુસ્તકમા લીધો છે.

પાટીઆની કોરો વચ્ચે, ચોપડીની કોરો વચ્ચે, **ખુણા** થાય છે પછી બે પટીઓની વચ્ચે કેવડો ગાળો થયો છે તે બતાવી યાદ રખાવવુ, અને ઉપલી પટી ઉપરથીજ ફેરવીને પહેલા ગાળાના કરતા હવે બેવડો ગાળો કરી પૂછવુ, કે પહેલા કરતા હવે ગાળો મોટો થયો છે? પહેલા પટીનો છેડો વર્તુળના કેટલા ભાગમાથી (કેટલા અશમાથી) ફર્યો હતો? હવે તે કેટલો ફર્યો છે? પહેલા કરતા હવે એ ગાળો કેવડો થયો છે? વિદ્યાર્થીઓ "બેવડો" એમ જવાબ આપશે જવાબ ખરો મળે ત્યા સુધી ઘણી રીતે પ્રશ્નો કર્યાજ કરવા

આ પ્રમાણે ઉપલી પટીને ધીમે ધીમે ઉપરથી ડાબા હાથ તરફ ફેરવતા જવુ અને પૂછવુ કે આ ***સાંકડા** ખુણા (ઉન કાટખુણ) કરતા આ ન્યૂનતાપૂરક [દ્વિકાટખુણપૂર્ણી] ખુણો મોટો કે નાનો છે? મોટો. આ ખુણો જે મોટો છે તે જેમ જેમ પટી ઉપર ફેરવીએ છીએ તેમ તેમ શુ થાય છે? નાનો આ (ઉન કાટખુણ) મૂળ ખુણો શુ થાય છે? મોટો પટીને વધારે ફેરવવી અને કાટખુણો [૦થી ૬] થાય ત્યા સુધી ઉપલી પટી લઇ જવી પછી પૂછવુ કે [મૂળ ખુણો] આ ખુણો અને [ન્યૂનતાપૂરક] આ ખુણા વચ્ચે શો ફેર છે? "કાઈ નહિ, બન્ને સરખા છે" પછી બતાવીને કહેવુ કે **આ ખુણો કાટખુણો કહેવાય છે.** કાટખુણાના બીજા અનેક ઉદાહરણો વિદ્યાર્થીને બતાવવા અને તેઓને પૂછી કઢાવવા



કાટખુણો

પછી પટીને પાછી ડાબા હાથ તરફ સહેજ સેરવવી આ પ્રમાણે થતો ખુણો કાટખુણા કરતા મોટો કે નાનો છે? મોટો એનો ન્યૂનતાપૂરક ખુણો (દ્વિકાટખુણ પૂર્ણી) નાનો કે મોટો થાય છે? નાનો પટીનો છેડો છેક क સુધી લઇ જવો, અને એ પ્રમાણે પુછવુ, અને મૂળ ખુણા અને દ્વિકાટખુણપૂર્ણી વચ્ચેનો તફાવત કઢાવતા જવુ क આગળ પટીનો છેડો આવે ત્યારે પુછવુ કે આ ખુણો (મૂળ ખુણો) કાટખુણા કરતા કેટલો મોટો છે? ब આગળ છેડો

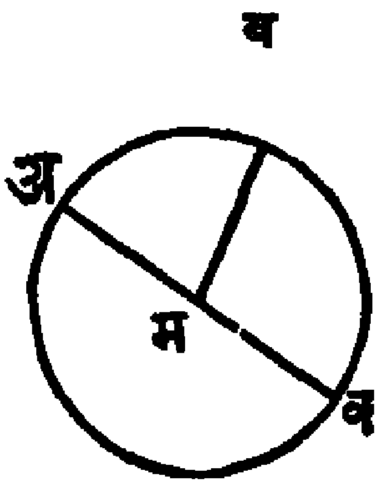
* સમજુતિમા આ અને એવા બીજા શબ્દ શિક્ષકને માટેજ છે

હતો ત્યાંના કરતા હવે કેટલો મોટો એ ખુણો છે? હવે કેટલા કાટખુણ થયા? વગેરે.

એક કાટખુણો ફરતી વેળા પટીનો છેડો વર્તુળના કેટલા ભાગમાથ ફર્યો? ચોથા. કેટલો ભાગ ફરવાથી બે કાટખુણા થાય? અર્ધો. કેટલે ભાગ ફરવાથી અર્ધો કાટખુણો થાય? આઠમો વગેરે, .

સૂચના—અગાઉનો ભાગ શીખવ્યા પહેલા વર્તુળ, મધ્યબિંદુ પરિધ, વગેરે શબ્દોની માહિતી વિદ્યાર્થીને કરાવવી એ શબ્દોની વ્યાખ્ય મ્હોડે કરાવવાની જરૂર નથી, પરતુ શરૂઆતમા તેના અર્થ બરાબર સમજ અને તેનો ઉપયોગ બરાબર કરે તો બસ છે

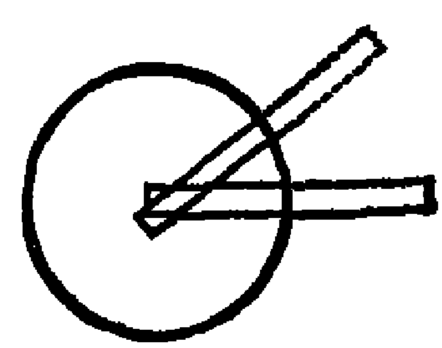
વ્યાખ્યા—જો કોઇ આકૃતિની એક એવી વક્ર લીટીથી હદ થએલી હોય કે તે વક્ર લીટી સુધી આકૃતિ માહેના એક મુકરર બિંદુમાથી કોઇ પણ સીધી લીટીનુ અંતર લઇએ તો તે અંતર હમેશા એકનુ એકજ રહે તો તે આકૃતિ **વર્તુળ** છે આવી વક્ર લીટી તે **પરિધ** કે **પરિધિ** છે.



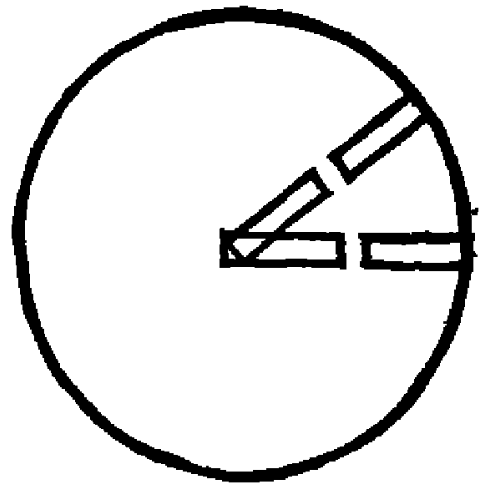
વ્યાખ્યા—વર્તુળમા જે (म) મુકરર બિંદુથી પરિધ સુધી સરખ લીટી દોરી હોય તે બિંદુને વર્તુળનુ **મધ્યબિંદુ** કહે છે. અને ર સરખી લીટીઓ **ત્રિજ્યા** કહેવાય છે. પરિધના કોઇ પણ ભાગને **કૌં**· કે **ચાપ** કહે છે વર્તુળમા પરિધ સુધી બંને બાજુ મધ્યબિંદુમાં જતી લીટી **વ્યાસ** છે

(ख). ખુણાઓનુ મહત્ત્વ.

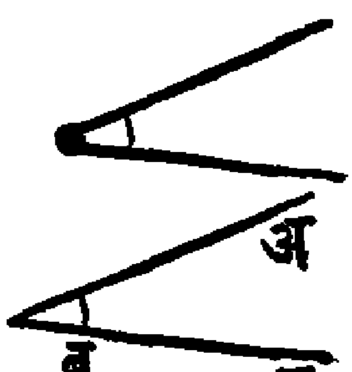
પાસેની આકૃતિમા બતાવ્યા પ્રમાણે બે પટીઓની વચ્ચે અર્ધો કાટખુણો થાય તેમ પટીઓ ગોઠવો ત્યાર પછી એ પટીઓની સાથે બીજી એવડીજ પટીઓ બાંધી દરેક પટી બેવડી કરો પછી પૂછો કે પટીઓને શુ કર્યું છે? આ ખુણો પહેલાના કરતા બેવડો થયો છે? પહેલા



કેવડો ખુણો હનો ? ઉપલી પટીને ફેરવતા વર્તુળનો કેટલામો ભાગ પહેલી વખતે રોકાયો હતો? આઠમો ભાગ હવે પટી બેવડી કર્યા પછી વર્તુળનો કેટલામો ભાગ પટી ફરી છે? આઠમો ભાગ આ ઉપરથી પટીઓ બેવડી કર્યાથી પહેલી વખતના ખુણામા કાંઈ ફેર પડયો છે? ખુણો મોટો કરવાને **પટીઓને લાંબી કરી હોય તો તે મોટો થઇ શકે ખરો?** નહિ તો મોટો કરવાને માટે શુ કરવુ જોઇએ ? ઉપલી પટીને ઉપરથી ડાબા હાથ તરફ ફેરવવી જોઇએ

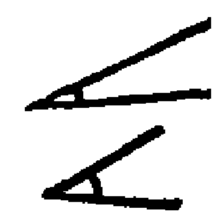


પાસે પ્રમાણે બીજો વર્તુળ કાઢી પટીઓ ગોઠવી, બન્ને પટીઓને હવે અર્ધી કરો અને પૂછો કે પટીઓનુ શુ કર્યું ? પહેલા બે પટીઓની વચ્ચે વર્તુળનો કેટલામો ભાગ રોકાયો હતો ? પટીઓ અર્ધી કરવાથી હવે કેટલો રોકાયો છે ? પટી ટુકી કરવાથી ખુણો નાનો થયો છે ? નહિ તો ખુણો **નાનો કરવાને આપણે શુ કરવું જોઇએ? પટીને નીચેથી ફેરવવી જોઈએ.** ત્યારે પટીઓ નાની કરવાથી ખુણો નાનો થઇ શકે ખરો ? નહિ



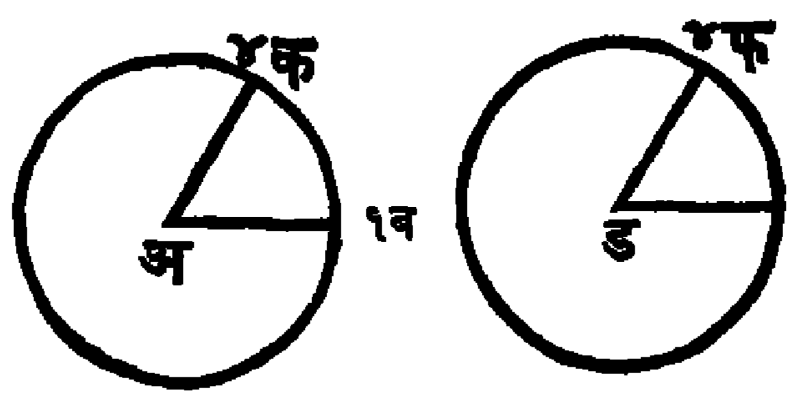
ગમે તે કોઇ સરખા પણ નાના મોટા હાથવાળા બે ખુણા પાટીઆ ઉપર કાઢો આ બેમા મોટો કયો છે ? મોટા હાથવાળો ખુણો મોટો છે એવો જવાબ મળશે, પછી ડીવાઇડર્ઝ લઈ તેનુ માથુ ખુણા ઉપર મુકી બન્ને હાથ એક ખુણાના હાથ ઉપર આવે તેમ પહોળુ કરો, પછી ડીવાઇડર્ઝને તેમનુ તેમજ ઉંચકી બીજા ખુણા ઉપર માથુ બરાબર મુકી હાથો ખુણાના હાથ ઉપર ગોઠવો અને પૂછો કે પહેલી વખત ખુણાના જેટલુ ડીવાઈડર્ઝને પહોળુ કયુ હતું ? પછી ડીવાઇડર્ઝને સાકળુ આણવા

મ્હોળુ કર્યું ? ડીવાઇડર્ઝને તેમને તેમજ બીજા ખુણા ઉપર મૂક્યુ કે પહોળુ કરીને મૂક્યુ ? છોકરાઓ પાસે પણ ડીવાઇડર્ઝના ખુણા સાથે ખુણાઓના માપ સરખાવાવી જોવા, અથવા વર્તુળના મધ્ય બિંદુ સાથે ડીવાઇડર્ઝના માથાને રાખી વર્તુળનો કેટલામો ભાગ પહેલા ખુણા સાથે માપ્યા પછી તે રોકે છે, અને બીજા ખુણા સાથે માપ્યા પછી તે રોકે છે તે પ્રત્યક્ષ બતાવવુ અને પૂછવુ કે આ બન્ને ખુણા વચ્ચે કાંઇ ફેર છે ? નહિ.



પાસે પ્રમાણેના બે ખુણા પાટીઆ ઉપર દોરો. મોટા ખુણાના હાથ કરતા નાના ખુણાના હાથ મોટા કરો. ઉપર પ્રમાણેના સવાલ જવાબ કરી, ડીવાઇડર્ઝથી સરખાવી, અથવા ડીવાઇડર્ઝની મદદથી વર્તુળના ભાગ સાથે સરખાવી બે ખુણામાથી મોટે કયો છે તે પૂછો, નાના હાથવાળો મોટો છે ? “ હા. ”

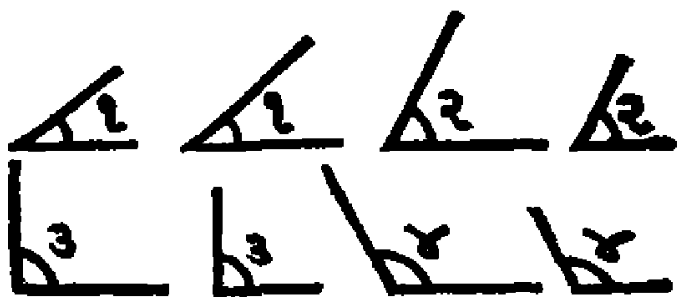
આ પ્રયોગો પરથી ખુણાઓના નાનામોટાપણાનો આધાર શા ઉપર રહે ? હાથો લંબાવ્યાથી ખુણો મોટો થાય છે ? ટુંકા કર્યાથી નાનો થાય છે ?



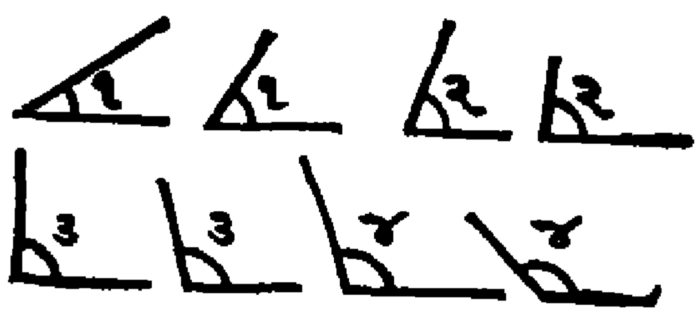
વર્તુળમા अ क-ને ફેરવી ब अ क ખુણો પરિધના ૧થી ૪ ભાગ રોકે એવડો બનાવો બીજા વર્તુળમા ड इ ઉપર ड फ-ને કેટલી ફેરવીએ તો ब अ कના જેવડો ખુણો થાય ? ૧થી ૪ બે ખુણાઓ સરખા હોય તો આ ઉપરથી શુ અનુમાન નીકળે છે ? વિદ્યાર્થી પાસે નિયમ કઢાવવો. ન નીકળે તો ફરીથી સમજાવવુ

“જે બે ખુણાઓના હાથો વર્તુળના સરખા ભાગમાંથી (સરખા અંશમાંથી) ફરે છે તે ખુણા સરખા છે” એમ કહો.

(ग) ખુણાઓની સમાનતા કે અસમાનતા બતાવવાની રીત.



પાસે પ્રમાણે સરખા ખુણાઓની ચાર જોડ લો. ૧ને ૧ ઉપર, ૨ને ૨ ઉપર, ૩ને ૩ ઉપર, અને ૪ને ૪ ઉપર શિરોબિંદુ શિરોબિંદુ ઉપર આવે ને ખુણાના હાથો એક બીજા ઉપર આવે તેમ મૂકો પૂછો કે આ ખુણો આ ખુણા પર મળી જાય છે? બરાબર મળી જાય છે? એકનો આ હાથ બીજાના આ હાથ ઉપર બરાબર આવેલો છે? બીજા હાથો પણ મળી જાય છે? માટે આ ખુણાઓ સરખા છે.

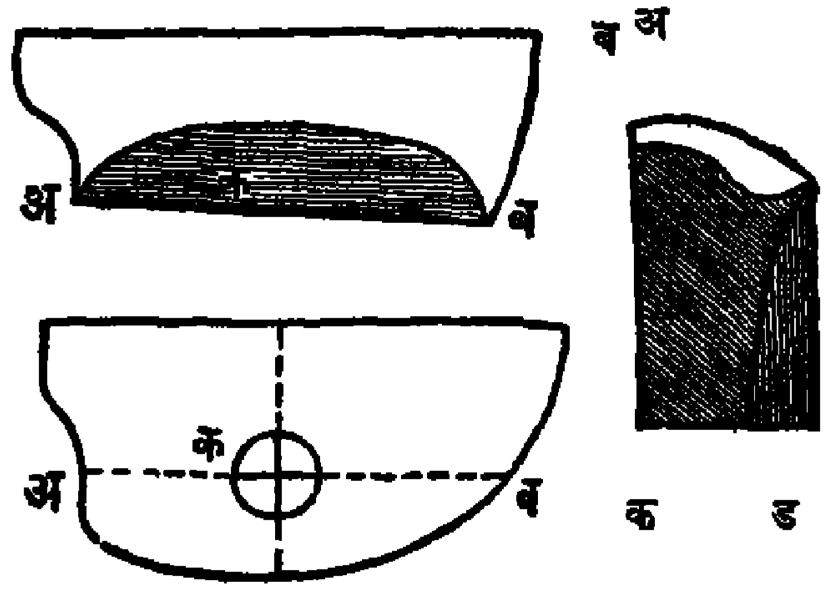


પાસે પ્રમાણે અસમાન ખુણાઓની ચાર જોડ લો. શિરોબિંદુઓ બરાબર મળી જાય અને એકેક હાથ બરાબર મળી જાય તેમ ૧ને ૧ ઉપર ૨ને ૨ ઉપર, ૩ને ૩ ઉપર, ને ૪ને ૪ ઉપર ગોઠવો આ ખુણાના બીજા હાથ ક્યા પડે છે? એ હાથ અંદર પડે છે કે બહાર? અંદર. આ ખુણાઓ સરખા છે? નાના ક્યા છે? મોટા ક્યા છે? નાના ખુણાનો ઉપલો હાથ અંદર કે બહાર પડે છે? વગેરે.

આ ઉપરથી ઠસાવો કે ખુણાઓનું નાનામ્હોટાપણું ખુણા જે બાજુ–લીટીઓની વચ્ચે થાય છે તેની લંબાઇ ઉપર આધાર રાખતું નથી, પણ તે હાથો વધારે કે ઓછુ દૂરે તેના ઉપર આધાર રાખે છે. ખુણાઓના હાથની વચ્ચે વધારે ઓછી જગ્યા હોય તો ખુણો મોટો નાનો થાય ખરો? નહિ. આ નિયમો બરાબર ઠસાવ્યા પછી આગળ ચાલવું.

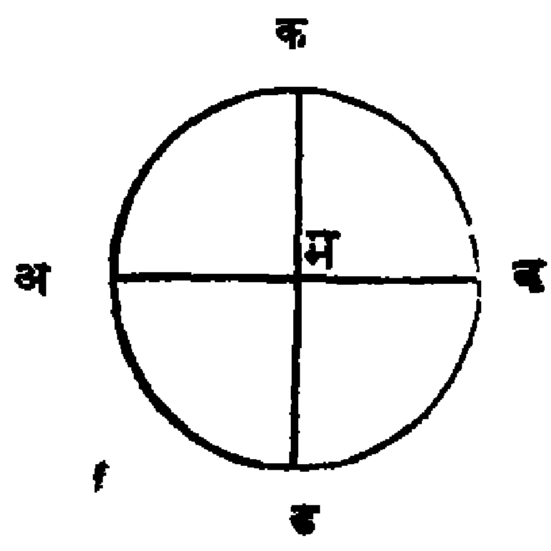
(घ). કાટખુણો.

કોઇપણ કાગળનો કટકો લો તેની વચ્ચે એક આડો अ ब સળ વાળો, અને ફરીથી એ સળની કોર બરાબર એક ભાગ બીજા પર મળી જાય તેમ વચ્ચે બીજો સળ વાળો આ પ્રમાણે એ સળની વચ્ચેનો ખુણો (क) બતાવી પૂછો કે પહેલા જે કાટખુણો બતાવ્યો હતો તેની બરાબર આ ખુણો છે ?

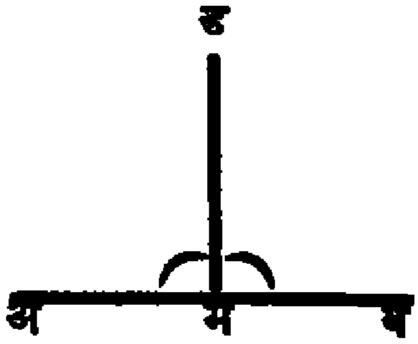


એક સળ ઉખેડો અને એ કાટખુણા બતાવો, બીજો સળ ઉખેડી ચાર કાટખુણા બતાવો, સામાન્ય વસ્તુઓના દાખલા–પાના, ટેબલ, પાટલી, સ્લેટ,–લઈ "કાટખુણા"નો વિચાર બરાબર ઠસાવો બીજા નાના મોટા ખુણા લઇ એક કાટખુણા સાથે સરખાવો અને એ પ્રમાણે કાટખુણા કરતા નાના અને મોટા ખુણાઓ પણ ઠસાવો કપાસ ઉઘાડાવી જુઓ કે વિદ્યાર્થી કાટખુણો કરી શકે છે કે નહિ

એક વર્તુળ કાઢી ઉપલો પ્રયોગ ફરી કરો વર્તુળના મધ્યબિંદુ આગળ કેટલા કાટખુણા થાય છે ? अ ब સળની ઉપલી બાજુએ કેટલા ખુણા છે ? આ ખુણા સરખા છે ? अ ब સળ ઉપર म क સળ કેવી રીતે પડે છે તેની આજુબાજુના ખુણા બરાબર છે ? આ ઉપરથી કાટખુણાની વ્યાખ્યા કઢાવવી.

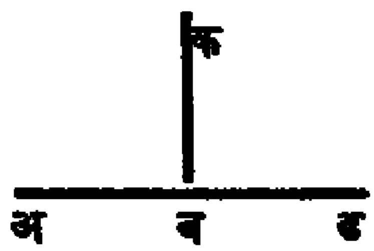


વ્યાખ્યા—જે એક લીટી બીજી લીટી ઉપર પડે અને બન્ને બાજુના ખુણા સરખા થાય તો તે દરેક કાટ-ખુણો કહેવાય છે અથવા ખુણાઓના હાથોની વચ્ચે વર્તુળનો ચોથો ભાગ રોકાય તો તે ખુણો કાટખૂણો છે, એટલે હાથો વર્તુળના ચોથા ભાગમાંથી ફરે છે



ચાર પાંચ કાટખુણા સળ પાડી બનાવો એકને બીજાની ઉપર બરાબર ગોઠવો આ ખુણાઓ બરાબર ગોઠવ્યા છે? એક બીજાના હાથો બરાબર મળી ગયા? ખુણાઓ બરાબર મળી ગયા છે? આ ઉપરથી ઠસાવો કે **સઘળા કાટખૂણાઓ બરોબર છે**

વ્યાખ્યા. એક લીટીથી બીજી લીટી સાથે કાટખુણો થાય તો તે બે લીટીઓમાની એક બીજીને **લંબ** છે એમ કહેવાય છે આકૃતિમા अ ब, बकने લબ છે, અને ब क, ब अने લબ છે



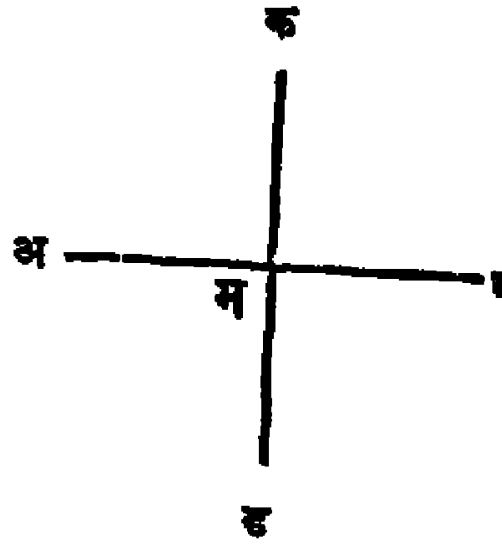
(ड). લંબ દોરવાની રીત.

૧લી રીત. કાગળનો એક કકડો લો. એ કકડામા એક સળ વાળો આ સળની કોરો એક બીજા પર બરાબર મળી જાય તેમ ફરીને સળ વાળો કાગળ ઉકેલી જુઓ બીજા સળથી પહેલા સળ ઉપર કેવડો ખૂણો થાય છે? કાટખુણો. આ ઉપરથી કાગળમા સળ પાડી એક લીટી ઉપર લબ દોરવા માટે શું કરવુ જોઇએ? સળ કેવી રીતે પાડવો જોઇએ?

૨જી રીત. ઉપલી રીતથી, આપેલી લીટીની બહાર બિંદુ આપ્યું હોય, તો લબ કેવી રીતે દોરી શકાય? આપેલી લીટી ઉપર કાગળને બેવડ વાળો. આપેલા બિંદુમાંથી ટાંકણીથી અથવા કપાસના અગ્ર બિંદુથી છિદ્ર પાડો. આ બે બિંદુની વચ્ચે સળ વાળો કાગળને આ સળની ઉપર ફરીથી બેવડ વાળો. કોરો બરાબર મળી જાય છે? દરેક

ખુણો કેવડો ? કાટખુણો. કાગળ ઉકેલી જુઓ. આપેલા બિંદુમાંથી આપેલી લીટી ઉપર લંબ દોરવા માટે કયી રીત છે ?

૩૭ રીત. अब આપેલી લીટી છે. क આપેલું બિંદુ છે. કાગળમાં એવો સળ વાળો કે अबનો એક બાજુ ઉપરનો मअ ભાગ બીજી બાજુ ઉપરના मब ભાગ ઉપર બરાબર મળી રહે, અને ઉભો સળ कમાંથી જાય. સળોની કોરો બરાબર મળી જાય છે ? આ દરેક ખુણો કેવડો ? કાટખુણો. कમાંથી લંબ દોરવાને કયી રીત કામ લાગે છે ?



પ્રશ્નો.

૧ તમારા ડીવાઇડરના હાથ પહોળા કરી કાટખુણો કરો

૨ તમારા સેટસ્કવેરોના સૈાથી મોટા ખુણા કેવા છે ?

૩ તમારી ચોપડીના પાનાના ખુણાઓ કેવા છે ?

સૂચના. નીચેના પ્રશ્નોમાં ઘડીઆળમાં એક કાંટો ચાલે તો બીજો ચાલતો નથી એમ સમજવું કાગળનું ઘડીઆળ પટીના કાટાવાળું અને એકથી બાર અંક સુધીનું હોય તો સારૂં નહિ તો તે બનાવવું

૪ બન્ને કાટા ૬ ઉપર છે એક કાટો ૩ ઉપર આણો તો બે કાટાની વચ્ચેનો ખુણો કાટખુણા કરતાં નાનો કે મોટો છે ?

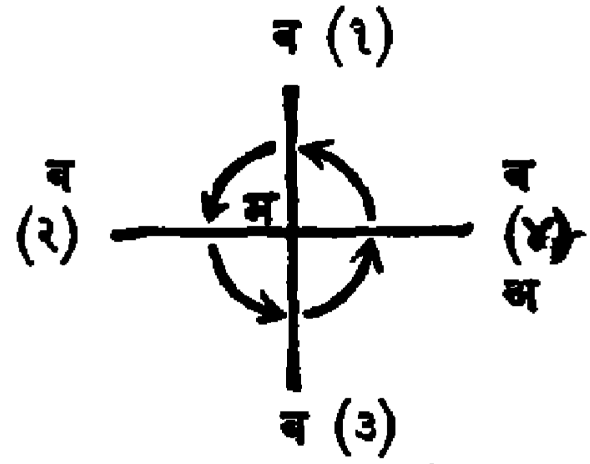
૫. બે કાટા ૩ ઉપર છે એક કાંટો બાર ઉપર લઇએ તો બન્ને કાટા વચ્ચે કેવડો ખુણો થયો ?

૬ બન્ને કાટા ૩ ઉપર છે. એક કાટો ૯ ઉપર લઇએ તો બે કાટા વચ્ચેનો ખુણો કેવડો થયો ?

૭ બન્ને કાટા ૬ ઉપર છે. એક કાંટો ૧૨ ઉપર લઇએ તો બે કાટા વચ્ચેનો ખુણો કેવડો થયો ?

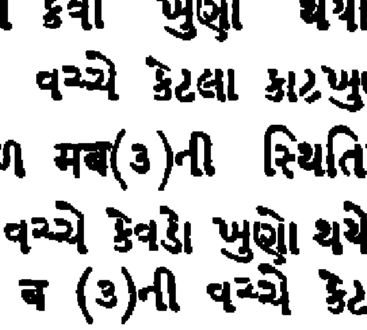
૮. બન્ને કાટા ૫ ઉપર છે. એક કાંટો ૨ ઉપર લો, તો બન્નેની વચ્ચે કેવડો ખુણો થશે ? બીજાને હવે ૮ ઉપર લઇએ તો બન્ને કાટા વચ્ચે કેવડો ખુણો થશે ?

(ज) કોઈપણ બિંદુની આસપાસ થતા ખુણાનો સરવાળો.



પાસેની આકૃતિ પ્રમાણે म अ પટી ઉપર म ब પટી મુકો એની વચ્ચે કેવડો ખુણો થાય છે ? બન્ને પટી કેવી રીતે મુકેલી છે ? પછી मअને સ્થિર રાખી मबને ब (૧) સ્થિતિમા આવે તેમ ફેરવો. હવે એ પટીઓ કેમ આવી છે ? એની વચ્ચે કેવડો ખુણો થયો છે ? કાટખુણો એ વખતે કેટલા કાટખુણા થયા છે ? એક કાટખુણો. પછી मअને એજ સ્થિતિમા રાખી मबને ब(૨)ની સ્થિતિમા આવે તેમ-ફેરવો હવે मब(૧) અને मब(૨)ની વચ્ચે કેવો ખુણો થયો ? એ કેટલા કાટખુણા છે ? म अ અને मब(૨)ની વચ્ચે કેટલા કાટખુણા થયા ? બે કાટખુણા. मबને ફરીથી આગળ मब(૩)ની સ્થિતિમાં આવે તેમ ફેરવો म ब (૨) અને म ब (૩)ની વચ્ચે કેવડો ખુણો થયો ? એ કેટલા કાટખુણા થયા છે ? હવે म अ અને म ब (૩)ની વચ્ચે કેટલા કાટખુણા થયા છે ? ત્રણ કાટખુણા. मबને ब ફરીથી ब (૪)ની એટલે अની સ્થિતિમા આવે તેમ ફેરવો. म ब (૩) અને म ब (૪)ની વચ્ચે કેવડો ખુણો થયો ? मअને म ब (૨) વચ્ચે કેવડો ખુણો થયો ? એ ખુણો કેવો છે ? ઘડીઆળના કાંટાની ઉલટી દિશામા (દિશા બતાવી) જતા म अ અને मबની વચ્ચે કેટલા કાટખુણા થયા ? ચાર કાટખુણા.

વળી કાગળમા કાટખુણો થાય તેમ સળો વાળી કાગળ ઉકેલી બતાવો કે સળોના *છેદનબિંદુની આજુબાજુ કેટલા ખુણા થયા ? એ ખુણા કેવા છે ? કેટલા કાટખુણા છે? વળી પાસે પ્રમાણે બે લીટી કાટખુણે દોરો છેદનબિંદુ (म) આગળ કેટલા કાટ-ખુણાછે ? म૧ દોરો. એ ચાર કાટખુણામાથી કોઇ ભાગ ઘટયો છે ? કોઇ વધ્યો છે ? म૨, म૩, म૪, વગેરે દોરી એ નિયમ ઠસાવો.

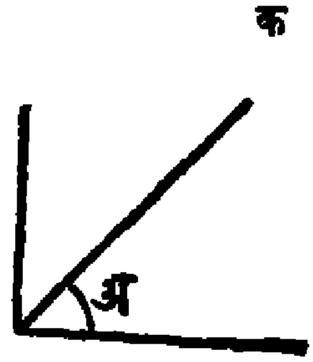


*બે લીટી (સીધી કે વાકી) જે બિંદુમા છેદે કે મળે તે છેદનબિંદુ છે.

આ પ્રમાણે એક બિંદુની આસપાસ એક લીટી ફરતી ફરતી ઉપરથી નીચે આવી તેજ સ્થિતિમા પાછી આવે તો કેટલા કાટખુણા થાય છે? એ લીટી કેટલા કાટખુણામાથી ફરે છે? ચાર કાટખુણા.

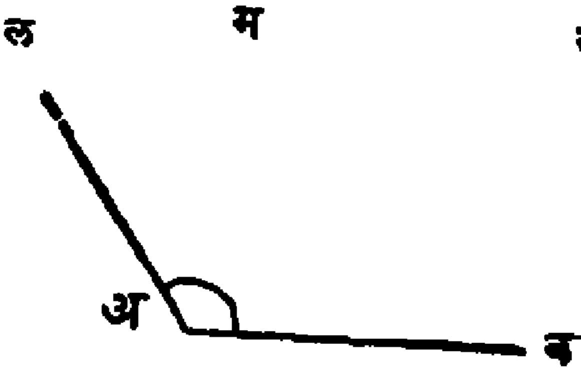
એક બિંદુ આગળ ગમે તેટલી જુદી જુદી લીટીઓ દોરીએ તો તે લીટીઓની વચ્ચેના ખુણાનો સરવાળો શુ થાય છે?

આ નિયમ ઠસાવ્યા પછી નીચેની વ્યાખ્યાઓ પાકી કરાવવી.



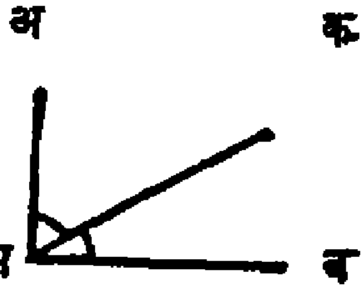
વ્યાખ્યા—એક કાટખુણાથી નાના ખુણાને ઉનકાટખુણ (ઉન=ઓછો, કાટખુણાથી ઓછો) કે સાંકડો ખુણો કહે છે

∠अ કે ∠बमक સાકડો ખુણો છે

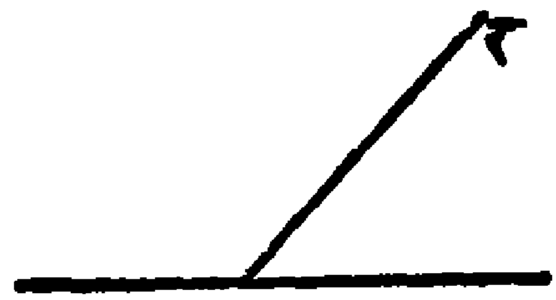


વ્યાખ્યા—એક કાટખુણાથી મોટો પણ બે કાટખુણાથી નાનો ખુણો હોય તેને અતિકાટખુણ (અતિ=મોટો, કાટખુણાથી મોટો) કે પહોળો ખુણો કહે છે

∠बअल પહોળો ખુણો છે



વ્યાખ્યા—બે ખુણાનો સરવાળો એક કાટખુણા બરાબર હોય તો તે દરેકને એક કાટખુણપૂર્ણી વા કેાટિખુણો કહે છે. ∠बमक, ∠कमअ કેાટિખુણો છે.



વ્યાખ્યા—બે ખુણાનો સરવાળો બે કાટખુણા બરાબર હોય તો તે દરેકને દ્વિકાટખુણપૂર્ણી કે ન્યૂનતાપૂરક ખુણો કહે છે.

∠ बमर, કે ∠ कमर ન્યૂનતાપૂરક છે क

વ્યાખ્યા-કોઇપણ સીધી લીટીની અંદરના કોઇપણ બિંદુ આગળ તે લીટીની એકજ બાજુએ જે ખુણો હોય છે તે દ્વિકાટખુણ છે.

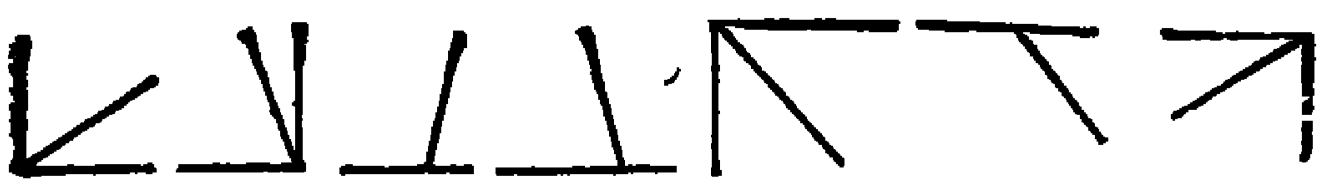


પ્રશ્નો.

૯. નીચેના ખુણાઓમાં સાકડો ખૂણો કયો? પહોળો ખૂણો કયો? અને કાટખૂણો કયો?

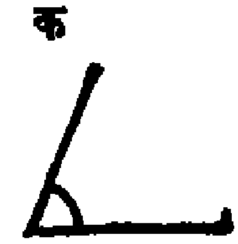


૧૦ નીચેના ખૂણાઓમા કોટિખુણા કયા? અને ન્યૂનતાપૂરક કયા?



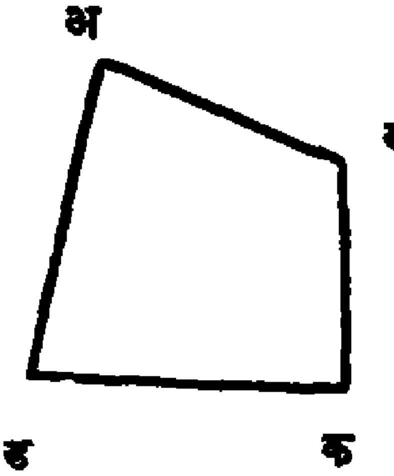
૧૧. ઉપર પ્રમાણે દશ ખુણાઓ કાઢી પ્રશ્ન ૯ અને ૧૦ પ્રમાણે પ્રશ્નો પૂછી ખુણાઓનો પ્રકાર બરાબર ઠસાવો

(છ) ખુણા ઓળખવાની રીત.



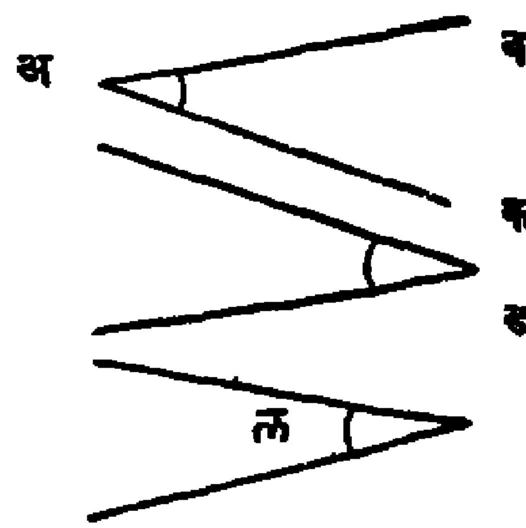
બે લીટીઓ દોરી એક ખુણો બનાવો. અને પાસેની આકૃતિ પ્રમાણે અક્ષરો મૂકો જે બે લીટીઓની વચ્ચે ખુણો થાય છે તેને તે ખુણાની **શાખાલીટી** કે **હાથ** કહે છે. અબ, અક ખુણાના હાથ છે એ શાખાલીટીઓ જ્યા મળે છે તે બિંદુને ખુણાનુ **શિરોબિંદુ** કે **કોણબિંદુ** કહે છે ઉપલી આકૃતિમા અ બિંદુ શિરોબિંદુ છે. ખુણાનું નામ આપવા માટે આપણે ખુણાના શિરોબિંદુ આગળનો અક્ષર વચ્ચે મૂકી તેની આજુબાજુ શાખાલીટી આગળના બીજા અક્ષરો મૂકીએ છીએ. જેમકે ઉપલો ખુણો બઅક, અથવા કઅબ કહેવાય છે.

વળી કોઇપણ આકૃતિને અક્ષરથી ઓળખવા માટે કોઇપણ ખુણાના શિરોબિંદુ આગળનો અક્ષર લઇ ત્યાંથી અનુક્રમે આવતા અક્ષરો (ઉપરથી કે નીચેથી) સાથે લઈ બોલવાનો (મૂળ અક્ષર આવે ત્યાં સુધી, પણ તે અક્ષર નહિ) રિવાજ છે. ઉપલી આકૃતિ



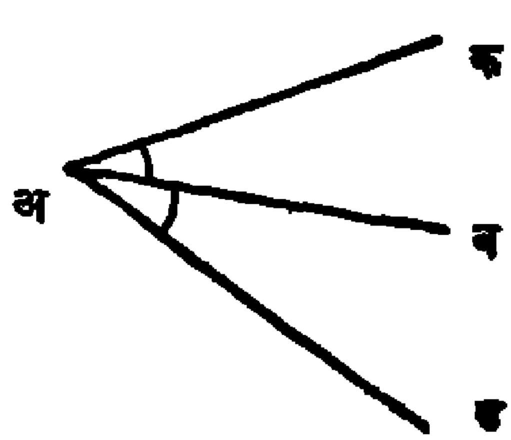
अबकड, बकडअ વગેરે, અથવા अडकब डकबअ, વગેરે બોલાય છે સામાન્ય રીતે જે અક્ષરો વપરાયા હોય તેમાંના પહેલા (મૂળાક્ષરના) અક્ષરથી શરૂ કરવાનો રિવાજ છે. જેમકે ઉપલી આકૃતિ अबकड બોલાય છે.

ખુણાઓને ઓળખવા માટે ઉપર સિવાયની બીજી રીતો પણ છે જેમકે પાસેનો ખુણો बअकथी ઓળખાય એટલુંજ નહિ, પરંતુ કોઇ વખતે ખુણાની શાખાલીટીના બહારના છેડા ઉપર અક્ષર ન લખી ખુણા આગળજ અંદરથી કે બહારથી એક અક્ષર મુકાય છે, જેમકે ખુણો बअक ખુણો ड અથવા ખુણો लથી પણ ઓળખાય છે.



સંજ્ઞા (ટુંકી રીત). "ખુણો" શબ્દને માટે ∠ આવું ચિન્હ ખુણાની આગાઉ મૂકવાનો રિવાજ છે. જેમકે ∠बअक એટલે ખુણો बअक; ∠ड = ખુણો ड, ∠ल = ખુણો ल

વ્યાખ્યા–પાસેની આકૃતિ પ્રમાણે બે ખુણાઓની વચ્ચે એકજ શાખા લીટી હોય અને એકજ બિંદુમાં તે ખુણાઓ મળતા હોય તો એ ખુણાઓને પાસેપાસેના ખુણા કહે છે ∠कअब, ∠बअड પાસેપાસેના ખુણા છે.



अडनी ઉપર अ બિંદુ સ્થિર રાખી अकने ફેરવેા. अकमा તે આવે ત્યારે અટકેા. કયેા ખુણેા થયેા ? डअक પછી ફરીથી अडथी લઈ अबनी સ્થિતિમા અટકેા. કયેા ખુણેા થયેા ? डअब, અને अबने હજુ આગળ લઈ अक આગળ અટકેા. કયેા ખુણેા થયેા ? बअक डअब અને बअक ખુણાને ભેગા કરીએ તેા કયેા ખુણેા થાય ? डअक આ ઉપરથી શુ સમજો છેા તે કહેા.

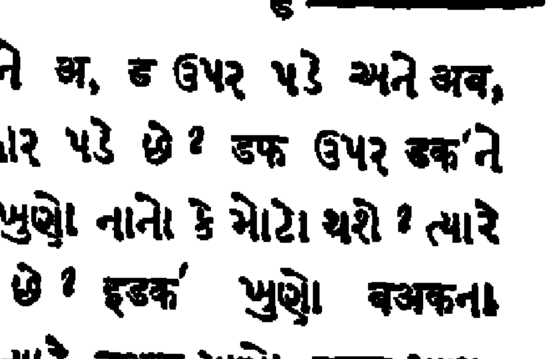
પ્રશ્ન



૧૨ ઉપલી આકૃતિમાંના ખુણાઓને નામ આપેા કયા કયા ખુણા પાસેપાસેના ખુણા છે ? નામ આપી તે ખુણાઓ કહેા

(ज) ખુણાઓની સરખામણી

બે ખુણામાં કયેા કેાનાથી મેાટેા છે તે પારખવાની રીત.

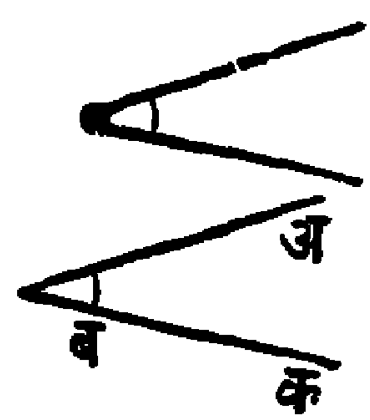


પાસે પ્રમાણે बअक, इडफ ખુણાએા લેા. बअक ખુણા ઉપર તેલીએા કાગળ અથવા કેાઇ પાતળેા (ઉપરથી નીચેનેા ખુણેા દેખાય એવેા) કાગળ મૂકેા, અને નીચેના बअक ખુણાની નકલ પેન્સીલથી કાગળ ખસ્યા વિના કરેા. એ કાગળને ઉંચકીને अ, ड ઉપર પડે અને अब, डइ ઉપર પડે તેમ ગેાઠવેા. अक, इफनी બહાર પડે છે ? डफ ઉપર डक'ને લાવવા માટે શુ કરવુ જોઇએ ? ત્યારે इडक' ખુણેા નાનેા કે મેાટેા થશે ? ત્યારે इडक ખુણેા इडफना કરતા નાનેા કે મેાટેા છે ? इडक' ખુણેા बअकना કરતા મેાટેા કે નાનેા છે ? કે બરાબર છે ? ત્યારે बअक ખુણેા, इडफ ખુણા કરતા મેાટેા કે નાનેા છે ?

ब अ क ખુણાને નાનેા દેારી એજ પ્રમાણે પ્રશ્નેાત્તર કરવા.

તેલીઆ કાગળ અથવા પાતળા કાગળ ઉપર આપેલા ખુણાની નકલ કરવી હોય તો બીજી *કોઇ રીતે તેવડો ખુણો બનાવી ઉપર પ્રમાણે પ્રયોગ કરવો

*આપેલા ખુણાના જેવડો ખુણો નીચેની રીતે પણ બનાવી શકાય છે —



(૧) अ ब क ખુણાની નીચે કાગળ મુકો ઉપરથી, अ, ब, कમાથી ટાકણીથી છિદ્રો પાડો ખુણો ઉપાડી લઈ નીચેના કાગળમા જ્યા છિદ્રો પડયા છે ત્યા क' ब', ब' अ' સાધો, તો क' ब' अ' ખુણો क ब अ ખુણાની ખરેખરી નકલ છે.

(૨) ब अ क ખુણો अ बને अकની ઉપર ફેરવીએ ત્યારે બને છે માટે अ ब ત્રિજ્યા વર્તુળના क ब ભાગમાથીજ ફરી છે. માટે વર્તુળના क ब ભાગ જેટલાજ ભાગમાથી ઉપલી લીટીને ફેરવીએ તો क अ ब ખુણા જેવડો ખુણો થશે માટે अकના જેવડી ड प લીટી લો. અને ड બિંદુ મધ્યબિંદુ લઈ अकના જેવડી (ड प બરાબર) ત્રિજ્યા લઈ વર્તુળનુ કૌંસ દોરો અને क ब માપી લો प મધ્યબિંદુ અને क ब ત્રિજ્યા લઈ બીજુ કૌંસ દોરો આ કૌસ આગલા કૌંસને ळ મા છેદે છે ड ळ સાધો ખરૂ જોતા આપણે ∠कअबને न ઉચકતા તેના ત્રણે બાગો (ત્રણુ બાજુ) જુદી પણુ તેવીજ સ્થિતિમા મૂકયા છે માટે पडळ ખુણો कअब ખુણા બરાબર છે.

ટીપ. પાચ દશ ખુણાઓ કાગળ ઉપર કઢાવી તેના જેવડા ખુણા વિદ્યાર્થીઓ પાસે કઢાવી પહેલી અને બીજી રીત ખાસ કરીને ઠસાવવી

પ્રશ્નો.

૧૩ તેલીઆ કાગળ ઉપર પાચ ખુણાની નકલ કરી કાગળ ઉંચકી લઇ ફરીથી ખુણો ગેાઠવી તપાસી જુઓ કે ખુણો બરાબર થયો છે કે નહિ.

૧૪ પાસેના ખુણાઓની જોડોમા બબ્બે ખુણા સરખાવી કયો કોનાથી મોટો છે તે બતાવો.



૧૫ પાસેના ખુણાઓની જોડોમા બબ્બે ખુણા સરખાવી મોટો કયો અને નાનો કયો તે કહો



૧૬. પાસેના ખુણા—



-ઓ સરખાવો.

૧૭ પાસેના ખુણાઓમા સૈાથી મોટો અને સૈાથી નાનો કયો ?



૧૮ હાથથીજ દશ કાટખૂણા કાઢો. અને બબ્બેને સરખાવી જુઓ. કાંઇ ફેર લાગે છે કે નહિ ?

૧૯. હાથથીજ દશ સાકડા ખૂણા કાઢો

૨૦. હાથથીજ દશ પહોળા ખૂણા કાઢો.

(ક્ષ) ખુણાના વિભાગ.

કાગળના કકડામા સળો વાળી એક કાટખુણો બનાવો અને તે કાપી કાઢો. કાટખુણાની શાખાલીટીઓ એક બીજી પર બરાબર મળી જાય તેમ સળ વાળો કાટખુણાના કેટલા સરખા ભાગ થયા છે ? દરેક ભાગ કેટલો કાટખુણો છે ? અર્ધો. એવળ વાળેલા ભાગને ઉપર પ્રમાણેજ ફરીથી એવળ વાળો હવે કાટખુણાના કેટલા ભાગ થયા છે ? દરેક ભાગ કેટલો કાટખુણો છે ? ચતુર્થાંશ.

જે પ્રમાણે રૂપીઆના સોળ ભાગ કરીએ તો દરેક ભાગને આનો કહીએ છીએ, તે પ્રમાણે એક કાટખુણાના ૯૦ સરખા ભાગ કરેલા છે અને તે દરેકને અંશ કહે છે. કોણમાપક સાહિત્ય ઉપરના અંશ બતાવવા અને તેની સંખ્યા બરાબર સમજાવવી, પછી ખાત્રી કરવી કે એક કાટખુણાના ૯૦ સરખા ભાગ (અંશ) કરેલા છે.

એક લીટીને બીજી લીટીની આસપાસ વર્તુળના આકારમા ફેરવવાથી ખુણો થાય છે એમ આપણે ઉપર જોયુ છે. એક આખા વર્તુળના ૩૬૦ (સરખા) ભાગ કરેલા છે, અને એ પ્રમાણે એક કાટખુણાના ૯૦ ભાગ કરેલા છે. આ ઉપરથી કોઇપણ ખુણો માપવો હોય તો તે વર્તુળના ૩૬૦મા ભાગ પરથી મપાય છે *

સંજ્ઞા—અશ શબ્દને માટે (અશના) આકડાની ઉપર આવુ ચિહ્ન (મીંડુ) જમણી બાજુના ઉપલા ખુણા ઉપર મૂકવામા આવે છે જેમકે ૧૩° એટલે ૧૩ અશ, ૪૦° એટલે ૪૦ અશ ૩૧૫° = ૩૧૫ અશ વગેરે.

પ્રશ્નો.

૨૧. એક કાટખૂણામા કેટલા અશ છે? અર્ધા કાટખૂણામા કેટલા અશ છે? ૧/૩ કાટખુણામા કેટલા અશ છે? ૧/૪, ૧/૫, ૧/૬, ૧/૯ ૧/૧૦ ૧/૧૫, ૧/૩૦ કાટખૂણામા કેટલા અશ છે? ૨/૩, ૩/૫, ૪/૧૫, કાટખુણામા કેટલા અશ છે?

૨૨ ઘડીયાળમા ૩ વાગે ત્યારે બે કાટા વચ્ચે કેટલા અશ છે?

૨૩. ઘડીઆળમા ૫ વાગે ત્યારે બે કાટા વચ્ચે કેટલા અશ છે?

૨૪ ઘડીઆળમા ૬ વાગે ત્યારે બે કાટા વચ્ચે કેટલા અશ છે?

૨૫ ઘડીઆળમા નીચે બતાવેલા વખતે બે કાટા વચ્ચે કેટલા અશ છે?

(૧) ૨.૦, (૨) ૪.૦, (૩) ૮.૦, (૪) ૯.૦,
(૫) ૧૧.૦, (૬) ૧૨.૦, (૭) ૧.૦, (૮), વગેરે.

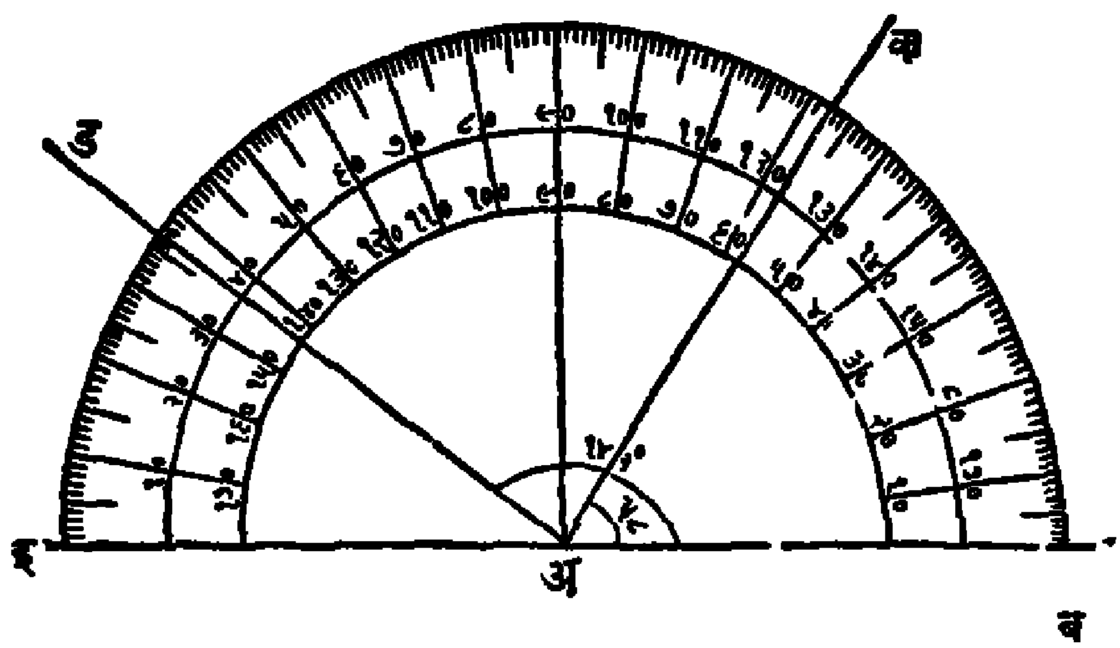
૨૬ પાટીઆ ઉપર નીચેની દિશાઓ દોરી બન્ને દિશાઓ વચ્ચે કેટલા અશ છે તે કહો —

(૧) ઇશાન અને પૂર્વ, (૨) અગ્નિ અને દક્ષિણ, (૩) નૈઋત્ય અને પશ્ચિમ, (૪) વાયવ્ય અને દક્ષિણ, (૫) અગ્નિ અને ઉત્તર, (૬) ઇશાન અને પશ્ચિમ, (૭) ઉત્તર અને દક્ષિણ, (૮) પૂર્વ અને પશ્ચિમ

*પૃથ્વી સૂર્યની આસપાસ ૩૬૫ દિવસમા ફરી રહે છે, એટલે એક વર્તુળ પુરો કરે છે આ ઉપરથી વર્તુળના એટલે ચાર કાટખુણાના ૩૬૦ ભાગ કરેલા લાગે છે ૩૬૫ના કરતા ૩૬૦ સખ્યા વધારે સારી વિભાજ્ય છે. સામાન્ય રીતે મહિનાના ૩૦ દિવસ અને વરસના ૩૬૦ દિવસ છે.

(क्ष) ખુણા માપવાની રીત.

કોઇપણ (ब अ क) ખુણો માપવાનો હોય તો નીચે પ્રમાણે તે માપી શકાય છે—કોણમાપક(પ્રોટ્રેકટર)ને ब अ क ખુણા ઉપર એવી રીતે મૂકવું કે એ સાહિત્યની સીધી કોર अ ब સાથે ઉપરથી જોતા બરાબર મળી જાય. અને તેની સાથેજ પ્રોટ્રેકટરનુ મધ્યબિંદુ ખુણાના શિરોબિંદુ अની સાથે મળે જુઓ કે આપેલા ખુણાની બીજી શાખાલીટી अ क પ્રોટ્રેકટરની નીચેથી ઉપરના કયા અંશમાથી જાય છે अबना ० અંશથી લઈ અંશ ગણતા अ क સુધીમા કેટલા અંશ આવે છે ? ૫૮ માટે ब अ क ખુણો ૫૮°નો છે.



ટીપ. આપેલો ખુણો માપવા માટે કોણમાપકની નીચે ખુણાની એક શાખાલીટી સાહિત્યની આડી કોર સાથે અને ખુણાનુ શિરોબિંદુ સાહિત્યના મધ્યબિંદુ સાથે બરાબર મળી જાય છે ત્યાર પછી બતાવવુ કે ખુણાની બીજી શાખાલીટીથી થતો ખુણો સાહિત્યની જમણી બાજુએ કે ડાબી બાજુએ માપવો છે. ब अ क ખુણાની अ क પહેલી શાખાલીટી જમણી બાજુએ ખુણો કરે છે, ब अ क ખુણાની બીજી શાખાલીટી अ ड પણ જમણી બાજુએ ખુણો કરે છે માટે अ क ઉપર આવેલા અને अ ड ઉપર આવેલા અંશના બબ્બે જુદા આંકડા પૈકી જમણી બાજુ ઉપરથી ૦ અંકથી શરૂ થતા અંશના આકડા ગણવા પરંતુ इ अ ड ખુણો માપવો હોય તો इ अ સાથે अडથી થતો ખુણો ડાબા હાથ તરફ માપવો છે. માટે इ આગળના ० અંકથી શરૂ થતા અંશ ગણવા ∠इअड = ૩૭°નો છે.

સૂચના—પ્રોટ્રેકટરથી આપેલા ખુણા માપવામા કયી વખતે જમણી બાજુના અને કયી વખતે ડાબી બાજુના અશના અકથી શરૂ કરવુ જોઇએ, એ વિદ્યાર્થીના લક્ષમા બરાબર ઠસાવવુ જોઇએ

પ્રશ્નો

૨૭. તમારા સેટસ્કવેરના ખુણાઓના આકાર કાગળ ઉપર પાડી તે માપો.

૨૮. તમારૂ ડીવાઇડઝ પહોળુ કરો. તેના હાથની વચ્ચેના ખુણાના અશ આશરે કહો. તેનો આકાર કાગળ ઉપર કાઢી તે ખુણો માપી જુઓ. (અજમાયશથી અને માપથી કાઢેલા અશોમા ત્રણેક અંશનો ફેર ચાલશે.)

૨૯ પાચ ખુણાઓ દોરો. એ ખુણાઓ માપો અને તે કેટલા કેટલા અશના છે તે કહો.

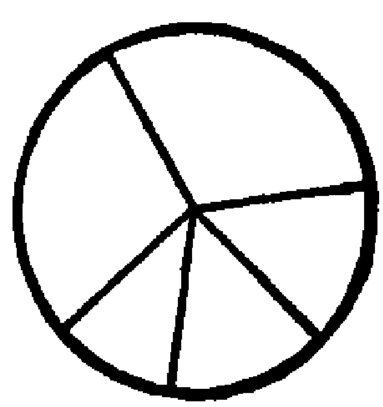
૩૦ નીચે આપેલા ખુણાને પહેલા આખા માપો, પછી દરેક જોડના પેટા ખુણાઓ જુદા જુદા માપો, પછી સરવાળો કરી આખા ખુણાના જેટલા અશ એકદર થાય છે કે નહિ તે જુઓ



૩૧ પ્રશ્ન ૩૦ પ્રમાણેજ નીચેના ખુણાઓ માપી પરિણામ સરખાવી જુઓ.

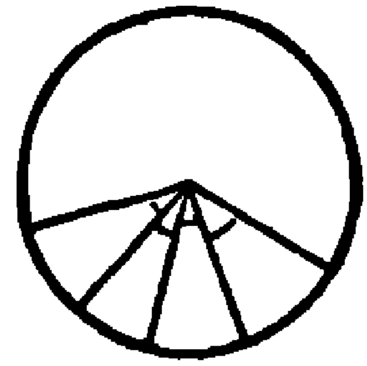


૩૨. એક વર્તુળ દોરો પરિધ ઉપર ગમે તે પાચ બિંદુ લઇ તેને મધ્યબિંદુ સાથે સાધો, પછી મધ્યબિંદુ આગળ થતા પાચ ખુણાઓ માપી સરવાળો કરો. આ પ્રમાણે વર્તુળમા મધ્યબિંદુ આગળ કેટલા કાટખુણા છે ?

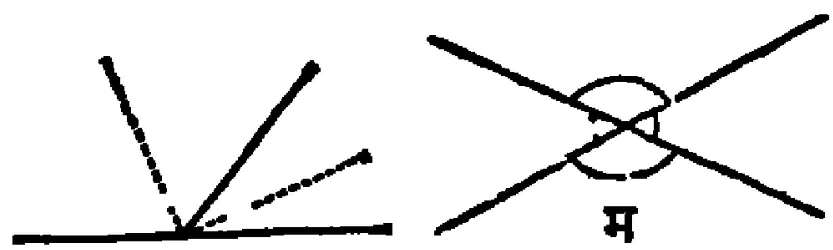


૩૩ પ્રશ્ન ૩૨મા પ્રમાણે વર્તુળ દોરી પરિઘ ઉપર ૬, ૭, ૮, ૯, ૧૦, વગેરે બિંદુઓ લો અને પ્રશ્ન ૩૨મા પ્રમાણેજ બધા ખુણા માપો. પરિણામ શું છે?

૩૪. વર્તુળ દોરી પરિઘ ઉપર ચાર સરખા ભાગ કંપાસથી લો એ છેદનબિંદુઓ મધ્યબિંદુ જોડે સાધો અને એ પાસેપાસેની બબ્બે ત્રિજ્યા વચ્ચેના ખુણા માપો આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો? આ ખુણાઓ સરખા છે?



૩૫ નીચેની આકૃતિના ખુણા માપી સરવાળો કરો અને તે કેટલા કાટખુણા બરાબર છે તે જુઓ.



(ट). ખુણો દુભાગવાની રીત.

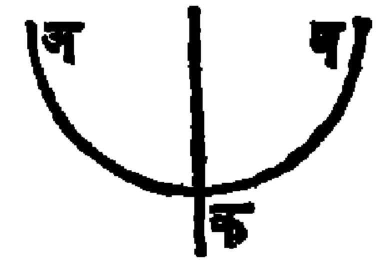
૧લી રીત. अबक ખુણો લો. ∠अबकને એવી રીતે એવડ વાળો કે बअ શાખાલીટી बक ઉપર પડે, અને સળ बमાથી જાય. अबक આખા ખુણાના કેટલા ભાગ થયા છે? એ ભાગો એક બીજા ઉપર બરાબર બેસે છે? માટે આપેલા ખુણાના કેવા ભાગ થાય છે? **એ સરખા ભાગ**

ટીપ. ત્રિજ્યા, મધ્યબિંદુ, કૌંસ, વગેરે શબ્દોને માટે ઉપર આવી ગએલા ભાગનું પુનરાવર્તન અત્રે કરવું

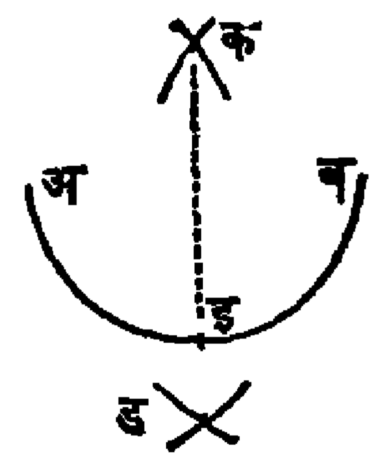
૨જી રીત. ∠ब अ क લો अ મધ્યબિંદુ લઇ કોઈપણ ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળનું કૌંસ દોરો. આ કૌંસ अबને डमा અને अ कने इमां છેદે છે. ड અને इ મધ્યબિંદુ લઇ અને એકજ ત્રિજ્યા લઇ બે કૌંસો फ मा છેદે તેમ દોરો. फ अ સાધો फ अ, ब अ क ખુણાને દુભાગે છે.

૧લી રીત પ્રમાણે ∠बअफने ∠क अ फ ઉપર એવડ વાળી જુઓ. फ अ, ∠बअक ને દુભાગે છે?

વર્તુળના આપેલા કૌંસને દુભાગવાની રીત.



૧લી રીત. अकब કોઇપણ કૌંસ લો. કાગળને બેવડ વાળી કૌંસનો ડાબા હાથ તરફનો ભાગ જમણા હાથ તરફના ભાગ ઉપર अ, ब ઉપર પડે તેમ, બરાબર મળી જાય તેમ સળ પાડો આ સળ अबને कમા છેદે છે अबक કૌંસના क આગળ બે સરખા ભાગ થાય છે.



૨જી રીત. अ इ ब કૌંસ લો अ, ब મધ્યબિંદુ અને એકજ (સરખી) ત્રિજ્યાઓ લઇ બે કૌંસ कમા છેદે તેમ દોરો અને अ, ब મધ્યબિંદુ અને એકજ (સરખી) ત્રિજ્યાઓ લઈ બે કૌંસ દોરો આ કૌંસ डમા છેદે છે क ड સાધીએ તો તે આપેલા अ इ ब કૌંસને इમા દુભાગે છે

નોંધ જે ત્રિજ્યાઓ લઇએ તે अब અંતરના અર્ધાથી મોટી હોવી જોઇએ, નહિ તો કૌંસો એક બીજાને છેદશે નહિ.

પ્રશ્નો.

૩૬ કોઇપણ ખુણો લો તેને પહેલી રીત પ્રમાણે દુભાગો અને બન્ને ભાગો માપી સરખાવી કહો કે તે બરાબર છે કે નહિ

૩૭ કોઇપણ ખુણો લો બીજી રીત પ્રમાણે તેને દુભાગો અને બન્ને ભાગો માપી સરખાવી કહો કે તે બરાબર છે કે નહિ.

૩૮ કોઇપણ ખુણો લો ૧લી રીતે તેને દુભાગો. અને વળી ૨જી રીતે પણ દુભાગો આપેનો ખુણો એકજ લીટીથી દુભાગાય છે ?

૩૯. એક વર્તુળ દોરી તેનુ अ ब કૌંસ લો. अबને ૧લી રીતે कમા દુભાગો कने म મધ્યબિંદુ સાથે સાધો. અને अ म, ब म પણ સાધો. अ म क, ब म क ખુણા માપી પરિણામ સરખાવી જુઓ. આ ખુણા સરખા છે ?

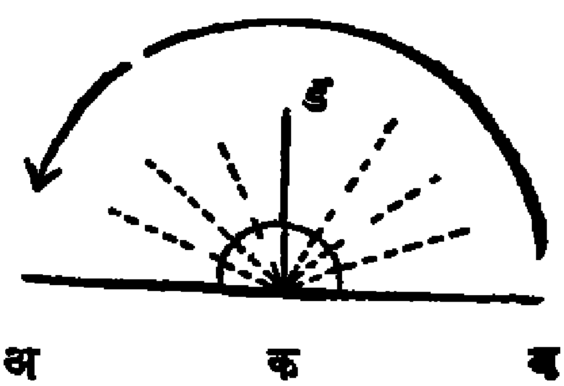
૪૦. પ્રશ્ન ૩૯માના કૌસને બીજી રીતે દુભાગી એજ પ્રશ્નમા કહ્યા પ્રમાણે કરો.

૪૧ એક વર્તુળ લેા તેનુ अ ब કૌંસ લેા अ, ब ને म મધ્યબિંદુ સાથે સાધેા ∠ बमअને मकથી દુભાગેા म क, अ ब કૌંસને દુભાગે છે ?

૪૨. એક ∠ अ ब क લેા તેને પ્રોટ્રેક્ટરથી માપી અશનુ અર્ધું કરેા એની મદદથી ∠ अबकને દુભાગેા. પરિણામ સરખાવેા

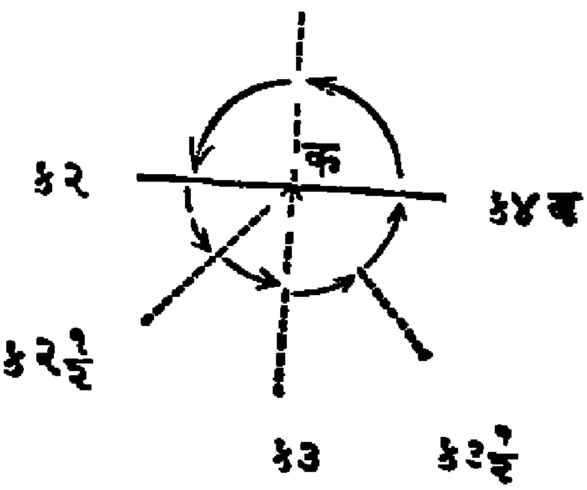
(ઠ) અતિદ્વિકાટખુણુ.

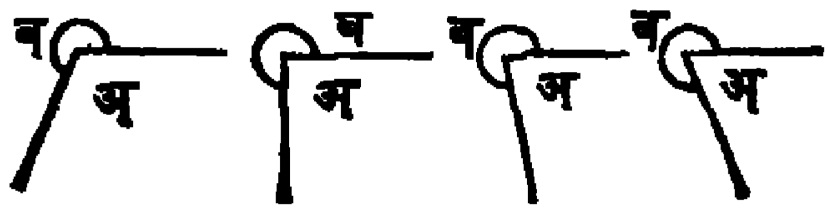
क ब લીટીની આસપાસ कडને બતાવેલી તીરની દિશામા ફેરવીએ તેા ब क ड ખુણેા મેાટેા અને મેાટેા થશે ફરતી લીટી कडમા આવે ત્યારે ∠ ब क ड કાટખુણેા થશે, અને क अमा આવે ત્યારે ∠ ब क अ બે કાટખુણા અથવા દ્વિકાટખુણુ થશે.



ફ ૧

ફરતી લીટીને હજુ પણ આગળ તીરની દિશામા લઈ જઇએ તેા ખુણેા મેાટેા અને મેાટેા થશે એટલે ક (૨) ની આગળથી ઘડીઆળના કાટાની ઉલટી દિશામા લીટીનેા છેડેા ક૨½, ક૩, ક૩½ આગળ લઇ જઇએ તેમ कब આગળ ઉપરથી થએલેા ખુણેા મેાટેા અને મેાટેા થાય છે અને એમાની કેાઇપણ જગ્યાએ ब क ક ખુણેા બે કાટખુણા કરતા મેાટેા છે, પરંતુ ચાર કાટખુણા કરતા નાનેા છે આવા ખુણાને, એટલે બે કાટખુણા કરતા મેાટા પણ ચાર કાટખુણા કરતા નાના ખુણાને, **અતિદ્વિકાટખુણુ** (અતિ = મેાટેા, દ્વિ = બે) કહે છે એ ખુણાને **અંતર્ગામી** પણ કહે છે, કારણ કે ककરની સ્થિતિ છેાડયા પછી ફરતી લીટી ब છેડાથી દૂર જવાને બદલે અદર (અતર) જાય છે (ગામી). નીચેના બતાવેલા ब ખુણા બધાજ અતિદ્વિકાટખુણુ છે—



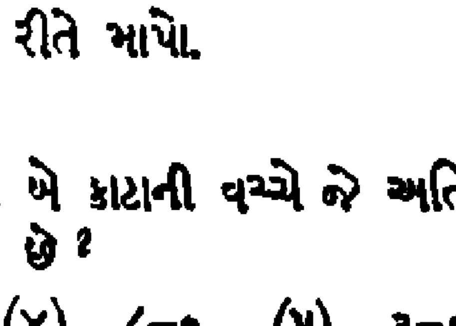


ફરતી લીટી વર્તુળના અર્ધા ભાગ કરતા વધારે ફરે તો એથી દ્વિકાટખુણુ થાય છે એમ માલમ પડશે વળી લીટી જેમ જેમ ફરે છે તેમ તેમ ब ખુણો મોટો અને મોટો થાય છે, પરતુ સામેની બાજુનો अ ખુણો નાનો અને નાનો થાય છે માટે એ બે લીટીઓની વચ્ચે જે બે ખુણા થાય છે તેમાથી એક (∠ब) બે કાટખુણા કરતા મોટો, અને બીજો (∠अ) બે કાટખુણા કરતા નાનો છે

નોંધ—બે લીટીઓની વચ્ચેનો ખૂણો લેવા કહ્યુ હોય તો તે વખતે સામાન્ય રીતે નાનો (બે કાટખૂણાથી નાનો) ખુણો લેવાનો રિવાજ છે, પરંતુ મોટો લેવાનો હોય તો તે પ્રમાણે અતિદ્વિકાટખુણ કે અતર્ગામી શબ્દ વપરાય છે

અતિદ્વિકાટખુણ માપવાની રીત.

ब अ क અતિદ્વિકાટખુણુ લો बअને લબાવો તો ઉપલો ब अ ड ખુણો બે કાટખુણા બરાબર છે डअकને કોણમાપકથી માપો જે માપ આવે તે બે કાટખુણામા ઉમેરો. સરવાળો અતિદ્વિકાટખુણનુ માપ છે. નીચેના અતિદ્વિકાટખુણ ખુણાઓ ઉપલી રીતે માપો.



પ્રશ્નો

૪૩. ઘડીઆળમા નીચે આપેલા વખતે બે કાટાની વચ્ચે જે અતિદ્વિકાટખુણ થાય છે તે કેટલા કેટલા અશનો છે ?

(૧) ૫–૦, (૨) ૭–૦, (૩) ૪–૦, (૪) ૮–૦, (૫) ૩–૦; (૬) ૯–૦, (૭) ૧૦–૦, (૮) ૨–૦, (૯) ૧–૦, (૧૦) ૧૧–૦.

૪૪. પાચ અતિદ્વિકાટખુણ લઇને માપો અને તેમા દરેકમા કેટલા કેટલા અશ છે તે કહો

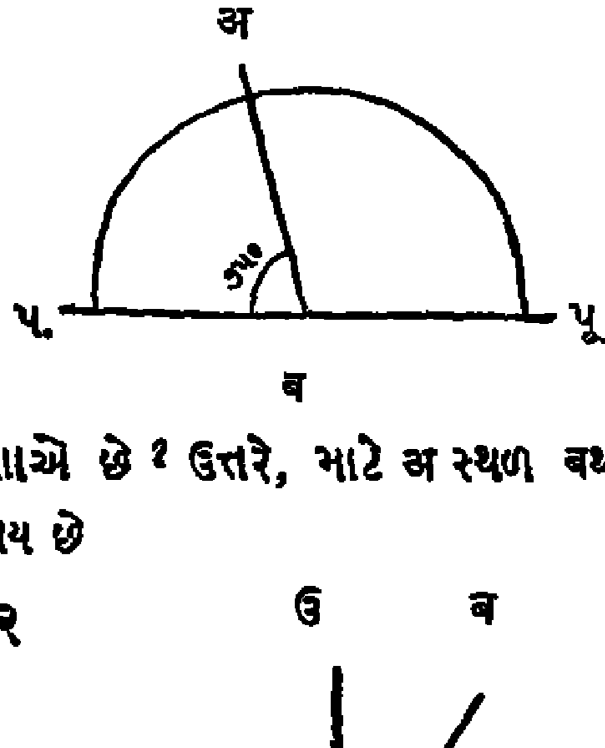
૪૫. પ્રશ્ન ૪૪મા બે લીટીઓની વચ્ચેના નાના ખુણામા કેટલા કેટલા અશ છે તે માપ્યા વિના કહો.

૪૬ બે લીટીઓની વચ્ચેનો અતિદ્વિકાટખુણુ ખુણો નાના ખુણાથી ૩ગણો છે તો તેમા કેટલા અશ છે ?

૪૭ બે લીટીઓની વચ્ચેનો અતિદ્વિકાટખુણુ ખુણો નાના ખુણાથી ૨, ૪, ૫, ૭, ૮, ૯, ૧૧, અને ૧૪ગણો છે તો તેમા કેટલા કેટલા અશ છે? (જુદી જુદી આકૃતિ દોરવી)

§ ૪. બેરીંગ* અથવા કોણુઅંતર.

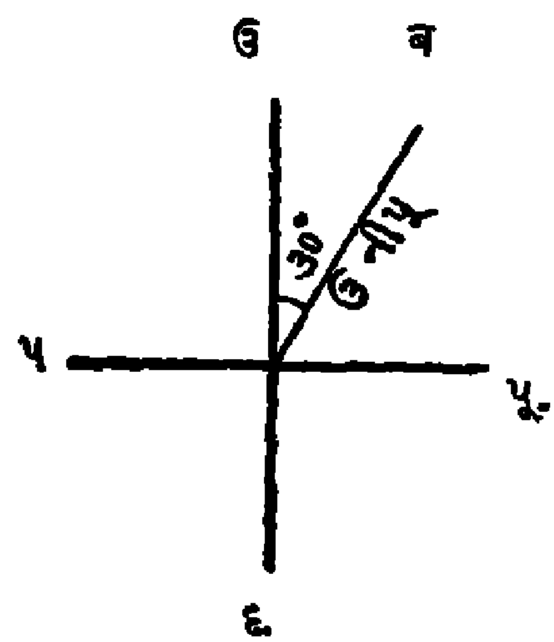
એક સ્થળ બીજા સ્થળથી કયી દિશામાં દેખાય છે તે જોવાની રીત—अ સ્થળ ब સ્થળથી કયી દિશામા છે એ આપણે જાણવુ છે ब સ્થળ ધારો કે પૂર્વ પશ્ચિમ જતી દિશામા છે बથી अ સુધી એક લીટી દોરો આ લીટી बમાથી પૂર્વ પશ્ચિમ જતી દિશાલીટી સાથે કયો ખુણો કરે છે તે પ્રોટ્રેક્ટરથી માપો. ધારો કે ∠ब, ૭૫° છે. આ



ખુણો પ–પૂ દિશાલીટીની કયી દિશાએ છે ? ઉત્તરે, માટે अ સ્થળ bથી પશ્ચિમની ઉત્તરે ૭૫° છે એમ કહેવાય છે

આ અતર बથી अનુ કોણુઅંતર અથવા બેરીંગ* કહેવાય છે

છેદનબિંદુ म આગળથી bનુ કોણુ-અતર કાઢવુ હોય તો मમાથી મુખ્ય ચાર દિશાઓ દોરો. मब સાધો. मब લીટી કયી દિશાલીટી સાથે ખુણો કરે છે? પૂર્વ અને ઉત્તર સાથે. ઉત્તર સાથેનો ખુણો માપો એ ૩૦° છે. માટે ब સ્થળ म આગળથી "ઉ૦ની



---

* બેરીંગ એ અંગ્રેજી શબ્દ છે અને તેનો અર્થ ગમે તે બે દિશાઓની વચ્ચેના ખુણાનું માપ કે કોણુઅતર છે.

પૂર્વે ૩૦°" અથવા "ઉ૦ ૩૦° પૂ૦" ને કોણઅંતરે છે; અથવા "પૂ૦ની ઉત્તરે ૬૦°" અથવા "પૂ૦ ૬૦° ઉ૦" ને કોણઅંતરે છે એમ કહેવાય છે.

પ્રશ્નો.

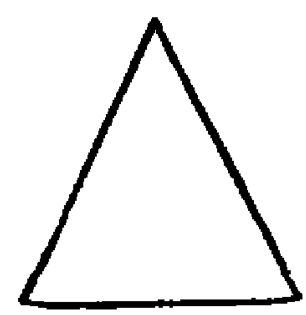
(સ્કેલ માપના વધારાના પ્રશ્નો.)

૧ गથી ड પશ્ચિમે ૯ માઇલ, ड થી ઉત્તરે अ ૧૨ માઇલ અને अથી પશ્ચિમે ૧૭ માઇલ र છે તો गर કેટલુ ? गથી रનુ કોણઅતર શુ ? (સ્કેલ ૧૦ મા ૧′.)

૨. हની ઉત્તરે अ ૧૨ માઇલ, અને દક્ષિણે ड ૨૪ માઇલ છે. अ ની પશ્ચિમે क છે જો कड ૪૩ માઇલ છે તો कह અને कअ અતર કેટલા ? कથી डનુ, અને हનુ કોણ અતર શુ ? (સ્કેલ ૧૦ મા ૧")

૩. अ દીવાદાડીથી ब વહાણ ઉત્તરે છે, અને क વહાણ ઇશાને છે. જો अब=૫૭ માઇલ અને अक=૨૪ માઇલ તો बक અતર કેટલુ ? ब થી कનુ કોણઅતર શુ ? (સ્કેલ ૧૦ મા ૧ સે મી)

ટીપ—નીચેનામા યોગ્ય સ્કેલ લેવા



૪ अबक અને बअक ખુણો દરેક ૭૫°નો છે अब પૂર્વ પશ્ચિમ છે તો क, अથી કયી દિશામા છે ? क, बથી કયી દિશામા છે ?

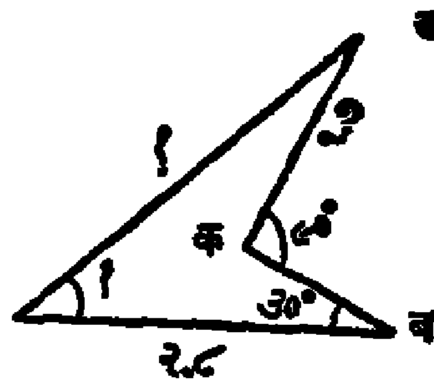
૫ બે બદર પૂર્વ પશ્ચિમ છે, અને ૧૨ માઇલ દૂર છે એક વહાણ એક બદરથી ઇશાનમા છે અને બીજા બદરથી વાયવ્યમા છે તો વહાણનુ અતર બન્નેથી શુ ?

૬ अ, बથી પૂર્વમા ૫ માઇલ છે અને क, बથી દક્ષિણમા ૭ માઇલ છે, તો अक અતર કેટલું ? अથી कનુ અતર શુ ?

૭ એક ખેપીઓ अ ગામથી દક્ષિણમા ૪ માઇલ જાય છે અને ત્યાથી અગ્નિ ખુણામા ૬ માઇલ જાય છે જો તે ग ગામમા પહોચે તો તે अથી સીધી લીટીમા કેટલું ગયો ? अથી गનુ કોણઅતર કાઢો

૮ अ, बથી ૨૨ માઇલ પૂર્વમા ગયો, પછી ૧૫ માઇલ દક્ષિણે ગયો અને પાછો પૂર્વે ૭ માઇલ ગયો ત્યારે अ, बથી કેટલે દૂર ગયો ? बથી अનુ કોણ અતર શુ ?

૯ એક માણસ અથી બ સુધી ૨૮ માઇલ, ૩૦°ને અતરે બથી ક સુધી ૧૩ માઇલ અને કથી ડ સુધી કાટખુણે ૧૭ માઇલ જાય તેા અડ કેટલુ ? અથી ડ નુ બેરીંગ શુ ?
[પાસેની આકૃતિ જુઓ]

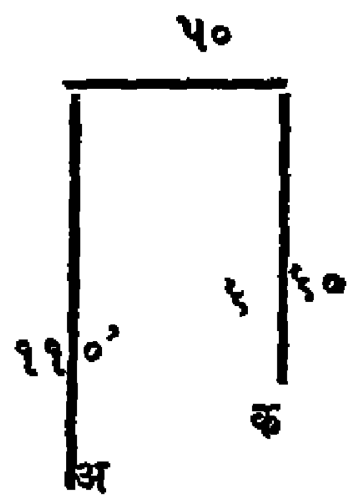


૧૦ એક આગબેાટ ૧૮૦ માઇલ પશ્ચિમમા, પછી ૧૨૦ માઇલ ઉત્તરમા, ને પછી પૂર્વમા જાય છે જો પહેલી જગ્યાએથી તે ૧૫૦ માઇલ જાય તેા પૂર્વમા તે કેટલી ગઈ હશે ?

૧૧ એક વહાણવટી અથી ઉત્તરમા બ સુધી ૩૫ માઇલ, બથી પૂર્વમા ક સુધી ૪૭ માઇલ અને કથી ઉત્તરમા ડ સુધી ૩૯ માઇલ જાય તેા અડ અતર શેાધી કાઢેા અથી ક કયી દિશામા હશે ?

૧૨ એક ઘેાડાને એક સીધી લીલેાતરીવાળી વાડથી ૩૫ ફુટ દૂર બાંધ્યેા છે જે દેારડાથી તેને બાંધ્યેા છે તે ૪૫ ફુટ લાબું છે, તેા વાડનેા કેટલેા ભાગ તે ઘેાડેા ચરી શકશે ?

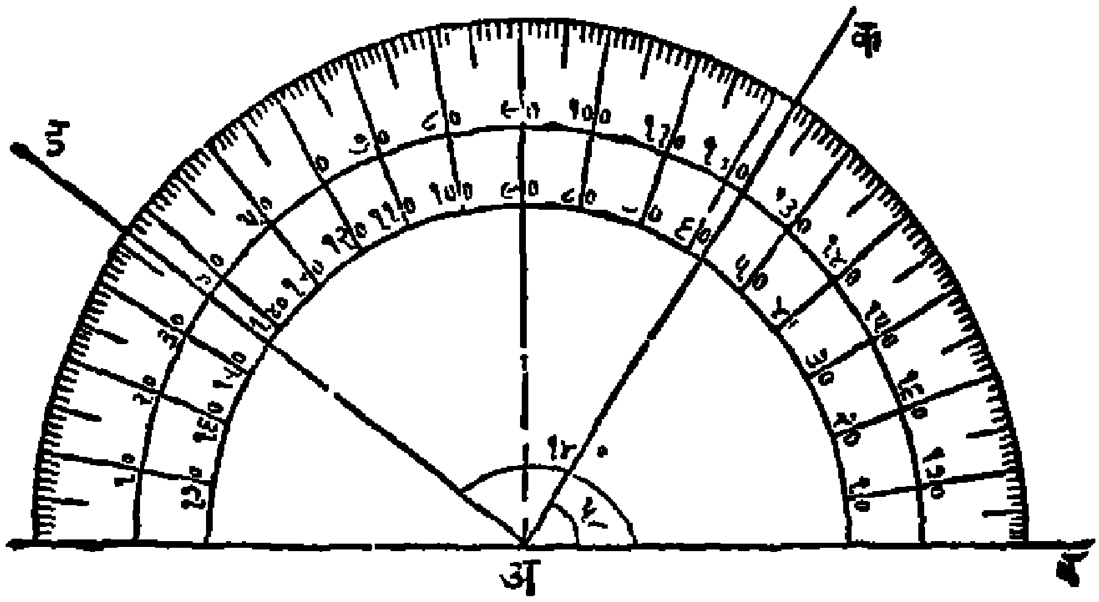
૧૩ એક ખાણમા ૧૧૦ ફુટ લાબી ગેલેરી છે અને પાછી આડી ૫૦ ફુટ લાબી બીજી ગેલેરી છે, અને પાછી ત્રીજી ગેલેરી ૬૦ ફુટ લાબી છે, તેા અથી કનું સીધુ અતર શું ?



૧૪ બે માણસેા ૧૦૦૦ ફુટને અતરે ઉત્તર દક્ષિણ છે એક દીવાદાંડી એકથી દક્ષિણની પશ્ચિમે ૨૦° અને બીજાથી ઉત્તરની પશ્ચિમે ૨૫° પર દેખાય છે, તેા એ દીવાદાંડી બન્નેથી કેટલે અંતરે હશે ?

૧૫. ૬" લાબુ કપાસ ૪૫° ને ખુણે ઉઘાડીએ તેા બન્ને છેડાની વચ્ચે સીધી લીટીનું અતર કેટલું આવે ?

§ પ આપેલા અંશ ઉપરથી ખુણેા બનાવવાનું.



बअ એક લીટી લેા તેના अ છેડા આગળ ધારેા કે પ૮°ને ખુણેા બનાવવાનેા છે बअ લીટીના ડાબા છેડા अ ઉપર કેાણુમાપકનુ મધ્ય બિંદુ મુકેા અને કેાણુમાપકની નીચેની સીધી કેાર अबની સાથે બરાબર મળી જાય તેમ મુકેા પછી પ૮° (ધારેા કે)નેા ખુણેા બનાવવાનેા હેાય તેા કેાણુમાપકના અર્ધ વર્તુળ ઉપર ब આગળના ૦ અંશથી ગણુતા ડાબા હાથ તરફ જતા જતા પ૮ અંશનેા અંક આવે તે દેારાની બરાબર નીચે क આગળ પેન્સીલના તીણા છેડાથી એક બિંદુ નીચે કાગળ ઉપર લેા કેાણુમાપક ઉચકી લઇ कअ સાંધેા. તેા बअक ખુણેા પ૮°નેા છે

નેાંધ—પેન્સીલની અણી બહુજ બારીક ઘડેલી હેાવી જોઇએ નહિ તેા એ અણી જાડી હેાય ત્યારે એકદમ બે અંશ આમ તેમ આવી જવાનેા સંભવ છે अ क લીટી બહુજ પાતળી હેાય તેા ખુણેા બરાબર થશે

પ્રશ્નો.

૧ નીચે પ્રમાણેના આપેલા અંશના ખૂણા કાઢેા —

૨પ°; ૪૯°, ૧૭°, પ૧°, ૧૧૧°, ૧૩૦°, ૧૭૧°, અને ૧૭૯°;
૧૩°; ૩૬°, ૪૧°, પ૯°, ૮૪°, ૧૩૭°, ૧પ૭°, અને ૧૭પ°;

૨. ૩૨°નેા એક ખુણેા કાઢેા અને તેના શિરેાબિંદુ આગળ અને એક શાખાલીટીની સાથે ૪૬°નેા બીજો ખુણેા કાઢેા. આ આખેા ખુણેા માપેા. તેમા ૭૮° છે ? નહિ તેા ભૂલ કયા થઇ છે તે જુઓ.

૩ बअक ખુણો ૪૧° નો કરો અને પાસેનો कअड ખુણો ૪૯°નો કરો. बअड ખુણો માપી જુઓ. આ બન્ને ખુણાને અરસપરસ શું કહો છો ?

૪ बकअ અને अकड ખુણા અનુક્રમે નીચે પ્રમાણે પાસેપાસેના આપ્યા છે તો તે કાઢો. बकड કાટખુણો છે ? ખાત્રી કરો.

૩૧°, ૫૯°, ૭૧°, ૨૦°, ૪૫°, ૪૫°, ૧૭°. ૭૩°,
૫૨°, ૩૮°, ૭૨°, ૧૮°, ૬૨°, ૨૭°, ૫°, ∠૫°.

૫ ∠अबक ૨૭°નો ને પાસેનો ∠कबड ૫૦°નો કરો. अबड ખૂણો માપી જુઓ. એ કાટખુણો છે ? જો હોય તો ભૂલ કયા છે તે શોધી કાઢો.

૬ ઉપરના પાચમા પ્રશ્નમા બન્ને ખુણા અનુક્રમે નીચે પ્રમાણે લો:—

૧૮°, ૭૦°, ૨૯°, ૬૦°, ૫૧°, ૩૭°, ૬૩°, ૨૫°,
૨૮°, ૬૧°, ૫૩°, ૩૬°, ૪૭°, ૪૨°, ૬૯°, ૨૦°

બહારની શાખાલીટીઓ કાટખુણો બનાવે છે ? બનાવે તો બન્ને ખુણાનો સરવાળો કરી કાટખુણો હોવો જોઇએ કે નહિ તેની ખાત્રી કરો.

૭ अबक, कबड, डबइ ખુણા અનુક્રમે ૨૬°, ૨૧°, અને ૩૨°ના કરો. अबइ ખુણા માપી જુઓ કે તે ૭૯°નો છે ? ભૂલ હોય તો ક્યાં ભૂલ થઇ તે શોધી કાઢો.

૮ પ્રશ્ન ૭માંમા ત્રણે ખુણાઓ અનુક્રમે નીચે પ્રમાણે લો:—

૧૭°, ૩૧°, ૪૦°, ૩૬°, ૪૪°, ૫૧°, ૩૪°, ૩૩°, ૬૧°;

પ્રશ્ન ૭ પ્રમાણે સરવાળો કરી પરિણામ સરખાવી જુઓ.

૯ એક ૧૨૭°નો ખુણો કરો, તેમાથી અનુક્રમે ૨૦°નો, ૩૧°નો અને ૪૭°નો ખુણો કાપી લો. બાકીનો ખુણો ૨૯°નો છે કે નહિ તે માપી ખાત્રી કરો.

૯ अ પ્રશ્ન ૯મામા નીચે પ્રમાણેના ખુણા લો—

૧૩૭°માથી ૫૩°, ૪૯°, ૨૨°, બાકી ૧૩°;

૭૮°માંથી ૧૭°, ૨૦°, ૧૦°, બાકી ૩૧°,

૧૭૧°માથી ૪૧°, ૫૦°. ૩૯°, બાકી ૪૧°,

ઉપરના બધા પરિણામ સરખાવી ભૂલ હોય તો સુધારો.

૧૦ ૪૦°નો ખુણો આશરે હાથથીજ કાઢો, તેને માપી ખાત્રી કરો. ભૂલ કેટલી આવે છે તે જુઓ.

૧૧ ૪૫°, ૩૦°, ૬૦°, ૭૫°, ૫૦°, ૮૦°, ૨૫°, ૩૭°, ૫૩°ના ખુણા આશરે હાથથીજ કાઢો માપી ખાત્રી કરો ભૂલ આવી હોય તો તે સુધારો

૧૨ પ્રશ્ન ૧૧મા પ્રમાણે ખુણા બરાબર આવે ત્યા સુધી ગમે તેટલા ખુણા આશરે કાઢો અને માપી જુઓ



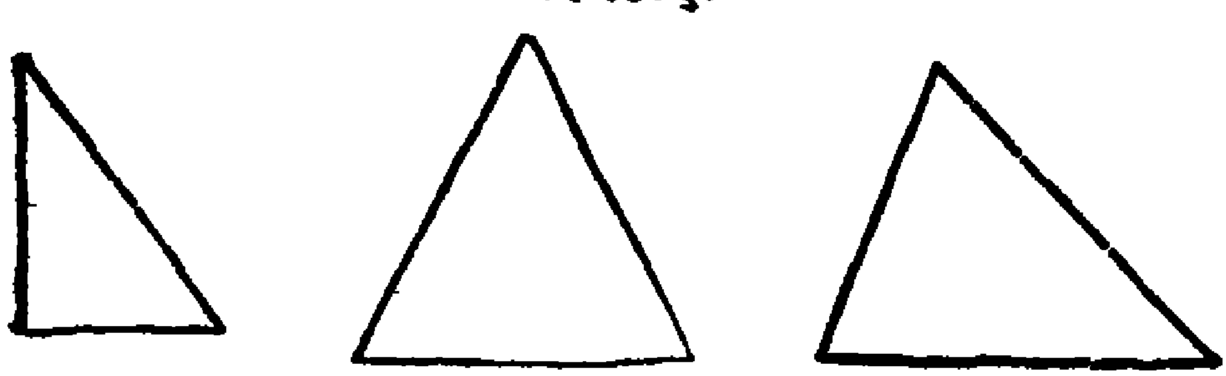
૧૩ ૧·૨" ની अब લીટી લો अ આગળ बअक ખુણો ૩૨°નો કરો ब આગળ अबक ખુણો ૪૦°નો કરો. अक, बक લબાવી कमा તેને મળવા દો ∠क માપી જુઓ કે તે ૧૦૮°નો છે? આ આકૃતિને ત્રિકોણ* કહે છે

૧૪. નીચેના માપ ઉપરથી ત્રિકોણો બનાવી દરેકમા ત્રીજો ખુણો માપો.—

(૧) अब = ૩", ∠अ = ૪૧°, ∠ब = ૫૧°,
(૨) बक = ૩·૯", ∠ब = ૯૯°, ∠क = ૩૧°,
(૩) फल = ૫ ૯ સે મી., ∠ल = ૭૩°, ∠फ = ૩૯°;
(૪) गर = ૭·૭ સે મી, ∠ग = ૫૨°, ∠र = ૨૭°,
(૫) अक्ष = ૫·૬", ∠अ = ૩૭°, ∠क्ष = ૮૮°,
(૬) अक = ૪ ૫", ∠अ = ૫૭°, ∠क = ૪૯°,
(૭) बड = ૬·૭ સે. મી, ∠ब = ૬૬°, ∠ड = ૭૩°

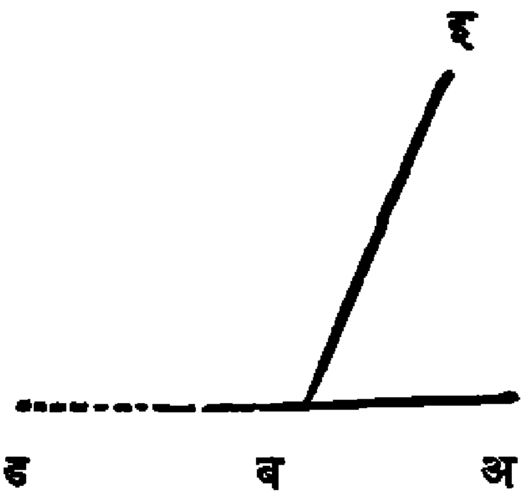
---

*ત્રિકોણ.



*જે આકૃતિમા ત્રણ ખુણા (ત્રિ = ત્રણ, કોણ = ખુણા) હોય તે. જે આકૃતિની હદ ત્રણ સીધી લીટીથી થઇ હોય તેને ત્રિકોણ કહે છે.

§ સીધી લીટીથી બનતા ખુણા.



अबइ કોઇપણ સાકડો ખુણો લો. अबने ડાબી બાજુ ઉપર ड સુધી લંબાવો. इबड ખુણો સાકડો કે પહોળો છે ?

अबइ એક કાટખુણા બરાબર લો. अबने ड સુધી લબાવો, જુઓ કે इबड ખુણો સાકડો કે પહોળો ખુણો છે ?

अबइ એક પહોળો ખુણો લો अब લંબાવો જુઓ કે इबड સાકડો કે પહોળો ખુણો છે ? अबइ એક અર્ધો કાટખુણો કરો. अब લબાવતા इबड ખુણો કેટલા કાટખુણા બરાબર છે તે માપી જુઓ. अबइ ૨/૩ કાટ ખુણા બરાબર કરો अब લંબાવતા इबड માપી કેટલા કાટખુણા બરાબર છે તે કહો. अबइ ૧/૩ કાટખુણા બરાબર કરો अब લંબાવતા इबड કેટલા કાટખુણા બરાબર છે તે માપી કહો इब લીટી अबड લીટી ઉપર પડે છે, અને

∠अबइ ૫૩° નો છે તો ∠इबड કેટલા અંશનો છે ?
∠अबइ ૪૭° નો છે તો ∠इबड કેટલા અંશનો છે ?
∠अबइ ૭૧° નો છે તો ∠इबड કેટલા અંશનો છે ?
∠अबइ ૧૧૦°નો છે તો ∠इबड કેટલા અંશનો છે ?
∠अबइ ૧૫૭°નો છે તો ∠इबड કેટલા અંશનો છે ?
∠अबइ ૧૬૯°નો છે તો ∠इबड કેટલા અંશનો છે ?

આ પ્રશ્નોમા अबइ આપેલો ખૂણો કાટખુણા કરતા કેટલો નાનો અથવા મોટો છે તે જુઓ, इबड ખુણો તેજ પ્રશ્નમા કાટખુણા કરતા કેટલો નાનો કે મોટો છે તે જૂઓ આ બન્ને પરિણામ પરથી ∠अबइ ∠इबड વચ્ચે કાંઈ સબધ જુઓ છો ? એ સબધ કેવો છે ? બન્ને ખુણા મળી બે કાટખુણા બરાબર છે ? ત્યારે તે ખુણા કેવા છે ? ન્યૂનતાપૂરક કે દ્વિકાટખુણપૂર્ણ એક લીટી બીજી લીટી ઉપર પડે તો એ પ્રમાણે થતા પાસેપાસેના ખુણાઓ વિષે શુ અનુમાન કરો છો ?

"એક લીટી બીજી લીટી ઉપર પડે તો બીજી લીટીની એકજ બાજુ તરફના પહેલી લીટીથી થતા પાસેપાસેના ખુણા મળી બે કાટખુણા બરાબર છે."

પ્રશ્નો.

૧. अकब લીટી ઉપર डक લીટી પડે તો જ્યારે

∠डकअ = ૪૫° હોય ત્યારે ∠बकड કેવડો ?

∠डकअ = ૧૭° હોય ત્યારે ∠बकड કેવડો ?

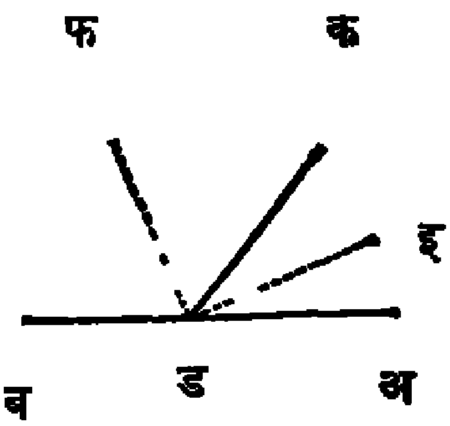
∠डकअ = ૫૩° હોય ત્યારે ∠बकड કેવડો ?

∠डकअ = ૯૩° હોય ત્યારે ∠बकड કેવડો ?

૨ अकब લીટી ઉપર डक લીટી પડે અને डकअ ખુણો ૭૫° નો કરે તો डकब ખુણો કેટલા અંશનો છે

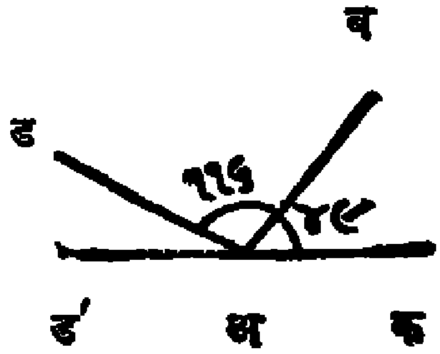
૩ अब એક લીટી છે, અને તેની સાથે डक લીટી डकअ ૧૨૯°નો ખુણો કરે છે, તો डकब ખુણો કેવડો છે ?

૪ अब એક લીટી દોરો कडअ કોઇ પણ ખુણો कड દોરી કરો कडअ ખુણાને સળ વાળી डइथी દુભાગો, અને कडब ખુણાને સળ વાળી डफ થી દુભાગો इडफ ખુણો માપી જુઓ



इड, डफ ની વચ્ચે કેવડો ખુણો થયો ? એક કાટખુણો. આ ઉપરથી अडक, कडब ખુણાના સરવાળા વિષે શું અનુમાન કરો છો ? એ બે ખુણાઓનો અરસપરસ સબંધ શો છે ?

अब એક લીટી લો તેની એક બાજુએ बअक ખુણો ૪૯°નો કરો, અને તેની બીજી બાજુએ बअड ખુણો ૧૧૬°નો કરો, कअड ખુણો કેટલા અંશનો છે ? એ બે કાટખુણાથી મોટો કે નાનો છે ?



कअड એકજ સીધી લીટી છે ? ત્યારે बअक, कअड ખુણાનો સરવાળો કેટલો ? ત્યારે कअ, डअ એકજ સીધી લીટીમા લાવવાને એની વચ્ચે કેવડો ખુણો જોઇએ ? બે કાટખુણા બરાબર.

अबनी સામસામેની બાજુ ઉપર નીચે પ્રમાણેના પાસેપાસેના ખુણા બનાવી ઉપલો પ્રયોગ કરો—

૬૦° અને ૧૧૫°, ૫૦ અને ૧૨૦°, ૪૩° અને ૧૨૦°;
૭૭° અને ૧૦૦°, ૧૧૨° અને ૬૧°, ૧૨૮° અને ૪૦°.

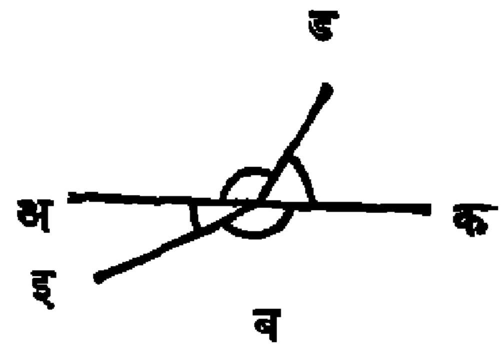
ઉપરના પ્રયોગો કર્યા પછી જો डअक એકજ સીધી લીટી હોય તો कअब અને डअब ખુણા વચ્ચે શો સબંધ હોવો જોઇએ ? આ બે ખુણાનો સરવાળો કેટલો હોવો જોઇએ ? આ ઉપરથી કાઇ સામાન્ય નિયમ નીકળે છે ? बअक, बअड ખુણા અનુક્રમે ૪૭° અને ૧૩૨°ના હોય તો डअक એક એક સીધી લીટી છે ખરી કે ?

∠बअक, ∠बअड	,,	૧૫૩°,	૨૮°,	डअक	,,		,,	,,
,,	,,	૪૦°,	૧૪૧°,	,,	,,		,,	,,
,,	,,	૯૦°,	૮૯°,	,,	,,		,,	,,
,,	,,	૧૫૦°,	૨૭°,	,,	,,		,,	,,
,,	,,	૬૧°,	૧૨૨°,	,,	,,		,,	,,
,,	,,	૩૩°,	૧૪૫°,	,,	,,		,,	,,

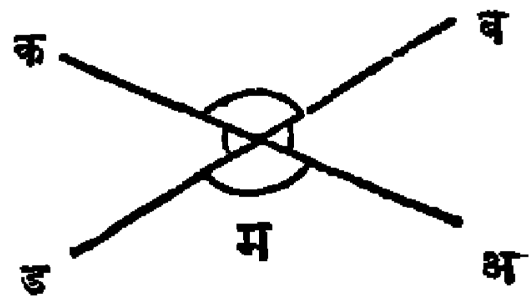
ઉપલા પ્રયોગો કર્યા પછી કાઇ સામાન્ય નિયમ નીકળે છે ? બહારની શાખાલીટીઓ એકજ સીધી લીટીમા હોવાને વચ્ચેની શાખાલીટીની આજુબાજુના પાસેપાસેના ખુણાનો શો સબંધ હોવો જોઇએ ?

“ જ્યારે બે પાસેપાસેના ખુણાનો સરવાળો બે કાટખુણા બરાબર હોય ત્યારે તેની બહાર પડતી શાખાલીટીઓ (કે હાથો) એકજ સીધી લીટીમાં હોય છે.”

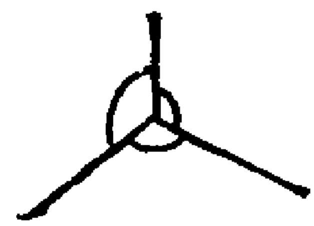
પાસેની આકૃતિ પાટીઆ ઉપર કાઢી પૂછો કે अबड, डबक ખુણાનો સરવાળો કેટલા કાટખુણા બરાબર છે ? क ब इ, अ ब इ ખુણાનો સરવાળો કેટલો છે ? (ब છેદન બિંદુ છે)



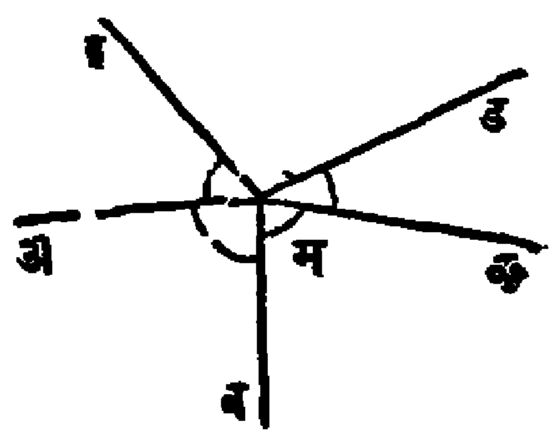
પાસેની આકૃતિમા अ म ब, ब म क નો અને क म ड ड, म अ ખુણાનો સરવાળો કેટલો છે તે કોણ-માપકથી માપીને કહો



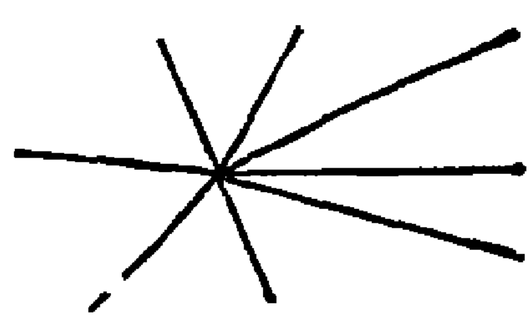
પાસેની આકૃતિમા છેદનબિંદુ આગળના ત્રણે ખુણા માપી કહો કે તે બધા મળી કેટલા કાટખુણા બરાબર છે



પાસેની આકૃતિ પ્રમાણે म બિંદુ આગળથી પાંચ જુદી જુદી લીટી દોરો અને પાંચે ખુણા માપી સરવાળો કરો, અને કહો કે બધા ખુણા મળી કેટલા કાટખુણા બરાબર છે ?



પાસેની આકૃતિ પ્રમાણે છેદન બિંદુ આગળ ૮ ખુણા એકેક જોડે લાગેલા છે તો એ આઠે ખૂણાનો સરવાળો કેટલા કાટખૂણા બરાબર હોવો જોઇએ તે માપ્યા વિના કહો.

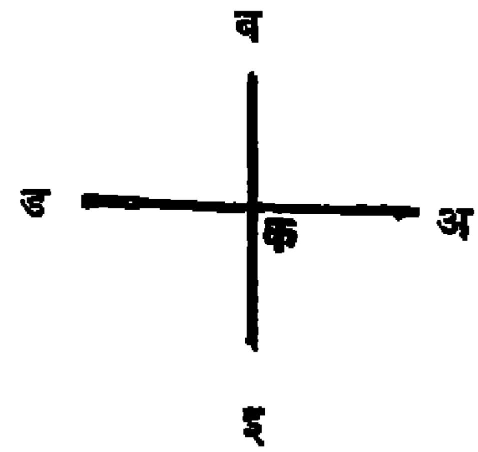


સાત, નવ, દશ ખુણાઓ એકેક જોડે લાગેલા છે અને તેઓના શિરોબિંદુઓ એકજ બિંદુમા છે તો તે આગળના બધા ખુણા મળી કેટલા કાટખુણા બરાબર છે તે કહો.

એકજ બિંદુ આગળ સાત ખુણા પાસેપાસે છે. પાચ ખુણાનો સરવાળો ૩ કાટખુણા બરાબર છે તો બાકીના બેનો સરવાળો કેટલો ?

એકજ બિંદુ આગળ છ ખુણા પાસેપાસે છે ચારનો સરવાળો ૨$\frac{3}{4}$ કાટખુણા બરાબર છે તો બાકીનાનો સરવાળો કેટલા કાટખુણા છે ?

એકજ બિંદુ આગળ પાચ ખુણા પાસેપાસે છે ત્રણ ખુણા અનુક્રમે ૫૭° ૧૧૨,° ૪૩° છે તો બાકીના બેનો સરવાળો કેટલો ?



अकब ખુણો કાટખૂણો કરો अक ને ड સુધી, અને बक ને इ સુધી લબાવો बकड ખુણો કેવડો હોવો જોઇએ ?

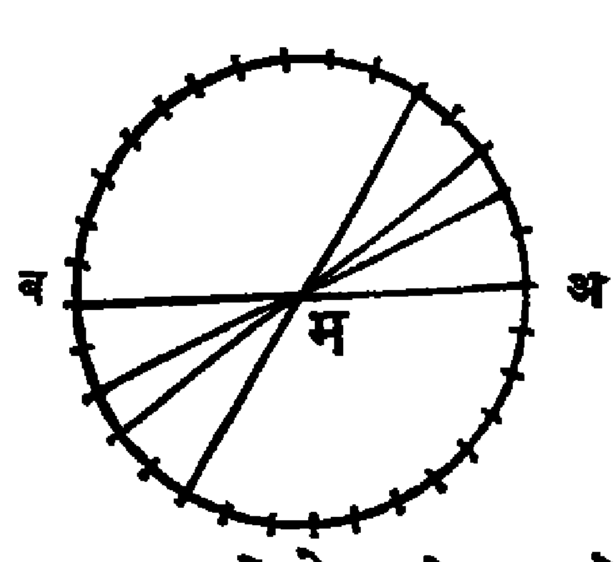
अकइ ખુણો કેવડો હોવો જોઇએ ?

डकइ ખુણો કેવડો હોવો જોઇએ ?

પાછલા પ્રયોગોનો આધાર લઈ સિદ્ધ કરી બતાવો કે એ દરેક ખુણો એક કાટખુણા બરાબર છે.

अकब લીટી લો. તેના ઉપર कड લીટી દોરો बकड ખુણો સળવાળી દુભાગો अकड ખુણો સળ વાળી દુભાગો આ બે સળની વચ્ચેનો ખુણો કેવડો છે તે માપ્યા વિના અનુમાનથી સિદ્ધ કરી કહો.

§ ૭. અરસપરસ છેદતી બે લીટીઓની વચ્ચે થતા ખુણા.



પાસેની આકૃતિમા બતાવ્યા પ્રમાણે એક વર્તુળ દોરો. તેના પરિધ ઉપર બતાવ્યા પ્રમાણે સરખા કાપાઓ પાડો, ($\frac{1}{4}$ પરિધ ઉપર ૮ સરખા કાપા પાડયા છે)

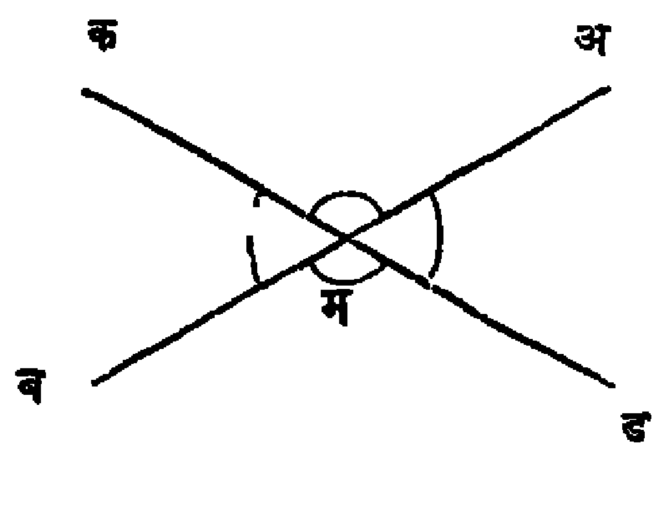
બે પાતળી પટીઓ લો અને તેને એકની ઉપર બીજી મુકી વચ્ચે એક ટાકણી મારી म મધ્યબિંદુ આગળ ગોઠવો. પહેલા બન્નેઃ

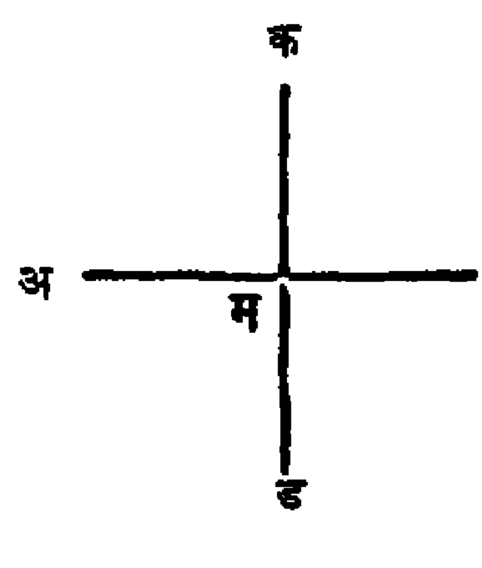
પટીઓને સાથે રાખી આડી अब લીટીમા રાખો પછી નીચેની પટી સ્થિર રાખી ઉપરની બીજી પટીને ડાબા હાથ તરફ ફેરવો ઉપલી પટીનો છેડો ½ કાટખુણામાથી ફરે ત્યારે નીચેનો છેડો કેવડા ખુણામાથી ફરશે? ½ કાટખુણામાથી ઉપલો છેડો ⅔ કાટખુણામાથી ફરે, ત્યારે નીચેનો કેવડા ખુણામાથી ફરશે? ઉપલો ¾ કાટખુણામાથી ફરે ત્યારે નીચેનો કેવડા ખુણામાથી ફરશે? ઉપલો ૧ કાટખુણાથી ફરે ત્યારે નીચેનો કેવડા ખુણામાંથી ફરે? ૧ કાટખુણામાથી, વગેરે

પટીઓમા બીજી કોઇ જગ્યાએ ટાકણી મારી તેઓને ममा સજ્જડ કરી ઉપલો પ્રયોગ કરો પટીઓ લાબી ટુકી કરી ટાકણી ગમે ત્યા મારી ममां સજ્જડ કરી ઉપલો પ્રયોગ કરો

ઉપલી પટી સ્થિર રાખી નીચલી પટીને ઉપર અને નીચે ફેરવી બન્ને પટીઓ વચ્ચે કેવડો ખુણો દરેક વખતે થાય છે તે ઉપલા પ્રયોગમા જુઓ આ પ્રયોગો પરથી તમે શુ અનુમાન કરો છો? પટીઓ લાબી ટુકી કરીએ તો જેવડા ખુણામાથી તે ફરે છે તે ખુણો તેની લબાઇ (પટીઓની) ઉપર આધાર રાખે છે? નહિ.

ઉપલા પ્રયોગો ઉપરથી કહો કે अब અને कड લીટીઓમાથી





(ममा ટાકણી મારી मक વર્તુળના ¼ ભાગમાથી ફરે તો मड કેટલા ભાગમાથી ફરે? कड લીટીનું क બિંદુ ¾ કાટખુણામાથી ફરે તો ड બિં

દુ કેટલા કાટખુણામાથી ફરે ? अबનેા अ છેડેા વર્તુળના ½ ભાગ એટલે ૧ કાટખુણામાથી ફરે તેા ब છેડેા કેવડા ખુણામાથી ફરશે ? વગેરે.

એક લીટી પેાતાના એક બિંદુની આસપાસ ઉપર અથવા નીચે ફરે તેા તેના બન્ને છેડાએા જે ખુણાઓમાથી ફરે છે તે ખુણાએાનેા કયેા સબધ છે ? એ વિષે શુ અનુમાન કરેા છેા ?

"એક લીટી પેાતાની અદરના કેાઈપણ બિંદુની આસપાસ ફરે તેા તે બિંદુથી તેની લબાઈ ઘટે અથવા વધે તેાપણ તે લીટીના છેડા સરખાજ ખુણામાંથી ફરે છે.

अब લીટી क બિંદુની આસપાસ 

ફરે છે. कब ભાગ ઉપર ૪૨°ના ખુણામાથી ફરે તેા कअ ભાગ કયા ખુણામાથી ફરે છે ? कब ભાગ નીચે ૧૧૨°ના ખુણામાથી ફરે તેા कअ ભાગ કયા ખુણામાથી કયી તરફ ફરે છે ?

अब, લીટીને कड લીટી ममा છેદે છે मक ભાગ मनी આસપાસ ફરી मब સાથે ૫૫°નેા ખુણેા કરે તેા मड ભાગ मअ સાથે કયેા ખુણેા કરે છે ? જો क છેડેા बथी લઇ ૩૭°, ૧૦૧°, ૬૦°, ૯૮°, ૮૯°ના ખુણામાથી ફરે તેા ड છેડેા अथी લઇ કયા કયા ખુણામાથી ફરશે ? अमक ખુણેા કેવડેા છે ? बमड ખુણેા કેવડેા છે ? બન્નેનેા શેા સબધ છે ? बमक ખુણેા ૪૧°નેા હેાય તેા अमड, अमक, बमड ખુણા કેવડા ? अमक ૧૦૭°નેા છે તેા बमड, अमड, बमक ખુણા કેવડા ?

$\angle$अमक, ૫૧°, ૨૬°, ૬૮°, ૭૧°, ૧૧૩°, ૧૪૭° નેા લઇ બાકીના ખુણા કેવડા છે તે કહેા, માપી ખાત્રી કરેા

ઉપલા પ્રયેાગેા અને પ્રશ્ન ઉપરથી એ ચાર ખુણામાથી બેબેનેા શેા સંબંધ છે તેની કાંઇ સમજ પડે છે ?

अब कड બે લીટી म मा છેદે તેમ દેારેા बमक ખુણેા કાપી લેા અને अमड ઉપર ગેાઠવેા. તેજ પ્રમાણે अमक ખુણેા કાપી बमड ઉપર ગેાઠવેા. આ ઉપરથી તમે શુ અનુમાન કરેા છેા ? બે લીટીએા અરસપરસ

છેદે તેા તેના છેદનબિંદુ આગળ થતા સામસામેના ખુણાઓ વિષે શું અનુમાન કરેા છેા ?

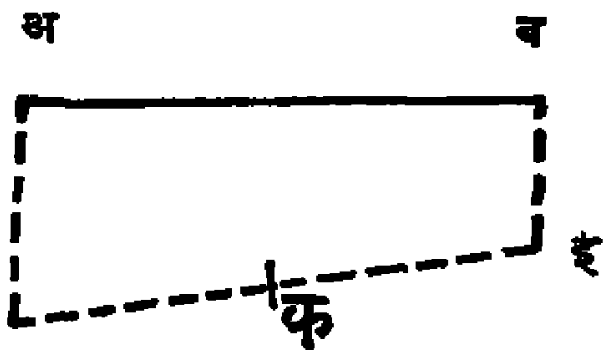
"એ લીટીઓ અરસપરસ છેદે તેા તેના છેદનબિંદુ આગળના સામસામેના ખુણાઓ બરાબર છે"

अब, कड એ લીટી मभा છેદે છે, તેા म આગળના ખુણાઓમાંથી ∠अमड, ∠कमब બરાબર છે એમ માપ્યા વિના સિદ્ધ કરેા.

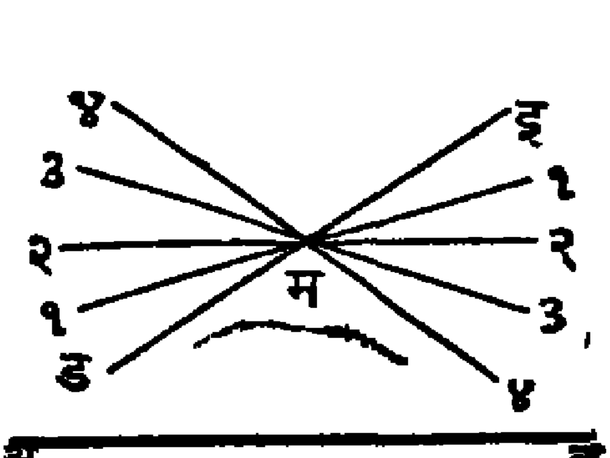
§ ૮. સમાન્તર સીધી લીટીઓ.

બબ્બે લીટીની થેાડીક એવી જોડ પાટીઆ ઉપર દેારેા કે કેાઇ એ લબાવતા ડાબા હાથ તરફ મળે, કેાઇ એ લબાવતા જમણા હાથ તરફ મળે, અને કેાઇ એ બન્ને બાજુ લબાવતા સમૂળગીજ મળે નહિ તેના એકજ બાજુ તરફના છેડાની વચ્ચેના અતરેા જુઓ આ અતરેા વધારે થાય છે કે ઓછા થાય છે ? કે છે તેટલુજ રહે છે ? કેાઇ લીટીઓની વચ્ચેનું અતર વધે છે, કેાઇની વચ્ચેનુ અતર ઘટે છે, અને કેાઈ કેાઇની વચ્ચે તેનું તેજ અતર રહે છે જે લીટીઓની વચ્ચેનુ અતર વધે છે તેઓને લબાવીએ તેા તે મળે ખરી કે ? નહિ તેને (બીજી બાજુ તરફ) લબાવીએ તેા તે મળે છે કે નહિ ? જે લીટીઓ સમૂળગીજ મળતી નથી તેઓને ડાબી બાજુએ લબાવીએ તેા તેઓના છેડા મળે છે ? નહિ જમણી બાજુએ લબાવીએ તેઓ મળે છે ? નહિ ત્યારે આ (૩)ની લીટીઓ પહેલી બે જાતની લીટીઓ કરતા જુદીજ જાતની છે (૨)ની લીટીઓ જમણા હાથ તરફ મળે છે ત્યારે આ (૩)ની લીટીઓ **બન્ને બાજુ મળતી નથી.** આવી લીટીઓને આપણે **સમાન્તર લીટીઓ** કહીએ છીએ સમાન્તર (સમ + અતર = બરાબર + અતર) આ લીટીઓ કયે કયે ઠેકાણે **સરખે અંતરે** રહે છે ? બધે ઠેકાણે

તમારી સામેના ટેબલની સામસામેની કેારેા બતાવેા. એ કેારેા કેવી છે ? પાટીઆની કેારેા બતાવેા એ કેવી છે ? વગેરે.



પાટીઆ ઉપર એક अब આડી લીટી દોરો. डइ એક બીજી લીટી લઈ તેમા क મા ટાકણી મારી अड ની નીચે પાટીઆ ઉપર મૂકો. डइ ગમે તે સ્થિતિમા મૂકી છે. બન્ને લીટીઓના अड અને बइ અંતર માપો આ અતરો બરાબર છે? નહિ કયુ મોટુ છે? अड ड છેડો अની વધારે પાસે લાવો. ड છેડાને अની પાસે લાવીએ ત્યારે इ છેડો बની પાસે આવે છે કે દૂર જાય છે? દૂર જાય છે. આ સ્થિતિમા अड, बइ માપો આ અતરો સરખા છે? નહિ કયુ મોટુ છે? अड डને હજુ પણ अની પાસે લો. इ, बની પાસે આવ્યુ કે દૂર ગયુ? દૂર ગયુ अड, बइ અતરો માપો. આ અતરો બરાબર છે? હા डને अની પાસે લઈ ગયા ત્યારે इ, बની પાસે આવ્યુ કે દૂર ગયુ? डને अની પાસે લઈ જતા જતા કોઇપણ વખતે डअ, इब અતર સરખા થશે ખરા? હા આવી સ્થિતિમા डइ, अबની વચ્ચે अड જેવડી એક પટી કાપી ડાબા હાથ તરફથી જમણા હાથ તરફ સરખી રાખી લઈ જાવ આ પટીના છેડાઓ अब, डइની વચ્ચે હમેશા બરાબર રહે છે? હા આવી સ્થિતિમા બે લીટીઓની વચ્ચેનુ અંતર હમેશા એકજ રહે છે ત્યારે એ લીટીઓ **સમાન્તર** કહેવાય છે?



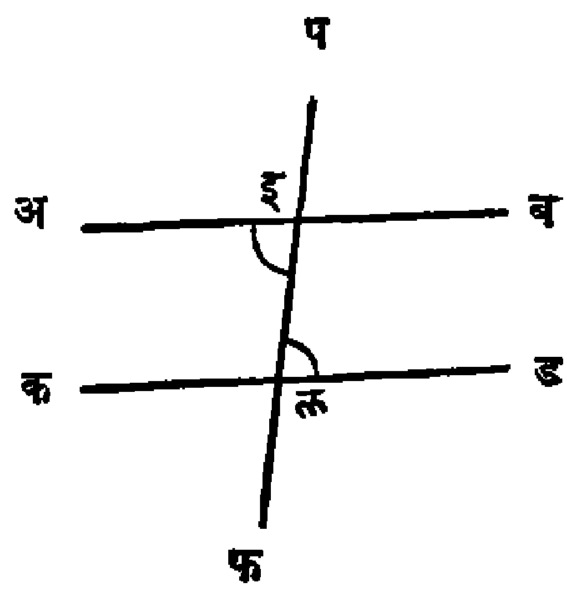
પાટીઆ ઉપર अब જેવી એક આડી લીટી દોરો म બિંદુ આગળ ટાકણી મારી डइ જેવી એક લીટી મુકો. म બિંદુની આસપાસ જે डइ લીટી ફરે તેની જુદી જુદી સ્થિતિ ૧, ૨, ૩, ૪થી બતાવી છે. डइને

ड તરફ લખાવીએ તો अब લીટીને તે મળશે ખરી ? હા કયા હાથ તરફ તે મળે છે ? ડાબા હાથ તરફ डब લીટીને ૧-૧ની સ્થિતિમા લો. હવે તેને ड તરફ લખાવો તો अबને ડાબા હાથ તરફ તે મળશે ? હા. डइને હજુ પણ ૩-૩ની સ્થિતિમા ફેરવો હવે તેને ड તરફ લખાવો તો अबને મળશે ખરી ? નહિ ત્યારે શુ થશે ? હવે તે જમણા હાથ તરફ अबને મળશે. डइને ૪-૪ની સ્થિતિમા મુકો હવે डइને કયા છેડા તરફ લખાવના તે अबને મળશે ? જમણા છેડા તરફ

આ પ્રયોગમા डइ લીટી કોઇ કોઇ વખતે ड તરફ લખાવતા अबને ડાબા હાથ તરફ મળે છે, અને કોઈ કોઇ વખતે इ તરફ લખાવતા अबને જમણા હાથ તરફ મળે છે, ત્યારે આ બે જાતની સ્થિતિમા કોઇ એવી સ્થિતિ છે ખરી કે કોઇપણ છેડા તરફ લખાવતા डइ લીટી अबને મળેજ નહિ ? હા એવી કયી સ્થિતિ તે છે ? डइ (૨-૨) આવી સ્થિતિમા अब, डइ **સમાન્તર** છે એમ કહેવાય છે.

(क). ખુણાનાં નામ.

अब, कड બે લીટીઓ દોરો पफ લીટી આ બે લીટીને અનુક્રમે इ, लमा છેદે તેમ દોરો આ આડી લીટીથી કેટલા ખુણા થાય છે ? इ આગળ ચાર, અને ल આગળ ચાર



अइल અને इलड ખુણા વ્યુત્ક્રમ (ઉલટી બાજુના) ખુણા છે; તેમજ ∠बइल ને ∠इलक વ્યુત્ક્રમ ખુણા છે, ∠अइप, ∠पइब, ∠कलफ અને ∠डलफ એ ચાર **બહારના ખુણા** કહેવાય છે, કારણ કે આપેલી લીટીઓની બહાર એ ખુણા આવેલા છે

∠फइब અને ∠इलड મળતા આવતા ખુણા કહેવાય છે
તેમજ ∠अइप અને ∠इलक પણ „ „
તેમજ ∠फलक અને ∠लइअ પણ „ „
તથા ∠फलड અને ∠लइब પણ „ „

∠अइल, ∠बइल, ∠कलइ, ∠डलइ, અંદરના ખુણા કહેવાય છે, કારણ કે તે આપેલી લીટીની અંદરની બાજુએ છે ∠अइल અને ∠इलक, पकની એકજ બાજુએ છે તેથી તેઓ આડી લીટીની એકજ બાજુ તરફના અંદરના ખુણા કહેવાય છે તેમજ ∠बइल અને ∠इलड પણ पकની એકજ બાજુએ છે તેથી તેઓ એકજ બાજુ તરફના અંદરના ખુણા છે.

ટીપ. જુદી જુદી આકૃતિ કાઢી ઉપરના ખુણાઓની પુરેપુરી સમજણ આપવી

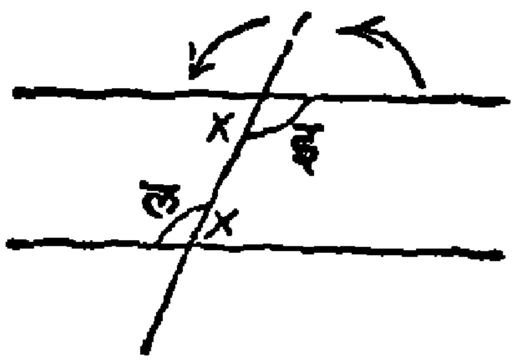
એકસરસાઈઝ બુકમા જુદી જુદી સમાન્તર લીટીઓની ચાર પાચ જોડ લો. દરેક જોડને છેદનારી કોઈપણ આડી લીટી દોરો. આ આડી લીટી અને સમાન્તર લીટીની વચ્ચે થતા દરેક જોડના ગમે તે કોઈ બે વ્યુત્ક્રમ ખુણા માપી જુઓ દરેક જોડના બાકીના વ્યુત્ક્રમ ખુણા માપી જુઓ, અને પરિણામ સરખાવી જુઓ દરેકમા વ્યુત્ક્રમ ખુણાનો અરસપરસ કાંઈ સબધ છે ? આ ઉપરથી શુ અનુમાન કાઢો છો ?

બે સમાન્તર લીટીઓની એક જોડ લઇ તેને છેદનારી એક આડી લીટી દોરો એક વ્યુત્ક્રમ કાપી તેને બીજા વ્યુત્ક્રમ ખુણા ઉપર (કાપેલાનો વ્યુત્ક્રમ) મુકો આ ખુણાઓ બરાબર એક બીજા ઉપર મળી રહે છે ? આ ઉપરથી શુ અનુમાન કરો છો ?

સમાન્તર નહિ હોય એવી લીટીઓ દોરો તેનાથી થતા વ્યુત્ક્રમ ખુણાઓ માપી જુઓ આ ખુણાઓ બરાબર છે ? નહિ આ પ્રયોગો ઉપરથી સમાન્તર લીટીઓના વ્યુત્ક્રમ ખુણા અને અસમાન્તર લીટીઓના વ્યુત્ક્રમ ખુણાઓમાં કાઇ તફાવત છે કે નહિ ? હોય તો શો ફેર છે તે કહો.

"સમાન્તર લીટીઓને છેદનારી આડી લીટીથી થતા વ્યુત્ક્રમ ખુણાઓ બરાબર છે."

વળી એક્સરસાઇઝ બુકમા બે સમાન્તર લીટીઓ દોરો. છેદનારી એક આડી લીટી દોરો સમાન્તર લીટીઓ અને આડી લીટીની વચ્ચેનો જમણા હાથ તરફનો ભાગ કાપી લો તેને ઉંચકીને તીરની દિશામા ફેરવીને ડાબા હાથ તરફના ભાગ ઉપર ખુણા આવે તેમ મૂકો આ પ્રમાણે કરતા વ્યુત્ક્રમ ખુણાઓ બરાબર મળી જાય છે ? શુ અનુમાન કરો છો ?



સમાન્તર અને અસમાન્તર લીટીઓની બે જોડ જુદી જુદી દોરો. દરેકને છેદનારી આડી લીટી દોરો સમાન્તર લીટીની જોડમા બહારનો કોઈ પણ ખુણો માપો અથવા કાપી લો, અને તેજ જોડનો અંદરનો તેને મળતો આવતો ખુણો માપો અથવા કાપી લો. અસમાન્તરની જોડમાં પણ એમજ કરો સરખાવતા માલમ પડે છે કે સમાન્તર લીટીની જોડમાં બહારનો ખુણો અદરના મળતા આવતા ખુણાની બરાબર છે ? સમાન્તરોમા એ ખુણા બરાબર છે કે નહિ ? આ ઉપરથી શુ અનુમાન કરો છો ?

બે સમાન્તર લીટીઓ દોરો. અને આડી લીટીથી થતા અદરના એકજ બાજુ તરફના બે ખુણાઓ માપો બન્નેનો સરવાળો કરો. એ સરવાળો કેટલા કાટખુણા બરાબર છે ?

બીજી બાજુ ઉપરના બે અદરના ખુણાઓનો પણ સરવાળો કરો. એ સરવાળો કેટલા કાટખુણા બરાબર છે ? બે કાટખુણા.

બે સમાન્તર લીટી લો. તેને છેદતી આડી લીટી દોરો. સમાન્તરો અને આડી લીટીની વચ્ચેના અદરના ચારે ખુણા બરાબર કાપી લો. ડાબા હાથ ઉપરના બે ખુણાઓ એક લીટીની સાથે બરાબર મૂકો શુ અનુમાન કરો છો ? આ ખુણાઓ મળી બે કાટખુણા બરાબર છે ? બીજી જોડમા પણ એમજ કરો આ ખુણાઓ મળી કેટલા કાટખુણા બરાબર છે ? બે કાટખુણા.

લબાવતા ડાબી બાજુએ મળે એવી બે લીટી દોરો. તેને છેદતી એક આડી લીટી દોરો. જમણી બાજુ પરના અદરના ખુણાઓ

માપો. આ ખુણાઓ મળી બે કાટખુણા બરાબર છે ? નહિ. ત્યારે એ કાટખુણા કરતા તે મોટા છે કે નાના છે ? મોટા ડાબા હાથ તરફના અંદરના બે ખુણાઓનો સરવાળો કરો. એ સરવાળો બે કાટખુણા બરાબર છે ? નહિ. ત્યારે તે મોટો કે નાનો છે ? નાનો.

લંબાવતા જમણા હાથ તરફનું અંતર ઓછું અને ઓછું થતુ જાય એવી બે લીટીઓ લો. તેને છેદતી એક આડી લીટી દોરો. ઉપલા પ્રયોગ પ્રમાણે તેના અંદરના ડાબા હાથ ઉપરના અને જમણા હાથ પરના ખુણાઓ માપો ડાબા હાથ પરની જોડનો સરવાળો બે કાટખુણા બરાબર છે ? નહિ તે મોટો છે કે નાનો છે ? મોટો. જમણા હાથ પરની જોડનો સરવાળો બે કાટખુણા બરાબર છે ? નહિ. તે મોટો છે કે નાનો છે ? નાનો

ત્યારે સમાન્તર લીટીઓ ઉપરના ઉપલા પ્રયોગો પરથી શું શું અનુમાન કરો છો ? એવી લીટીઓના કયા કયા ગુણ છે ?

બે સમાન્તર લીટીઓને એક આડી લીટી છેદે તો

(૧) વ્યુત્ક્રમ ખુણાઓ બરાબર છે,

(૨) બહારનો ખુણો માંહેના મળતા આવતા (સામેના આડી લીટીની એકજ બાજુ તરફના) ખુણાની બરાબર છે.

(૩) આડી લીટીની એકજ બાજુ તરફના માંહેના બે ખુણાઓનો સરવાળો બે કાટખુણા બરાબર છે

સમાન્તર લીટીઓના ઉપલા ગુણો અસમાન્તર લીટીઓને પણ લાગુ પડે છે કે નહિ ? નહિ,

નોંધ નીચેની અને હવે પછીની બીજી વ્યાખ્યા, જે આપી છે, તે વિદ્યાર્થીને ફક્ત અત્રે સમજાવવાનીજ છે, પાછળથી તે મ્હોડે કરાવવી

વ્યાખ્યા—કોઇપણ લીટીઓ, "એકજ સપાટીમાં" એવી રીતે આવી હોય કે તેને તે બાજુ તરફ લંબાવતા તેઓ એક બીજીને મળે નહિ તો તે સમાન્તર લીટીઓ કહેવાય છે.

ઉપલી વ્યાખ્યામા "એકજ સફાઇમા" એવા શબ્દો શા કારણથી વાપર્યા હશે ? એક પેન્સીલ પૂર્વ પશ્ચિમ દિશામા ટેબલની ઉપર મુકો. બીજી પેન્સીલ તેને અસમાન્તર હોય તેમ ઉત્તર દક્ષિણ દિશામા પહેલી પેન્સીલથી સહેજ ઉંચે રાખો આ પેન્સીલ-લીટી લબાવતા કદી પણ મળશે નહિ. ત્યારે આ પેન્સીલો સમાન્તર છે ? નહિ આ કારણથી ઉપલી વ્યાખ્યામા "એકજ સફાઈમા" શબ્દો મૂક્યા છે બે સમાન્તરોને એક આડી લીટી છેદે છે, ત્યારે જો

એક વ્યુત્ક્રમ ખુણો ૫૧°નો હોય, તો બીજો વ્યુત્ક્રમ ખુણો કેવડો ?

" ૧૧૩° " " " "

એક બહારનો ખુણો ૪૮° ,,તો બીજો મળનો આવતો ખુણો કેવડો ?

" ૭૩° " " " "

" ૧૦૪° " " " "

અદરના એકજ બાજુ ઉપરના બે ખુણાઓમાનો

એક ખુણો ૬૩° હોય તો બીજો કેવડો ?

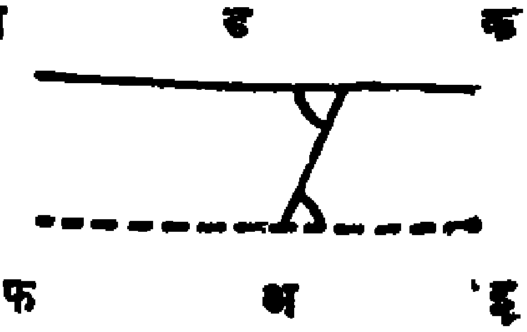
" ૯૦°, " "

" ૧૩૭°, " "

(સ) એક આપેલા બિંદુમાંથી એક આપેલી લીટીને સમાન્તર લીટી દોરવા વિષે.

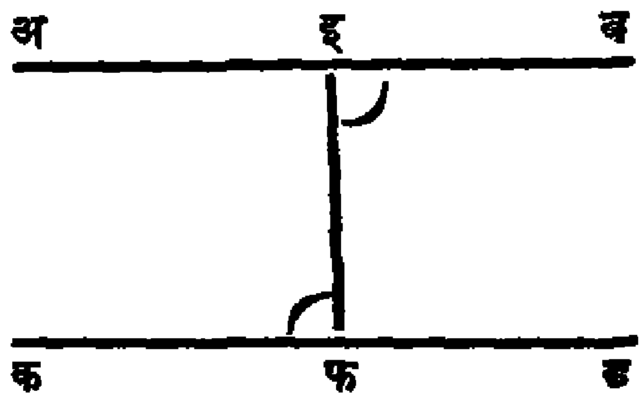
બે સમાન્તરોને એક આડી લીટી છેદે તો કયા ખુણા સરખા થાય છે ? વ્યુત્ક્રમ ખુણા એ ખુણા આડી લીટીની કયી બાજુએ હોય છે ? વિરૂદ્ધ બાજુએ ત્યારે એક લીટીને સમાન્તર લીટી દોરવી હોય તો કાંઈ નિયમ નીકળે ખરો કે ? અ બિંદુમાથી બકની સમાન્તર એક લીટી દોરવાની છે તો શુ કરીશુ ?

અમાથી બકના કોઇપણ બિંદુ વ ઢ સુધી એક લીટી દોરો અઢવ ખુણો માપો અથવા તેની પાતળા કાગળ ઉપર નકલ કરો આ ખુણો વ્યુત્ક્રમ ખુણો ગણીએ તો બીજો વ્યુત્ક્રમ કયા આવવો



જોઇએ ? अ આગળ કયી બાજુએ ? જમણી બાજુએ अ આગળ ∠बडअની વિરૂદ્ધ બાજુ ઉપર डअइ ખુણેા ∠बडअની બરાબર કંપાસથી અથવા કેાણમાપકથી કરેા અથવા ટાકણી મારી છિદ્ર પાડી કરેા. ત્યારે કયી લીટી बकની સમાન્તર છે ? फअइ

વળી अमાથી बकની સમાન્તર લીટી દેારવાની છે. બે સમાન્તરેાને છેદતી આડી લીટીની એકજ બાજુ તરફના અંદરના ખુણાઓનેા શેા સબંધ છે ? એ ખુણા મળી બે કાટખુણા બરાબર છે. अमाथी ड સુધી એક આડી લીટી દેારેા. ∠अडब અંદરનેા ખુણેા છે ? હા. ત્યારે બીજો અંદરનેા ખુણેા કેવડેા હેાવેા જોઇએ ? ∠अडबનેા ન્યૂનતાપૂરક ત્યારે अडब ખુણેા માપેા તેનેા ન્યૂનતાપૂરક ખુણેા કેવડેા ? આ ખુણા બરાબર अ આગળ अड સાથે डअफ ખુણેા કંપાસથી અથવા પ્રેાટ્રેક્ટરથી બનાવેા. ત્યારે अफ અને कडब લીટી કેવી છે ? સમાન્તર.



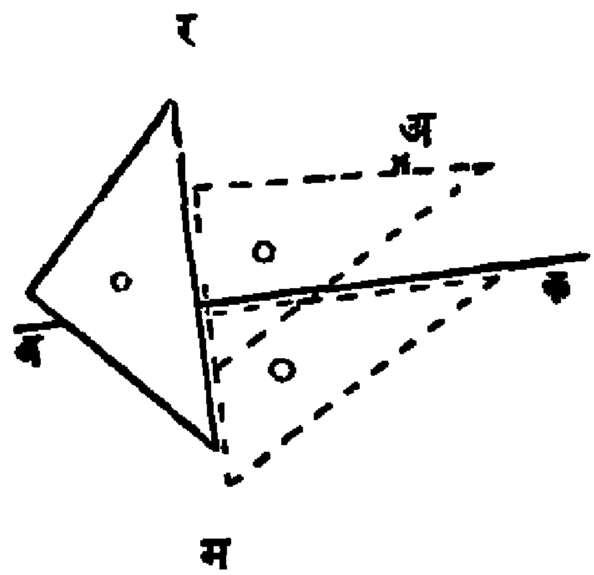
अब લીટી લેા તેની બહાર (નીચે કે ઉપર) फ એક બિંદુ લેા. अबમા એક इ બિંદુ લેા इफ સાધેા

એક આકૃતિ કાઢી ∠अइफની બરાબર ∠इफड કરેા આ ખુણા કેવા છે ? વ્યુત્ક્રમ. એ બરાબર છે ? હા, કયી જાતની લીટીઓમા વ્યુત્ક્રમ ખુણાઓ બરાબર હેાય છે ? સમાન્તર ત્યારે अब, कड કેવી લીટીઓ હેાવી જોઇએ ? સમાન્તર

બીજી આકૃતિ કાઢી ∠बइफનેા ન્યૂનતાપૂરક ∠इफड કરેા. ∠बइफ અને ∠इफडનેા શેા સબંધ છે ? તે બન્નેનેા સરવાળેા બે કાટખુણા બરાબર છે ? એ બે ખુણાઓ આડી લીટીની એકજ બાજુ ઉપર અંદરના ખુણાઓ છે ? કયી જાતની લીટીઓમા આવા અંદરના બે ખુણાઓ બે કાટખુણા બરાબર છે ? સમાન્તર. ત્યારે अब, कड કેવી લીટીઓ હેાવી જોઇએ ? સમાન્તર.

ત્રીજી આકૃતિ કાઢી फइ ને ल સુધી લબાવેા ∠लइब બરાબર ∠इफड કરેા આ ખુણાઓ કેવા છે? મળતા આવતા ખુણા એ બરાબર છે? મળતા આવતા ખુણાઓ ક્યારે બરાબર હેાવા જોઇએ? अब, कड સમાન્તર હેાય ત્યારે

સમાન્તર લીટી દેારવાની રીત.



अमाथी बकनी સમાન્તર એક લીટી દેારવાની છે ब क લીટી સાથે સેટસ્કવેરની કાટખુણેા કરતી એક કેાર બરાબર મુકેા એ સેટસ્કવેરની બીજી કેાર સાથે બીજો સેટસ્કવેર (યા પટી) બરાબર મુકેા. પહેલા સેટસ્કવેરને બીજાની કેાર સાથે अ બિંદુ તરફ ખસેડેા अ બિંદુ બરાબર સેટસ્કવેરની કાટખુણેા પડતી કેારની નીચે આવે ત્યારે अमाथी એક આડી લીટી પેન્સીલ કેાર સાથેજ રાખી દેારેા. આ પ્રમાણે अमाथी દેારેલી લીટી बकनी સમાન્તર છે કારણુ કે ब क સાથે સેટસ્કવેર જે ખુણેા પહેલા કરે છે તેજ ખુણેા બીજી વખતે સેટસ્કવેર अमाथी દેારેલી લીટી સાથે પણુ કરે છે અને આ ખુણાઓ મળતા આવતા છે

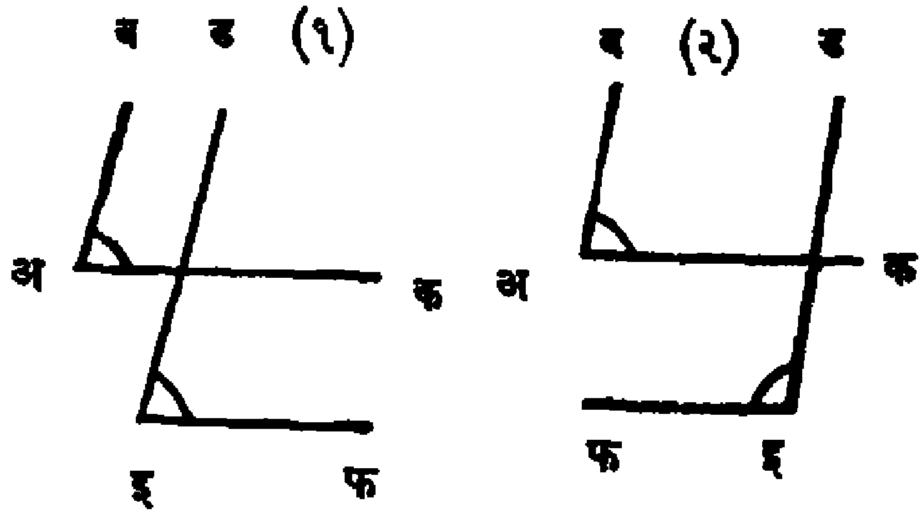
अ ब એક લીટી દેારેા. अबनी સમાન્તર क ड દેારેા. कडनी સમાન્તર इ फ દેારેા अ ब, क ड કેવી લીટી છે? क ड, इ फ કેવી લીટી છે? સમાન્તર अ ब, कडनु અતર વધે ઘટે ખરૂ? નહિ. क ड, इ फनु અતર વધે ઘટે ખરૂ? નહિ જ્યારે એ અતરેા એકજ રહે છે ત્યારે अ ब, इ फ નુ અંતર કેવુ હશે? એકજ ત્યારે अ ब, इ फनेा કેવેા સબધ હેાવેા જોઇએ? સમાન્તર ત્યારે જે **લીટીઓ એકજ લીટીને સમાન્તર છે તે અરસપરસ કેવી હેાવી જોઇએ? સમાન્તર.**

એકજ લીટીને ઘણી સમાન્તર લીટી દોરવા વિષે.

अ ब એક લીટી લો તેની બહાર ઉપર કે નીચે क, ड, इ, फ, ल બિંદુ લો. अ ब સાથે સેટસ્કવેરની બાજુની કોર બરાબર મુકો. અને બીજી બાજુની કોર સાથે ફુટપટી મુકો (અથવા બીજો સેટસ્કવેર મુકો) આ ફુટપટી સાથે પહેલા સેટસ્કવેરને જોઇએ તે પ્રમાણે ઉપર અથવા નીચે क, ड, इ, फ, ल બિંદુઓ પહેલી કોરની બરાબર નીચે આવે તેમ ખસેડો અને તે વખતે કોરની નીચેથી કોરની સાથે પેન્સીલ રાખી क,ड,इ, फ,ल આથી લીટીઓ દોરો આ લીટીઓ આપેલી अब લીટીને સમાન્તર છે.

ચાર બિંદુઓ ગમે ત્યા લઇ ઉપલીજ રીતે अबની સમાન્તર લીટીઓ દોરો.

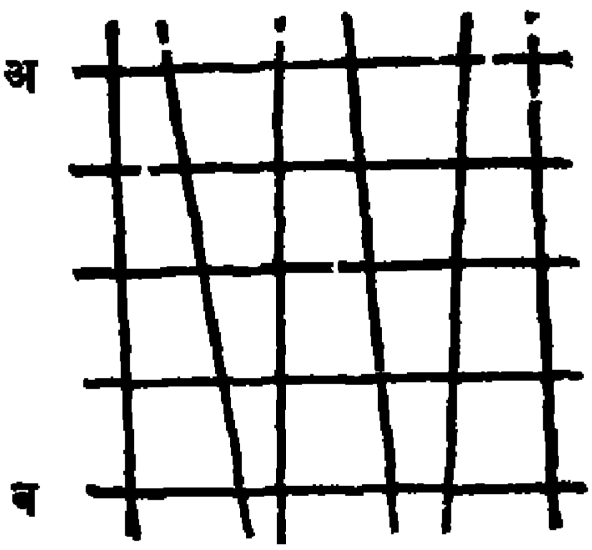
बअक ખુણો લો. इ આગળથી अब સમાન્તર इड દોરો, અને अक સમાન્તર इफ દોરો ∠अ અને ∠इ માપી જુઓ આ બે



ખુણાઓનો કાંઇ સબધ છે ? (૧)મા ∠अની ઉપર ∠इ મુકો. આ ખુણાઓ સરખા છે ? હા. (૨)મા ∠अ, ∠इ ખુણા કાપી લઇ એક લીટીની સાથે ઉપર યા નીચે બન્ને પાસેપાસે મુકો આ બે ખુણાની બહારની શાખાલીટીઓ લીટીની સાથે બરાબર મળી જાય છે ? હા ત્યારે એ બે ખુણાનો શો સબધ છે ? એ બે ખુણા મળી બે કાટખુણા છે ? અથવા બન્ને અરસપરસ ન્યૂનતાપુરક છે ? હા

(ग) આડી લીટી ઉપર સમાન્તર લીટીઓથી થતા અંતર્ભાગો.

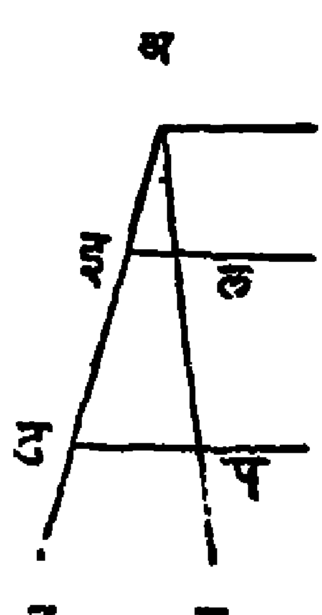
अब ઉભી લીટી લો તેની ઉપર ગમે તે પાચ બિંદુઓ સરખે એકજ અંતરે લો એ બિંદુઓમાથી દોરેલી પાચ ગમે તે સમાન્તર લીટીઓને છેદે તેમ ઉભી લીટીઓ દોરો પહેલી લીટી ઉપર સમાન્તરોની વચ્ચે થતા ચાર અંતર્ભાગો માપો. એ સરખા છે? બીજી લીટી ઉપરના અંતર્ભાગો માપો એ સરખા છે? હા ત્રીજીના માપો. એ સરખા છે? હા. ચોથીના માપો એ સરખા છે? હા પાચમીના માપો દરેક લીટીના એ અંતર્ભાગો સરખા છે? હા વગેરે.



ત્યારે આ પ્રયોગ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો?

"ત્રણ અથવા વધારે સમાન્તરોની વચ્ચે થતા કોઈપણ એક લીટીના અંતર્ભાગો સરખા હોય તો તેજ સમાન્તરોને છેદતી બીજી કોઈપણ લીટીના અંતર્ભાગો પણ બરાબર છે"

अब, अक બે લીટી કોઈ પણ ખુણો કરે એમ દોરો अब ઉપર इ બિંદુ લો अब ઉપર ड બિંદુ એવું લો કે इ ड અંતર अइના કરતા બમણું હોય अ, इ, ड માથી ત્રણ સમાન્તરો દોરો સમાન્તરો अकને ल, पमा છેદે છે. अल, लपનો શો સંબંધ છે? लप અંતર અર્ધું કરો. તે અર્ધા ભાગને अल ઉપર મુકો

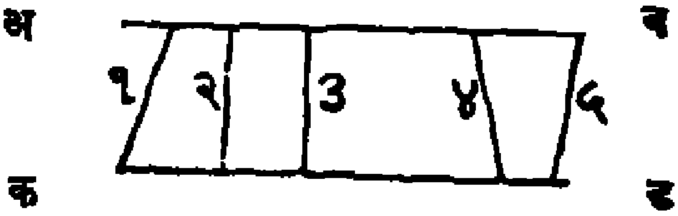


ઉપલા પ્રયોગમા इ ड અંતર अ इ થી ત્રણ-ગણું ચારગણું, પાચગણું, છગણું, લો. પછી इ, ड માથી સમાન્તરો દોરો. આ સમાન્તરો

अकने ल, प मा છેદે છે, ત્યારે अ ल, ल प માપો. अ ल, ल प સરખાવો. ल प, अ कथी કેટલાગણુ છે? આ ઉપરથી શુ અનુમાન કરો છો?

(घ) સમાન્તર લીટીઓ વચ્ચેનુ અંતર

अ ब, क ड બે સમાન્તરો દોરો. તેની ઉપર ત્રણ ચાર અતરો બતાવ્યા પ્રમાણે क



દોરો સમાન્તર લીટીની વચ્ચેના આ અતર માપો આ અતરો બધાં સરખા છે? નહિ. આ અતરો સમાન્તરો સાથે જે ખુણા કરે તે માપો આ ખુણાઓ સરખા છે? ૧ નીચેની સમાન્તર સાથે જે ખુણો કરે તેવડોજ ખુણો ૨ પણ કરે છે? નહિ ૩, ૪, વગેરે પણ તેવડાજ ખુણા કરે છે? નહિ ૩ જે ખુણો કરે તે બરાબર ધ્યાનમા રાખો જમણા હાથ પર જઇએ તેમ તેમ ૨, ૩, ૪, ૧ના કરતા क ड સાથે મોટા ખુણા કરે છે કે નાના? મોટા. કયુ અતર क ड સાથે કાટખુણો કરે છે? ૩ એજ અતર अब ની સાથે કયો ખુણો કરે છે? કાટખુણો ૩ અતર બધા અતરોમા નાનામા નાનું છે? હા. એના કરતા નાનુ અતર કોઇપણ બાજુ ઉપર દોરી શકાય ખરૂં કે? નહિ તેથી બે સમાન્તરોની વચ્ચે જે લબ અતર છે તે સૌથી નાનુ છે અને તેથી બે સમાન્તરોનું અતર તેઓની વચ્ચે કાટખુણે લેવાય છે. ત્યારે બે સમાન્તર લીટીઓની વચ્ચેનુ અતર કયા નિયમે કાઢવુ જોઇએ? **જે અંતર બે સમાન્તરોને લંબ હોય તેજ અંતર લેવું.** તમારી લીટીવાળી નોટબુકમા જે લીટીઓ સમાન્તર છે તેની વચ્ચેના અતરો ઇંચ અને મી. મીમા માપો, અને સરખાવો બે સમાન્તરને લબ હોય તેમ એક લીટી દોરો આ લીટી સમાન્તરને મળે તેમ લબાવો. આડી લીટી અને બીજી સમાન્તર વચ્ચેનો ખુણો માપો એ ખુણો કેવો છે?

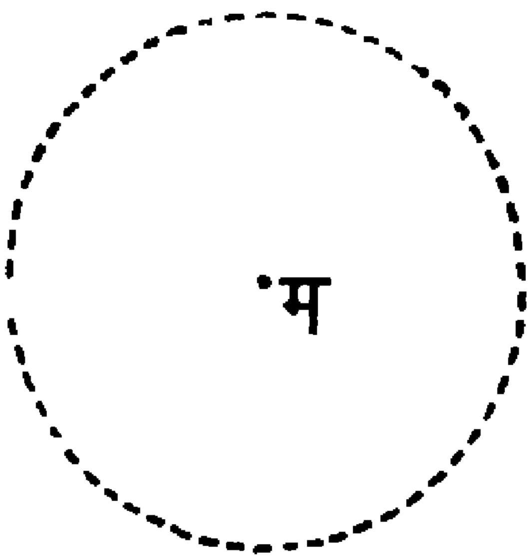
ત્રણ, ચાર, પાચ, સમાન્તરો દોરો એકને લબ હોય તેવી એક લીટી દોરો. આ લીટી સમાન્તરાને છેદે તેમ લંબાવો. આ આડી લીટી અને બાકીની સમાન્તરોની વચ્ચેના બધા ખુણા માપો અને સરખાવો: આ ખુણાઓ કેવા છે? આ પ્રયોગો પરથી શુ અનુમાન કરો છો?

"બે અથવા વધારે સમાન્તર લીટીમાંથી એકને જો કોઈપણ લીટી લબ હોય તો તે લીટી બીજી સમાન્તરોને પણ લબ હોય છે"

§ ૯. ત્રિકોણ.

(क) વર્તુળ.

પાટીઆ ઉપર વાપરવાના કપાસના છેડામા ચાક મૂકી કપાસના બન્ને છેડાને એક ફૂટ દૂર લો પાટીઆ ઉપર म બિંદુ લઇ તેના ઉપર કપાસનુ લોખડનુ અગ્રબિંદુ મૂકી કપાસને બીજે છેડેના ચાકથી એક બિંદુ પાટીઆ ઉપર મૂકો આ બિંદુ मથી કેટલુ દૂર છે? એક ફૂટ. ચાકના છેડાનેજ સહેજ ખસેડી બીજુ બિંદુ લો આ બિંદુ मથી કેટલુ દૂર છે? એક ફૂટ. આ પ્રમાણે ચાકના છેડાનેજ સહેજ સહેજ ખસેડી એક એક બિંદુ મૂકી એ દરેક બિંદુ मથી કેટલુ દૂર છે એ વિદ્યાર્થી પાસે કઢાવવુ આ બધા બિંદુ मથી કેટલે કેટલે અતરે છે? એક ફૂટ બધા સરખેજ અતરે છે?



હવે પછી म ઉપર લોખડનુ બિંદુ રાખી એક ફૂટનુ જે અતર બન્ને છેડાની વચ્ચે લીધુ છે તેજ કાયમ રાખી ચાકના બીજા છેડાથી વર્તુળનો આખો પરિધ દોરો પરિધ ઉપર એકાદ બિંદુ લો આ બિંદુ मથી કેટલું દૂર છે? એક ફુટ (બીજુ લઇ) આ બિંદુ मથી કેટલું દૂર છે? એક ફૂટ આ (પરિધ) લીટી ઉપરના કયા કયા બિંદુ मથી એક ફૂટ અતરે છે? આ લીટી ઉપરના કેટલા બિંદુ मથી એક ફુટ અતરે છે? બધા. વર્તુળના મધ્યબિંદુ અને પરિધના બિંદુઓ વચ્ચેના અતર વિષે આ ઉપરથી કાંઈ નિયમ નીકળે છે? "પરિધ ઉપરનાં બિંદુઓ મધ્ય બિંદુથી બધાંજ સરખે અંતરે આવેલાં હોય છે."

મધ્યબિંદુથી ૧ા ફુટ અંતરે એક બિંદુ લેા આ બિંદુ મધ્યબિંદુથી કેટલુ દૂર છે? એક ફુટથી વધારે કે ઓછે અંતરે છે? એ વર્તુળની બહાર છે કે અંદર? મધ્યબિંદુથી ૧૧ ઇંચ અંતરે એક બિંદુ લેા. ઉપર પ્રમાણે પ્રશ્ન કરી પૂછેા કે મધ્યબિંદુથી એક ફુટ અંતરે આવેલુ બિંદુ પરિધિની બહાર અથવા અંદર હેાઇ શકે ખરૂં? નહિ

ડ્રોઇંગના સાહિત્યમાંથી કેાઇ એક ગેાળ વસ્તુ લેા. તેના પરિધ ઉપર બરાબર એક પાતળી દેારી વિંટાળેા બરાબર એક વખત વિંટાઈ રહે કે જેટલી દેારી વિંટળાઇ હેાય તેટલી કાપી લેા આ કટકેા ફૂટપટીથી માપેા. એજ ગેાળ વસ્તુનેા વ્યાસ માપેા પહેલા કટકાની લબાઇ આ લબાઇ સાથે સરખાવેા પરિધિની લબાઇ વ્યાસની લબાઇથી કેટલાગણી છે?

ટેબલ ઉપર એક પૈસેા અથવા રૂપીએા મુકેા, અને તેની આસપાસ દેારેા વિંટાળી ઉપલેા પ્રયેાગ કરેા પરિધ અને વ્યાસની લંબાઈ કયા પ્રમાણુમા છે?

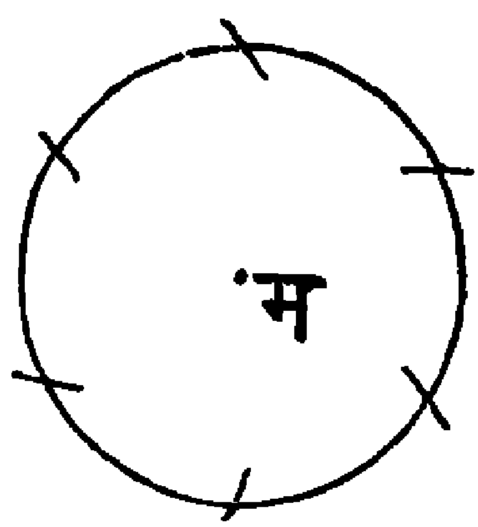
સાત ઇંચિ વ્યાસનેા એક વર્તુળ દેારેા, તેના પરિધના એક બિંદુથી શરૂ કરી આસપાસ દેારેા વિંટાળેા. એક ફેરેા બરાબર પુરેા થઈ રહે ત્યારે દેારેા કાપી લેા આ દેારેા પરિધની લંબાઈ બરાબર છે? પરિધ અને વ્યાસની લબાઇનુ પ્રમાણુ શું આવે છે?

૨.૮", ૯.૧ સે. મી., ૧.૪", વગેરેના વ્યાસ લઈ વર્તુળ દેારી ઉપલેાજ પ્રયેાગ કરેા પરિધ વ્યાસથી કેટલાગણેા મેાટેા લાગે છે? એ વિષે આ ઉપરથી કાઇ નિયમ નીકળે છે? હા કયેા નિયમ? પરિધ વ્યાસથી ૩⅐ગણેા છે અથવા પરિધ અને વ્યાસ ૨૨ ૭ના પ્રમાણુમા છે.

એક વર્તુળ દેારેા પરિધ ઉપર अ, ब, क, ड, इ, વગેરે બિંદુએા પાસેપાસે લેા એ બિંદુએામા ટાંકણીએા મારેા. अથી શરૂ કરી ટાંકણી અંદર રહે તેમ તેની આસપાસ દેારેા વિંટાળેા એક ફેરેા પુરેા થાય કે દેારેા કાપી લેા આ દેારેા પરિધની લબાઈ આશરે બતાવે છે એમ માલમ પડશે એ દેારેા વર્તુળની ત્રિજ્યાથી કેટલાગણેા છે? આશરે સવા છગણેા.

ઉપલાજ પ્રયોગમા अ, ब, क, ड, વગેરે તદ્દન પાસેપાસે મુકો. અને પ્રયોગ કરો આ વખતે દોરાની લબાઇ પહેલી વખતના જેટલીજ છે? ના. વધારે કે ઓછી છે? વધારે

એ પ્રમાણે अ, ब, क, ड, इ, વગેરે તદ્દન પાસેપાસે આવે તેમ પ્રયોગ કરો. આ વખતે પરિધ ઉપર દોરો બરાબર આવે છે કે નહિ? આવે છે. આ પ્રયોગો પરથી માલમ પડે છે કે પરિધ ઉપર अ, ब, क, ड, વગેરે જેમ જેમ પાસેપાસે લઇએ તેમ તેમ अ∠ब અને તેની ઉપરના ક્રૉસના વચ્ચેનો તફાવત ઓછો થતો જાય છે, અને अ, ब, क, ड વગેરે છેક તદ્દન પાસે લઇએ તો પરિધ અને अ ब क ड ..ની વચ્ચે કાઇજ તફાવત રહેતો નથી આ ઉપરથી ઠસાવો કે વર્તુળમા દોરેલા બહુકોણની બાજુઓની સખ્યા જેમ વધે, એટલે બાજુઓ દરેક બહુજ નાની થાય છે તેમ એ બહુકોણની બાજુઓ પરિધની પાસે અને પાસે આવે છે, અને આખરે તેની પરિમિતિ પરિધના જેવડીજ થઈ રહે છે



કાગળ ઉપર કોઇપણ વર્તુળ દોરો પરિધના કોઈ પણ બિંદુથી શરૂ કરી ત્રિજ્યાના જેવડા જેટલા ભાગ થાય તેટલા કરો છેલ્લા અતરનો બીજો છેડો પહેલા બિંદુ ઉપર બરાબર આવે છે? પરિધ ઉપર કેટલા ભાગ પડયા છે? ૭ આ ભાગોની વચ્ચે વચ્ચે પરિધ ઉપર જે જે બિંદુઓ છે તેને અનુક્રમે સાધો આ દરેક જ્યા* માપો દરેક કેટલી લાબી છે? ત્રિજ્યાના જેટલી

(ख) વર્તુળ અને ત્રિકોણ

૧.૫" ત્રિજ્યાનો વર્તુળ દોરો ૩.૨" ત્રિજ્યાનો વર્તુળ દોરો

૭.૪ સે. મી ત્રિજ્યાનો વર્તુળ દોરો એ પ્રમાણે ચાર પાચ બીજા વર્તુળ દોરો

---

* જ્યા—પરિધ ઉપરના કોઇ પણ બે બિંદુને જોડનારી લીટી જ્યા કહેવાય છે.

म બિંદુ આગળથી એક તોપનો ગોળો બધી બાજુ ૩ૢ માઇલ સુધી જાય છે તો કેટલી જગ્યામા તોપના ગોળા પડી શકે ? (૧મા . ૧")

अ આગળ ઉભો રહી એક માણુસ શિકાર કરે છે તેની બંદુકની ગોળી ૪૦૦ વાર સુધી જઇ શકે તો કેટલા ભાગમાથી તે માણુસ જનાવરને મારી શકશે ? (૪૦ વાર ૧ સે મી)

બે કિલ્લાઓ ૧૦ માઇલને અંતરે છે દરેકમાથી તોપનો ગોળો ૭ માઇલ અંદર પડી શકે છે જે સફાઇમા બન્નેના ગોળા આવી પડે તેની આકૃતિ ૧ મા ૧ સે મી ના પ્રમાણુમા કાઢો

એક માળી એક ગોળ બગીચામા (ત્રિજ્યા ૫૦') તેની કોર ઉપર ઉભો રહી ૭૦ ફુટ આસપાસ પાણી છાંટી શકે છે તો જે સફાઇમા પાણી ન જાય તેની આકૃતિ પાડો (૧૦ ફુટ ૧")

૨" દૂર હોય એવા બે अ, ब બિંદુ લો अથી ૨" દૂર આવેલા બધા બિંદુઓ બતાવો. (अ મધ્ય બિંદુ લઇ ૨" ત્રિજ્યાના વર્તુળનો પરિઘ દોરો) बથી ૨" દૂર આવેલા બધા બિંદુઓ બતાવો, अ અને ब બન્નેથી ૨" દુર આવેલા કેટલા બિંદુઓ છે ? બે ધારો કે તે क, ड છે. कअ, कब, डअ, डब સાંધો, अब, बक, कअ દરેક કેટલી લાંબી છે ? अब, बड, डअ દરેક કેટલી લાંબી છે ?

૩·૫" દુર આવેલા अ, ब બિંદુ લો अથી ૪ ૧" દુર આવેલા બધા બિંદુ બતાવો. बથી ૨·૭" દુર આવેલા સઘળા બિંદુ બતાવો. अથી ૪·૧" દુર અને बથી ૨·૭" દુર આવેલા કેટલા બિંદુઓ છે ? બે. ધારો કે તે क, ड છે. अड, बड કેટલી કેટલી લાંબી છે ? अक, बक કેટલી કેટલી લાંબી છે ?

ઉપલા પ્રયોગોમા આપણે કેવા બિંદુઓ શોધ્યા છે ? બે આપેલા બિંદુથી આપેલે અંતરે આવેલા. ત્યારે આપેલે અંતરે આવેલુ બિંદુ શોધવાને માટે આ ઉપરથી કાંઈ નિયમ નીકળે છે ખરો ? હા. બે આપેલા બિંદુથી આપેલે અંતરે આવેલું બિંદુ શોધવાને માટે કયો નિયમ છે ?

આ બિંદુને આપેલા બે બિંદુ જોડે સાધીએ તો જે આકૃતિ થાય છે તે જુઓ એમા કેટલા ખુણા છે? ત્રણ કેટલી બાજુ છે? ત્રણ.

૨·૭" દુર આવેલા अ ब બે બિંદુ લો अथी ૨·૯" દુર અને बथी ૩ ૩" દુર આવેલુ क બિંદુ શોધી કાઢો अब, बक, अक સાધો अब કેટલી લાબી છે? बक કેટલી લાબી છે? कअ કેટલી લાબી છે? अबक કેવી આકૃતિ થઈ? ત્રણ ખુણા અને ત્રણ બાજુ વાળી.

ઉપર પ્રમાણેનો પ્રયોગ જુદી જુદી લબાઇઓ લઇ ચાર પાચ વખત કરો.

ઉપલા પ્રયોગમા अ ब, क ब, क अ લંબાઇઓ આપેલી છે. એવી લંબાઇનો જે ત્રિકોણ થાય તે દોરવાને એ પ્રયોગો પરથી કાઇ નિયમ નીકળે છે?

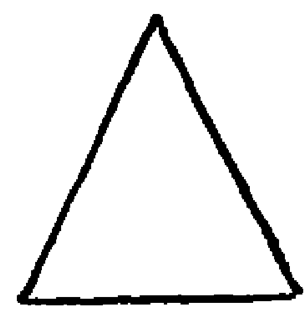
"अब, बक, कअ ત્રણ બાજુનો ત્રિકોણ બનાવવો હોય તો अब દોરો अ મધ્યબિંદુ અને कअ ત્રિજ્યાનો એક વર્તુળ દોરો ब મધ્યબિંદુ અને कब ત્રિજ્યાનો બીજો વર્તુળ દોરો આ બે વર્તુળો જે બિંદુમા છેદે તે બિંદુને अ, क જોડે સાધો अबक માગેલો ત્રિકોણ છે"

ઉપલા પ્રયોગોમા अ ब क, अ ब ड ત્રિકોણો થાય છે તે કાઇ રીતે સરખા થાય એવુ કાઇ માલમ પડે છે?

નીચેના માપ પરથી ત્રિકોણો કાઢો —

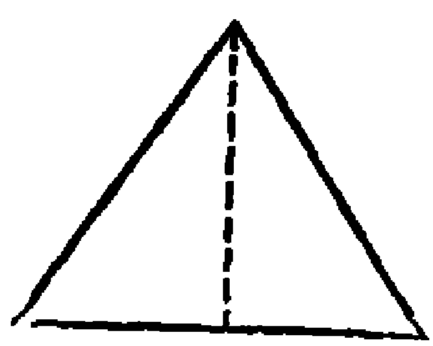
अ ब ૮·૭ સે મી.	ब क ૮·૯ સે મી	क अ ૭ ૭ સે મી.
,, ૭·૭ ,,	,, ૬ ૩ ,,	,, ૯ ૩ ,,
,, ૫·૧ ઇંચ,	,, ૪·૨ ઇંચ,	,, ૩·૭ ઇંચ.
अब ૩ ૨ ઇંચ,	बक ૪ ૨ ઇચ,	कअ ૧·૭ ઇચ,
,, ૪ ૨ ,,	,, ૩·૧ ,,	,, ૬·૩ ,,
,, ૧૧૧ મી મી	,, ૮૨ મી મી.	,, ૬૧ મી મી.
,, ૭૮ ,,	,, ૫૩ ,,	,, ૬૪ ,,

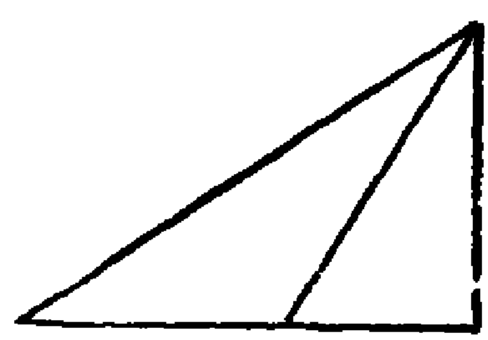
(ग) બાજુ ઉપરથી ત્રિકોણનો પ્રકાર.



ત્રિકોણને જે બાજુ ઉપર ઉભો રહેલો આપણે ધારીએ છીએ તે બાજુ ત્રિકોણનો પાયો કહેવાય છે अ ब ઉપર ત્રિકોણ ઉભો છે એમ ધારીએ તો अ ब પાયો છે, ब क ઉપર તે ઉભો છે એમ ધારીએ તો ब क પાયો છે, क अ ઉપર તે ઉભો છે એમ ધારીએ તો તે क अ પાયો છે

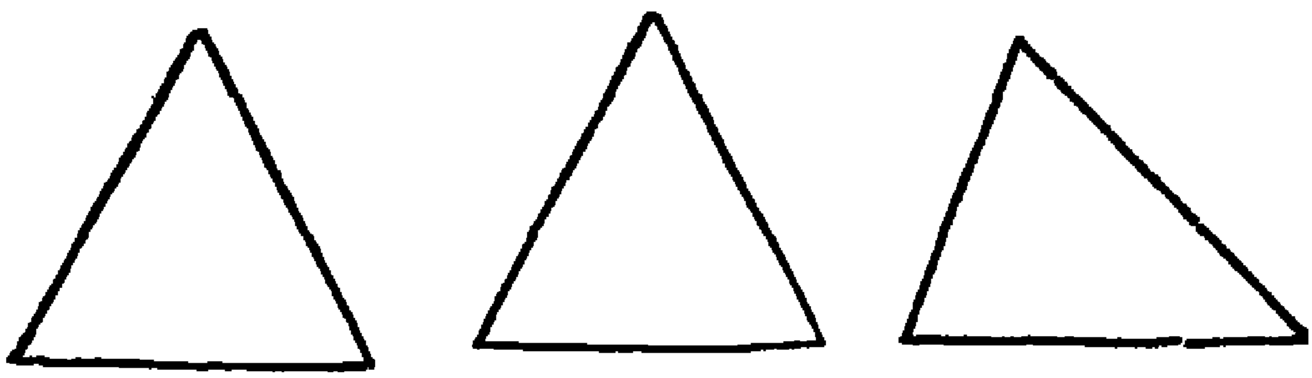
પાયાની સામેના ખુણાને શિરોબિંદુ આગળનો ખુણો કહે છે શિરોબિંદુમાંથી પાયા ઉપર દોરેલા લંબને ત્રિકોણની ઉંચાઈ કહે છે. નીચેના अबक ત્રિકોણોમા अड દરેક ત્રિકોણની ઉંચાઈ છે.





પાટીઆ ઉપર એકાદ (૧) સમબાજુ ત્રિકોણ, (૨) એકાદ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ, (૩) એકાદ વિષમબાજુ ત્રિકોણ દોરો. (૧) બતાવી બાજુઓ સરખાવો બાજુઓનો કાંઈ સંબંધ માલમ પડે છે? (૨) બતાવી બાજુઓ સરખાવો કેટલી બાજુઓ સરખી છે? બે. (૩) બતાવી કેટલી બાજુઓ બરાબર છે? એક બાજુ બરાબર હોય

એવેા ત્રિકેાણુ આવી શકે ખરેા? એમ બોલવામા શી ભૂલ થાય છે તે કહેા.



(૧) સમબાજુ ત્રિકેાણુ (૨)સમદ્વિબાજુ ત્રિકેાણુ (૩) વિષમબાજુ ત્રિકેાણુ.

વ્યાખ્યા—જે ત્રિકેાણુમા ત્રણે બાજુ બરાબર હેાય તેને **સમબાજુ** (સમ = બરાબર) ત્રિકેાણુ કહે છે

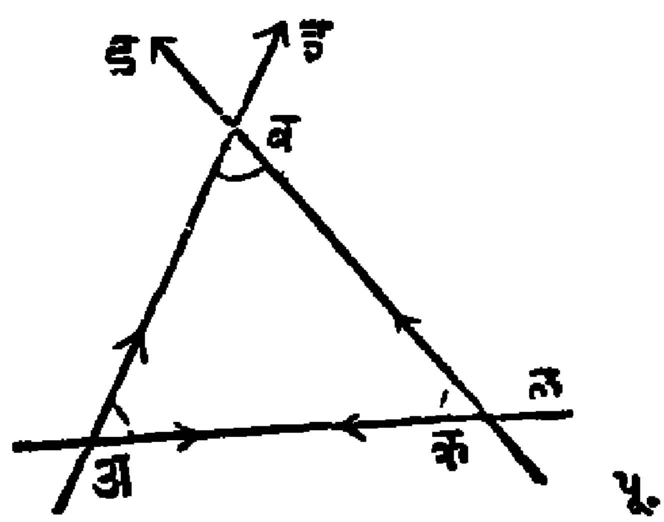
વ્યાખ્યા—જે ત્રિકેાણુમા ગમે તે બે બાજુ બરાબર હેાય તેને **સમદ્વિબાજુ** (સમ = બરાબર, દ્વિ = બે) ત્રિકેાણુ કહે છે

વ્યાખ્યા—જે ત્રિકેાણુમા કેાઇપણ બે બાજુ બરાબર નથી હેાતી તેને **વિષમબાજુ** (વિષમ = બરાબર નહિ) ત્રિકેાણુ કહે છે.

થેાડાક સમબાજુ, થેાડાક સમદ્વિબાજુ, થેાડાક વિષમબાજુ ત્રિકેાણેા વિદ્યાર્થી પાસે કંપાસથી અને ફુટપટ્ટીથી દેારાવેા. પછી ફક્ત હાથથીજ દેારાવેા.

(ઘ) ત્રિકેાણના ત્રણે ખુણાનેા સરવાળેા.

ગમે તે એક ત્રિકેાણુ કાઢેા તેના ત્રણે ખુણા કાપી લેા એ ત્રણુ ખુણાને એકેકની પાસેપાસે મૂકી એક લીટીની ઉપર મૂકેા એ ત્રણે મળી કેટલેા સરવાળેા થયેા? એ સરવાળેા બે કાટખુણા બરાબર છે? હા ગમે તે એક ત્રિકેાણુ કાઢેા. તેના ત્રણે ખુણાને કેાણમાપકથી માપેા, ને તેનેા સરવાળેા કરેા. આ સરવાળેા કેટલેા છે? ૧૮૦° આ પ્રમાણે ઘણી વખત કરેા આ પ્રયેાગેા ઉપરથી ત્રિકેાણુના ખુણાના સરવાળા વિષે કાઇ નિયમ લાગે છે? હા. કયેા નિયમ લાગે છે? **ત્રિકેાણના ત્રણે ખુણા મળી બે કાટખુણા બરાબર છે.**



अबक કોઇપણ ત્રિકોણ લો. अक ઉપર એક પેન્સીલ તીરની દિશામા મૂકો क તરફ તેનો પાતળો છેડો અને अ આગળ જાડો છેડો રહેવા દો પેન્સીલ કયી દિશામા છે ? પશ્ચિમથી પૂર્વમા अ આગળ છેડાને રાખી પ પેન્સીલને अबની દિશામા લઇ જાવ. પેન્સીલ હવે કયા છે ? अब ઉપર. પાતળો છેડો કયી દિશામા છે ? अबની દિશામા કયા ખુણામાથી પેન્સીલને આપણે ફેરવી છે ? ∠अમાથી હવે પેન્સીલને ब આગળ લઈ જાવ અને बइ દિશામાથી बड દિશામા મૂકો. પેન્સીલ હવે કયા છે ? बड ઉપર કયી દિશામા ? बडની. પેન્સીલને હવે કયા ખુણામાથી ફેરવી છે ? अबकમાથી. પહેલા કયા ખુણામાથી ફેરવી હતી ? ∠अમાથી બે વખત મળી કયા ખુણામાથી ફેરવી છે ? ∠अ+∠बમાથી હવે પેન્સીલને क આગળ कब ઉપર નીચે સેરવો પેન્સીલ હવે કયા છે ? कब ઉપર. કોઇપણ ખુણામાથી અત્યારે ફેરવી છે ? નહિ પેન્સીલને ∠बकअમાથી ફેરવો પેન્સીલ હવે કયા છે ? कअ ઉપર અત્યારે કયા ખુણામાથી પેન્સીલને ફેરવી છે ? ∠बकअમાથી પહેલા કયા કયા ખુણામાથી ફેરવી હતી ? ∠अ અને ∠बમાથી. એકદર આપણે પેન્સીલને કયા કયા ખુણામાથી ફેરવી છે ? ∠अ + ∠ ब + ∠कમાથી. ત્રિકોણના ત્રણે ખુણામાથી પેન્સીલને આપણે ફેરવી છે ? હા. અત્યારે પેન્સીલ કયી દિશામા છે ? પૂર્વથી પશ્ચિમ છે ? પહેલા તે કયી દિશામા હતી ? પશ્ચિમથી પૂર્વ. ત્યારે ત્રિકોણના ત્રણે ખુણામાથી ફેરવતા પેન્સીલની દિશા કેટલી બદલાઇ ગઇ ? વર્તુળના કેટલા ભાગમાથી તે ફરી ? અર્ધા કેટલા કાટખુણામાથી તે ફરી ? બે કાટખુણા ત્યારે ત્રિકોણના ત્રણે ખુણાના સરવાળા વિષે શુ અનુમાન કરો છો ? ત્રિકોણના ત્રણે ખુણા મળી બે કાટખુણા બરાબર છે.

પ્રશ્નો.

૧. ત્રિકોણમા નીચેના બે ખુણા આપ્યા હોય તો ત્રીજો ખુણો કેવડો ? (૧) ૫૪°, ૭૬°, (૨) ૪૧°, ૯૧°, (૩) ૫૩°, ૫૭°, (૪) ૬૧°, ૭૯°, (૫) ૭૨°, ૬૧°, (૬) ૧૧૫°, ૨૩°, (૭) ૪૭°, ૫૧°

૨ નીચે પ્રમાણેનો એકેક ખુણો આપેલો છે અને બાકીના બન્ને ખુણા સરખા છે એવા ત્રિકોણના ખુણાના માપ શું ?

૫૨°, ૪૭°, ૨૬°, ૪૨°, ૬૮°, ૭૨°, ૪૧°, અને ૧૫°

૩ પ્રશ્ન ૨મા જે સરખા ખુણા છે તે દરેક તેમા જે ખુણો આપ્યો છે તેના જેવડો છે તો ત્રિકોણના ખુણાના માપ શુ ?

૪ જો ત્રિકોણમા ત્રણે ખુણા સરખા હોય તો દરેક ખૂણો કેવડો ?

૫. નીચેના ખૂણાવાળા ત્રિકોણો કોઇપણ પાયા ઉપર આવીશકે ખરા ? (૧) ૯૦°, ૬૦°, ૩૦°, (૨) ૭૧°, ૯૦°, ૨૦°, (૩) ૧૩૫°, ૨૧°, ૨૩°, (૪) ૪૭°, ૩૩°, ૯૯°, (૫) ૩૧°, ૩૨°, ૧૧૫°, (૬) ૧૨°, ૬૨°, ૧૦૬°; (૭) ૨૫°, ૪૫°, ૧૧૦°, (૮) ૫૦°, ૭૦°, ૬૧°, (૯) ૧૩°, ૫૫°, ૧૧૦°.

૬ ઉપરના પ્રશ્નમા ત્રિકોણ ન બની શકે તો તેનુ શુ કારણ છે ?

૭ ત્રિકોણ ન બને તેવા ખુણાની દશ જોડ બોલો.

૮ એક લીટી દોરો, તેના બન્ને છેડા ઉપર એકેક લીટી સાકડો ખુણો કરે તેમ દોરો આ ત્રણ લીટીઓથી ત્રિકોણ બને છે ?

૯ એક લીટી દોરો તેના બન્ને છેડા ઉપર એકેક લીટી કાટખૂણો કરે તેમ દોરો આ ત્રણ લીટીઓથી ત્રિકોણ બને છે ? કારણ કહો.

૧૦ એક લીટી દોરો તેના બન્ને છેડા ઉપર એકેક લીટી પહોળો ખુણો કરે તેમ દોરો. આ ત્રણ લીટીઓથી ત્રિકોણ બને છે ?

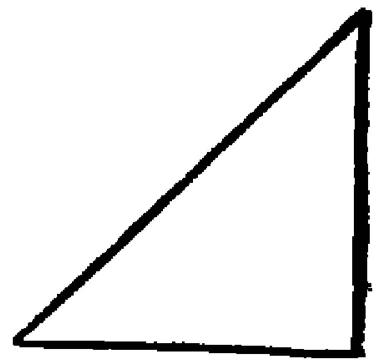
૧૧ કોઈપણ ત્રિકોણમા નીચેના ખૂણાની કયી કયી જોડ હોઇ શકે ?

	૧લો ખૂણો	૨જો ખૂણો	૩જો ખૂણો
(૧)	કાટખૂણો	સાકડો ખૂણો	સાકડો ખૂણો.
(૨)	કાટખૂણો	સાકડો ખૂણો	પહોળો ખૂણો.
(૩)	સાકડો ખૂણો	સાકડો ખૂણો	સાકડો ખૂણો.
(૪)	પહોળો ખૂણો.	પહોળો ખૂણો.	સાકડો ખૂણો.

(૫)	કાટખૂણો	કાટખૂણો	સાકડો ખૂણો.
(૬)	સાકડો ખુણો	સાકડો ખુણો	પહોળો ખુણો
(૭)	પહોળો ખુણો	પહોળો ખુણો	પહોળો ખુણો.
(૮)	કાટખુણો	કાટખુણો	કાટખુણો

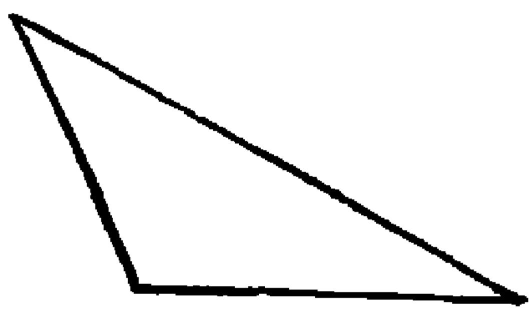
(ક) ખુણા ઉપરથી ત્રિકોણનો પ્રકાર.

પાટીઆ ઉપર એકાદ કાટખુણ (૧), એકાદ પહોળખુણ (૨), અને એકાદ સાકડખુણ (૩) ત્રિકોણ દોરો (૧)નો બતાવી આ ખુણો કેવો છે ? કાટખુણો, એ ત્રિકોણમા બીજો કાટખુણો આવી શકે ખરો ? નહિ ત્રિકોણમા કેટલા કાટખુણા આવી શકે ? **એકજ** જે ત્રિકોણમા એક ખુણો કાટખુણો હોય તેને **કાટખુણ ત્રિકોણ કહે છે.**



(૧) કાટખુણ ત્રિકોણ

(૨)જો બનાવી આ ખુણો કેવો છે ? પહોળો ખુણો એ ત્રિકોણમા બીજો પહોળો ખુણો આવી શકે ખરો ? નહિ ત્યારે ત્રિકોણમા કેટલા પહોળા ખુણા આવી શકે ? **એકજ** જે ત્રિકોણમા એક ખુણો પહોળો ખુણો હોય તેને **પહોળખુણ ત્રિકોણ** કહે છે.



(૨) પહોળખુણ ત્રિકોણ.

(૩)જો ત્રિકોણ બતાવો આમા કેટલા સાકડા ખુણા છે ? (૧)મા કેટલા સાકડા ખુણા છે ? બે (૨)મા કેટલા સાકડા ખુણા છે ? બે. ત્યારે કોઈપણ ત્રિકોણમા ઓછામા ઓછા કેટલા સાકડા ખુણા આવી શકે ? બે ત્યારે બેજ સાકડા ખુણા જેમા હોય એવા ત્રિકોણને સાકડખુણ ત્રિકોણ કહીએ તો ચાલે ખરૂં ? નહિ કારણ ..બે સાકડા ખુણાવાળા ત્રિકોણને સાકડખુણ ત્રિકોણ કહીએ તો (૧) અને (૨)મા શી ભુલ થાય છે ? ત્યારે

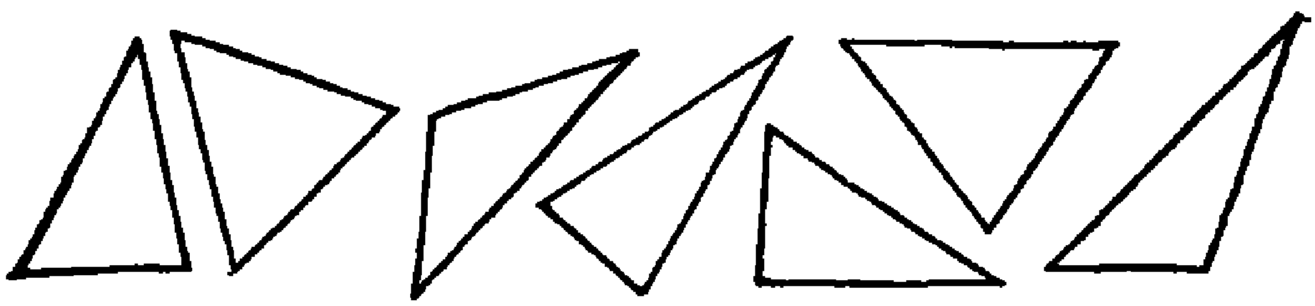


(૩) સાકડખુણ ત્રિકોણ.

કાટખુણુ ત્રિકોણુ અથવા પહોળખુણુ ત્રિકોણુ ન કહી શકાય એવા ત્રિકોણુમા કેટલા ખુણા સાકડા હોવા જોઇએ ? ત્રણ. આ ઉપરથી સાકડખુણુ ત્રિકોણુ કોને કહે છે તે કહો. જે ત્રિકોણુમા ત્રણ ખુણા સાકડા ખુણા હોય તેને **સાંકડખુણુ ત્રિકોણુ** કહે છે.

પ્રશ્નો.

૧૨ નીચેની આકૃતિઓના ત્રિકોણો ખુણાના પ્રકાર પ્રમાણે કેવા છે ?



૧૩. એક કાટખુણુ ત્રિકોણુ દોરો તેના બે સાકડા ખુણા કાપી લઇ કાટખુણા ઉપર પાસેપાસે ગોઠવો એ બન્ને ખુણા નીચેના ખુણા ઉપર બરાબર મળી રહે છે ?

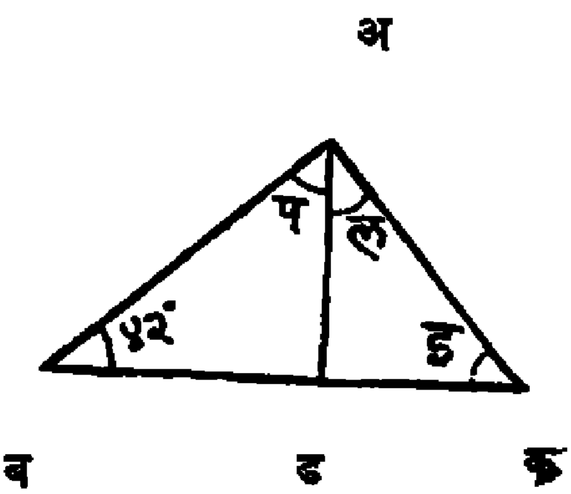
૧૪ પ્રશ્ન ૧૩મા સાકડા ખુણા માપી તેનો સરવાળો કરો એ બે ખુણા મળી એક કાટખુણા બરાબર છે ? એ બે ખુણાને અરસપરસ શું કહી શકો ?

૧૫ કાટખુણુ ત્રિકોણુમા એક સાકડો ખુણો ૫૩°, ૩૭°, ૮૮°, ૭૧°, ૧૯°, ૫૯°, ૬૭° કે ૩૯° હોય તો બીજો સાકડો ખુણો કેવડો ?

૧૬. કાટખુણુ ત્રિકોણુમા બે સાકડા ખુણા અરસપરસ કોટિખુણા છે કે નહિ તે કોઇપણ પાચ કાટખુણુ ત્રિકોણુ લઇ તપાસી જુઓ.

૧૭. अबक ત્રિકોણુમા ∠बअक કાટખુણો છે અને अड, बक ઉપર લંબ છે. જો ∠ब = ૪૨° હોય તો ∠प કેવડો છે ? ∠ल કેવડો ? ∠इ કેવડો ?

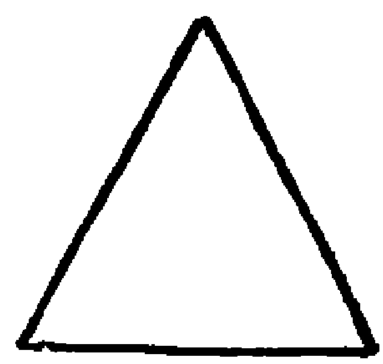
૧૮ પ્રશ્ન ૧૭મા ∠ब = ૩૫°, ૪૭°, ૬૩°, ૫૧°, ૧૯°, ૨૩° કે ૭૧° હોય તો ∠इ, ∠ल, ∠प એ દરેકનુ માપ કાઢો.



(ઘ). ત્રિકોણના બાહ્ય ખુણા.

કોઇપણ अबक ત્રિકોણ દોરો તેની बक બાજુ ड સુધી લંબાવો. अकड ખુણો ત્રિકોણની બહાર છે કે અંદર ? બહાર. अकड ખુણાને ત્રિકોણનો બાહ્ય ખુણો કહે છે. ત્રિકોણની ત્રણે બાજુને બન્ને દિશામા લંબાવો. ત્રિકોણના કેટલા બાહ્ય ખુણા છે ? ૭ પણ ત્રિકોણના દરેક શિરોબિંદુ આગળના સામસામેના કેટલા ખુણા છે ? બે એ બે સરખા છે ? હા. તેથી દરેક શિરોબિંદુ આગળના એકજ બહારના ખુણાને બાહ્ય ખુણા તરીકે ગણવામા આવે છે અને તેથી ત્રિકોણની ત્રણે બાજુને અનુક્રમે લંબાવીએ તો એ પ્રમાણે થતા બહારના ત્રણ ખુણા ત્રિકોણના બાહ્ય ખુણા લેવાય છે

अबक એક ત્રિકોણ દોરો अ, ब અને क એ ત્રણે ખુણાનો સરવાળો શો ? બે કાટ-ખુણા ત્યારે ∠अ + ∠बनो ન્યૂનતાપૂરક ખુણો કયો ? ∠क તેમજ ∠ब + ∠कनो ન્યૂનતા-પૂરક ખુણો કયો ? ∠अ. અને ∠अ + ∠कनो ન્યૂનતાપૂરક ખુણો કયો ? ∠ब



એક બીજો अबक ત્રિકોણ દોરો. તેની बक બાજુ ड સુધી લબાવો ∠अकबनो ન્યુનતાપૂરક ખુણો કયો ? ∠अकड અને ઉપલા પ્રયોગ પ્રમાણે બીજો જવાબ શો ? ∠अ+∠ब ત્યારે ∠अकड અને (∠अ+∠ब) નો શો સંબધ હોવો જોઇએ ? તે બરાબર હોવા જોઇએ આ ઉપરથી ત્રિકોણના બાહ્ય ખુણા અને અદરના ખુણાનો શો સબંધ હોવો જોઇએ ? એ વિષે કાઇ નિયમ નીકળે છે ?

“ ત્રિકોણનો કોઈપણ બાહ્ય ખુણો ત્રિકોણની માહેના તે બાહ્યખુણાની પાસેના ખુણા સિવાયના બાકીના બે ખુણાના સરવાળા બરાબર છે.”

ત્રિકોણના બાહ્ય ખુણાનો સરવાળો.

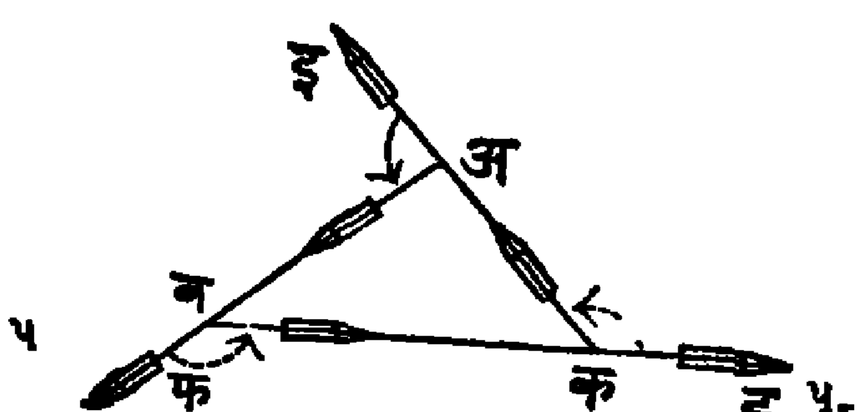
કોઇપણ अबक ત્રિકોણ દોરો. તેની ત્રણે બાજુ અનુક્રમે લબાવો. બહારના ત્રણે ખુણા કાપી કાઢો અને તેને પાસેપાસે એકજ શિરોબિંદુ આગળ ગોઠવો. એ કેટલા કાટખુણા બરાબર છે ? ચાર

अबक ત્રિકોણ દોરી તેના બાહ્ય ખુણાઓ માપો, તેનો સરવાળો કરો. કેટલા કાટખુણા બરાબર છે ? ચાર એક अबक ત્રિકોણ દોરો. તેની ત્રણે બાજુ અનુક્રમે લબાવો ब આગળના અદરના અને બહારના ખુણાનો સરવાળો શો ? બે કાટખુણા क આગળના અદરના અને બહારના ખુણાનો સરવાળો શો ? બે કાટખુણા. अ આગળના એજ બન્ને ખુણાનો સરવાળો શો ? બે કાટખુણા. ત્યારે अ, ब, क આગળના ત્રણે અદરના અને ત્રણે બહારના ખુણાનો સરવાળો શો ? છ કાટખુણા અને ત્રિકોણના ત્રણે અદરના ખુણાનો સરવાળો શો ? બે કાટખુણા ત્યારે ત્રિકોણના ત્રણે બાહ્ય ખુણાનો સરવાળો શો ? ચાર કાટખુણા.

આ ઉપરથી ત્રિકોણના બાહ્યખુણાના સરવાળા વિશે શુ અનુમાન કરો છો ? **એ સરવાળો ચાર કાટખુણા બરાબર છે**

પછી નીચે પ્રમાણેનો પ્રયોગ કરાવી એ નિયમ બરાબર ઠસાવો.

अबक એક ત્રિકોણ લો बक ઉપર એક પેન્સીલ મૂકો. અને તેનો જાડો છેડો क આગળ લાવો પેન્સીલનો તીણો છેડો કયી દિશામા છે ?



પૂર્વમા એ લક્ષમા રાખો. પેન્સીલને क આગળના બહારના ખુણામાથી ફેરવી कअ ઉપર લાવો. પેન્સીલ કયા ખુણામાથી ફરી ? $\angle$ अकडમાથી પેન્સીલને अ આગળ ખસેડી अ આગળના બહારના

ખુણામાથી તેને અબ ઉપર આવે તેમ ફેરવેા. હવે પેન્સીલ કયા ખુણા-માથી ફરી ? ∠ ઇઅબમાથી પેન્સીલને બ આગળ ખસેડી બ આગળના બાહ્ય ખુણામાથી ફેરવેા હવે પેન્સીલ કયા ખુણામાથી ફરી ? ∠ ફબકમાથી. ત્યારે પેન્સીલ એકદર કયા કયા ખુણામાથી ફરી ? ત્રિકેાણના ત્રણે બાહ્ય ખુણામાથી. પેન્સીનનેા તીણેા છેડેા કયી દિશામા છે ? પૂર્વમા પહેલા કયી દિશામા તે હતેા ? પૂર્વમા ત્યારે પેન્સીલ ફરીને પાછી તેજ દિશામા આવી. પેન્સીલને ઘડી ઘડીએ ફેરવી ત્યારે તે પૂર્વમાજ હમેશા હતી ? નહિ તેની દિશા બદલાતી હતી ત્યારે એ પ્રમાણે ફરતા આ પ્રયેાગમા તે કેટલા આટા ફરી ? એક આખેા આટેા અને એક આખેા આટેા ફરે ત્યારે વર્તુળનેા કેટલામેા ભાગ તે ફરી હશે ? આખેા વર્તુળ. ત્યારે કેટલા કાટખુણામાથી તે ફરી ? ત્યારે ત્રિકેાણના ત્રણે બાહ્યખુણાનેા સરવાળેા શેા ? ચાર કાટખુણા.

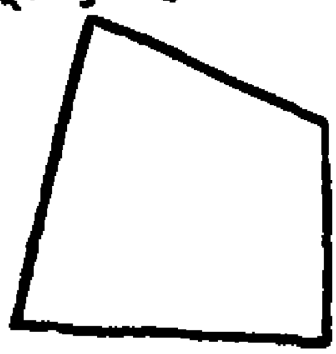
(છ) બહુકેાણ આકૃતિના બાહ્ય ખુણાનુ મહત્ત્વ.

વ્યાખ્યા—ચાર સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી આકૃતિને ચતુષ્કેાણ કહે છે

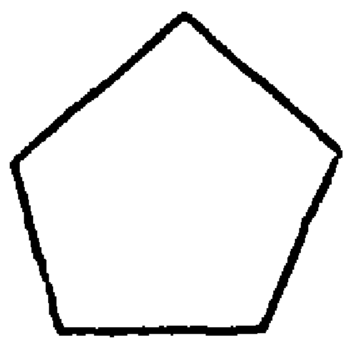
વ્યાખ્યા—ચાર કરતા વધારે સીધી લીટીઓથી નિયમિત થએલી આકૃતિને બહુકેાણ કહે છે.

વ્યાખ્યા—પાચ સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી આકૃતિને પંચકેાણ કહે છે

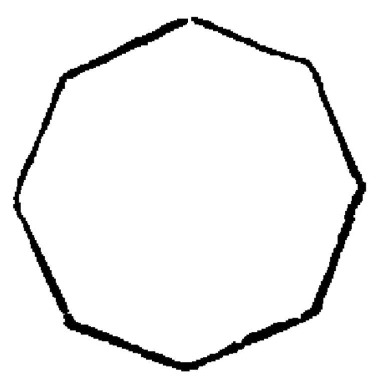
વ્યાખ્યા—૭ સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી આકૃતિને ષટ્કેાણ કહે છે



ચતુષ્કેાણ.



પચકેાણ.



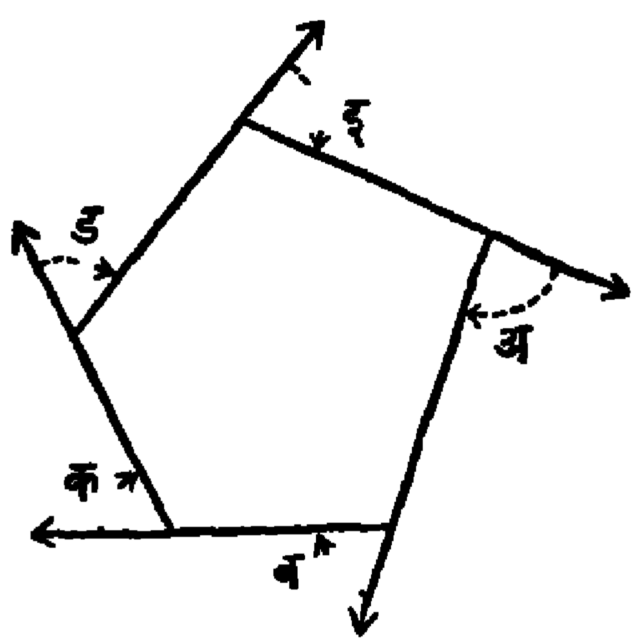
અષ્ટકેાણ.

વ્યાખ્યા—સાત, આઠ, નવ, દશ અને બાર સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી આકૃતિને અનુક્રમે સપ્તકોણ, અષ્ટકોણ, નવકોણ, દશકોણ, અને દ્વાદશકોણ, કહે છે.

કોઈપણ ચતુષ્કોણ દોરો. તેની બાજુઓ અનુક્રમે લબાવો. અને બહારના ખુણાઓ કોણમાપકથી માપો. સરવાળો કરો એ કેટલા કાટખુણા બરાબર છે? ચાર ચતુષ્કોણના બહારના ખુણાઓ કાપી લઇ એકેકની પાસેપાસે ગોઠવો એ બરાબર મળી રહે છે? હા ત્યારે એ કેટલા કાટખુણા બરાબર છે? ચાર

કોઇપણ પચકોણ, ષટ્કોણ, સપ્તકોણ, વગેરે લો તેની બાજુઓ અનુક્રમે લઇ ઉપલો પ્રયોગ કરો દરેક આકૃતિમા બહારના ખુણાનો સરવાળો કેટલા કાટખુણા બરાબર થાય છે તે જુઓ. આ ઉપરથી બહુકોણના બાહ્ય ખુણાઓના સરવાળા વિષે શો નિયમ છે? **એ સરવાળો ચાર કાટખુણા બરાબર છે.**

પછી પાસેની આકૃતિ લઇ એ નિયમ ઠસાવવાને પાના ૮૬મા ઉપર બતાવ્યા પ્રમાણે પ્રયોગ કરો, અને પ્રસ્નોત્તર કરી બતાવો કે કોઇપણ ***સીધીલીટીઆકૃતિના** બાહ્યખુણાનો સરવાળો ચાર કાટખુણા બરાબર છે.



(ज) બહુકોણના અંદરના ખુણાનું મહત્ત્વ.

૧લી રીત. કોઈપણ સીધી લીટી આકૃતિ લો તેના શિરોબિંદુઓને સામેના ગમે તે એક શિરોબિંદુ જોડે સાધો આમ કરવાથી ચતુષ્કોણના ત્રિકોણ થાય છે અને દરેક ત્રિકોણના અદરના ખુણા કેટલા કાટખુણા બરાબર છે? બે તેથી ચતુષ્કોણમા બધા ખુણાનો

* સીધી લીટીઓથી નિયમિત થએલી આકૃતિ તે સીધી લીટી આકૃતિ.

સરવાળો કેટલા ત્રિકોણના ખુણાના સરવાળા બરાબર છે? બે. એટલે કેટલા કાટખુણા બરાબર છે? ૨ × ૨ = ૪ કાટખુણા એજ પ્રમાણે બરાબર ઠસાવો કે

પંચકોણ = ૩ ત્રિકોણ. ખુણાનો સરવાળો = ૨ × ૩ = ૬ કાટખુણા.
ષટ્કોણ = ૪ ત્રિકોણ, „ = ૨ × ૪ = ૮ કાટખુણા.
અષ્ટકોણ = ૬ ત્રિકોણ, „ = ૨ × ૬ =૧૨ કાટખુણા.
નવકોણ = ૭ ત્રિકોણ, „ = ૨ × ૭ =૧૪ કાટખુણા.

૨જી રીત. ઉપર પ્રમાણેની સીધીલીટીઆકૃતિ દોરો દરેકના અંદરના ખુણાઓ પ્રોટ્રેકટરથી માપો અને સરવાળો કરો. ઉપર બતાવ્યા પ્રમાણે પરિણામ આવે છે?

૩જી રીત. કોઇપણ अबकड ચતુષ્કોણ દોરો તેની બાજુઓ અનુક્રમે લબાવો अ આગળના બન્ને ખુણાનો સરવાળો શો? બે કાટખુણા. ब આગળના બન્ને ખુણાનો સરવાળો શો? બે કાટખુણા વગેરે. ત્યારે ચતુષ્કોણની ચાર બાજુઓ છે, એટલે ચાર શિરોબિંદુઓ છે, તેથી ચતુષ્કોણના અંદરના અને બહારના ખુણાઓનો સરવાળો શો? આઠ કાટખુણા છે? ત્યારે આ ખુણાઓનો બાજુની સંખ્યા સાથે કાંઇ સંબંધ છે? **જેટલી બાજુ છે તેથી બમણા કાટખુણા.** ફક્ત બહારના ખુણાનો સરવાળો શો? ચાર કાટખુણા. ઉપલા સરવાળામાથી એ બાદ કરો તો ચતુષ્કોણના અંદરના ખુણાનો સરવાળો કેટલા કાટખુણા બરાબર છે? ચાર.

પચકોણ, ષટ્કોણ, વગેરે આકૃતિ લઇ ઉપલો પ્રયોગ કરો પચકોણના અંદરના ખુણાઓ કેટલા કાટખુણા બરાબર છે? જેટલી બાજુ છે તેથી બમણા કાટખુણામાથી ચાર કાટખુણા જતા જે બાદબાકી રહે તેની બરાબર ૫ × ૨ =૧૦, ૧૦ − ૪ = ૬ કાટખુણા.
ષટ્કોણના અંદરના ખુણાઓનો શો સરવાળો? ૬×૨=૧૨; ૧૨−૪=૮ „
સપ્તકોણના અંદરના ખુણાઓનો શો સરવાળો? ૭×૨=૧૪, ૧૪−૪=૧૦ „
એક સીધી લીટી આકૃતિની દશ, બાર, પંદર કે વીશ બાજુઓ છે તો તેના અંદરના ખુણાઓ કેટલા કેટલા કાટખુણા બરાબર છે?

આ પ્રયોગો ઉપરથી કોઇપણ સીધી લીટી આકૃતિના અંદરના બધા ખુણાના સરવાળા વિષે કાંઈ નિયમ તમને લાગે છે ? સીધી લીટી આકૃતિની જેટલી બાજુ છે તેથી બમણા કાટખુણામાંથી ચાર કાટખુણા ઓછા કરી જે બાદમાકી આવે તેટલા કાટખુણા બરાબર બધા અંદરના ખુણા છે

૪થી રીત ત્રિકોણ, પંચકોણ આકૃતિ સબંધી ૮૬ ને ૮૮મે પાને બતાવ્યા પ્રમાણે પેન્સીલ ફેરવીને જે પ્રયોગ કર્યો છે તે પ્રયોગ ચતુષ્કોણ, ષટ્કોણ, વગેરેની બાજુઓ ઉપર પેન્સીલ મુકી કરો અને તે પેન્સીલ દરેક આકૃતિના પ્રયોગમા કેટલી કેટલી વખત આખા ચક્કર ફરે છે તે જુઓ. આ ઉપરથી સીધી લીટી આકૃતિના અંદરના ખુણા સંબંધી ઉપલો નિયમ ઠસાવો

પમી રીત કોઇપણ સીધી લીટી આકૃતિ લો તેની અંદર કોઈ પણ મ બિંદુ લો આકૃતિના શિરોબિંદુઓને મ સાથે સાધો. આકૃતિના કેટલા ત્રિકોણ થાય છે ? જેટલી બાજુ છે તેટલા ત્રિકોણના ત્રણે ખુણા મળી બે કાટખુણા બરાબર છે એ નિયમ ઉપરથી આકૃતિના ત્રિકોણના ખુણાનો સરવાળો શો ? જેટલી આકૃતિની બાજુ છે તેથી બમણા કાટખુણા બરાબર મ આગળના બધા ખુણાનો સરવાળો શો ? ચાર કાટખુણા. તેથી ત્રિકોણના બધા ખુણામાંથી એ ચાર કાટખુણા જતા રહેતા જે ખુણા રહ્યા તે કોના ખુણા રહેશે ? આપેલી આકૃતિના અંદરના ખુણા ત્યારે આકૃતિની બાજુની સંખ્યા "અ" હોય તો તેના બધા અંદરના ખુણાનો સરવાળો (૨×અ–૪) કાટખુણા છે એ નિયમ સિદ્ધ કરો

પ્રશ્નો

૧૯ કોઇપણ ચતુષ્કોણમા નીચે પ્રમાણેના ત્રણ ખુણા છે તો ચોથો ખુણો કેવડો છે તે કહો —

૧૨°, ૧૧૫°, ૭૩°. ૯૭°, ૮૧°, ૫૭°, ૬૨°, ૯૦°, ૧૨૭°; ૧૨૫°, ૮૪°, ૬૩°, ૯૭°, ૫૪, ૬૨°, ૮૧°, ૮૮°, ૮૮°.

૨૦ એક ચતુષ્કોણમા બે ખુણા ૧૧૦° અને ૬૬° છે અને બાકીના બે સરખા છે તો તે ખુણા કેવડા તે તે કહો

૨૧ પ્રશ્ન ૨૦મા બે ખુણા ૫૩° અને ૫૯°, ૯૩° અને ૭૭°, ૪૯° અને ૧૨૧°, ૮૯° અને ૧૩૩°ના છે તો બાકીના ખુણા કેવડા ?

૨૨ એક ચતુષ્કોણમા પહેલો ખુણો બીજાથી બમણો, બીજો ત્રીજાથી બમણો અને ત્રીજો ચોથાથી બમણો છે તો દરેક ખુણો કેવડો છે ?

૨૩ એક ચતુષ્કોણમા બધા ખુણા સરખા છે તો દરેક ખુણો કેવડો છે?

૨૪. એક ચતુષ્કોણમા પહેલો ખુણો બીજાથી ત્રીજે ભાગે છે, બીજો ત્રીજાની બરાબર અને પહેલો ચોથાથી બમણો છે તો દરેક ખુણો કેવડો ?

૨૫ એક ચતુષ્કોણમા બે ખુણા કાટખુણા અને બાકીના બેમાથી એક બીજાથી બમણો છે તો આ ખુણા કેવડા છે ?

૨૬ એક *નિયમિત કે સમ ચતુષ્કોણમા દરેક ખુણો કેવડો છે ?

૨૭ નિયમિત પચકોણ, ષટ્કોણ, અષ્ટકોણ, દશકોણ અને દ્વાદશકોણનો દરેક ખુણો કેવડો છે તે કહો.

૨૮. નિયમિત ચતુષ્કોણ, પચકોણ, ષટ્કોણ, સપ્તકોણ, અષ્ટકોણ અને દશકોણનો દરેક બહારનો ખુણો કેવડો છે તે કહો

૨૯ એક ચતુષ્કોણમા બે પાસેના ખુણા મળી ૨૦૦°ના છે તો બાકીના ખુણાને દુભાગનારી લીટીની વચ્ચેનો ખુણો કેવડો છે ?

૩૦ એક ચતુષ્કોણમા બે પાસેના ખુણા મળી ૧૭૦°ના છે તો તેની પાસેના બહારના ખુણાઓને દુભાગનારી લીટીઓ વચ્ચેનો ખુણો કેવડો છે ?

૩૧ એક પચકોણમા ત્રણ ખુણા દરેક ૮૦°ના છે અને બાકીના બે સરખા છે તો તે દરેક ખુણો કેવડો છે ?

૩૨. એક પચકોણમા ચાર ખુણા સરખા છે, અને પાચમો ખુણો એ દરેકથી અર્ધો છે તો દરેક ખુણો કેવડો છે ?

૩૩ એક પચકોણમા ત્રણ ખુણા સરખા છે, અને બાકીના બેમાથી એ પૈકી એકથી અર્ધો, અને પાચમો ખુણો ચોથા કરતા ત્રણગણો છે તો દરેક ખુણો કેવડો હશે ?

---

*જે આકૃતિની બધી બાજુ સરખી અને બધા ખુણા સરખા હોય તે.

૩૪ એક ષટ્કોણમા ત્રણ ખુણા સરખા છે અને બાકીનો દરેક પહેલા ત્રણ પૈકી એકથી અર્ધો છે તો દરેક ખુણો કેવડો ?

૩૫. એક (નિયમિત) સમ બહુકોણમા દરેક ખુણો (૧) ૧૦૮°, (૨) ૧૭૦°, (૩) ૧૪૦°, કે (૪) ૧૫૦° છે તો તેની કેટલી કેટલી બાજુઓ છે ?

૩૬ ઓછામા ઓછી બાજુવાળા સમકોણમા દરેક ખુણો કેવડો ?

૩૭ એક સમકોણમા બહારનો દરેક ખુણો (૧) ૩૦°, (૨) ૪૦°, (૩) ૧૫°, (૪) ૯૦°, (૫) ૨૪°, અને (૬) ૧૦°, છે તો તેની કેટલી કેટલી બાજુ છે તે કહો.

૩૮. જેમા ૧૧°, ૧૩°, ૧૫°, અને ૩૩°નો દરેક બહારનો ખુણો હોય એવો નિયમિત બહુકોણ બની શકે કે નહિ ? કારણ આપો

(ઞ) *સર્વસમાન અથવા એકરૂપ ત્રિકોણો.

નોંધ. ત્રિકોણોની *સર્વસમાનતાના નીચેના પ્રયોગો (દરેક) જુદી જુદી આકૃતિ દોરી નવ દશ વખત કરાવી તેના નિયમો બરાબર ઠસાવવા.

(૧) કોઈપણ अबक ખુણો લો તેવડોજ બીજો डइफ ખુણો કરો. बज મરજી પડે તેવડી કાપો અને इड, बजના જેવડીજ કાપો. बक મરજી પડે તેવડી કાપો અને इफ, बकના જેવડીજ કાપો जक અને डफ સાંધો अबक ત્રિકોણને ઉચકીને डइफ ત્રિકોણ ઉપર મુકો, એવી રીતે કે अब, डइના ઉપર બરાબર પડે ત્રિકોણો એક બીજા ઉપર બરાબર મળી જાય છે ? આવા ત્રિકોણોની સર્વસમાનતા વિષેનો શો નિયમ આ પ્રયોગ ઉપરથી નીકળે છે ?

"જો એક ત્રિકોણની બે બાજુ અનુક્રમે બીજા ત્રિકોણની બે બાજુની બરાબર હોય અને એ બાજુઓની વચ્ચેના અંતર્ખુણા પણ બરાબર હોય તો ત્રિકોણો બધી રીતે બરાબર છે."

(૨) કોઇ પણ अबक ખુણો લો અને તેવડોજ બીજો डइफ ખુણો લો बक જોઇએ તેવડી લો અને તેવડીજ લીટી इफ પણ લો

---

*સર્વસમાન—જે આકૃતિઓમા બાજુઓ અને ખુણાઓ અનુક્રમે લેતા બરાબર હોય તે, એટલે આકૃતિઓ બધી રીતે બરાબર હોય તે (ક્ષેત્રફળમા સુદ્ધા).

क આગળ वकअ ખુણેા જોઇએ તેવડેા કરેા અને તેવડેાજ इफड ખુણેા फ આગળ પણ કરેા अबक ત્રિકેાણને ઉચકીને (અથવા પાતળા કાગળ ઉપર નકલ કરીને) डइफ ત્રિકેાણ ઉપર મૂકેા, એવી રીતે કે बक, इफ ઉપર બરાબર આવી રહે ત્રિકેાણેા એક બીજા ઉપર બરાબર મળી જાય છે? આવા ત્રિકેાણની સર્વસમાનતા વિષેનેા શેા નિયમ આ પ્રયેાગેા પરથી નીકળે છે?

"એક ત્રિકેાણની એક બાજુ બીજા ત્રિકેાણની એક બાજુની બરાબર હેાય અને એ બાજુએા ઉપરના (છેડેના) ખુણાએા પણ બરાબર હેાય તેા ત્રિકેાણેા સર્વસમાન છે"

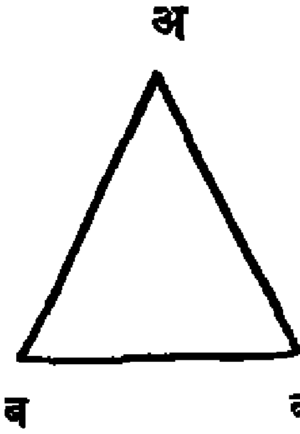
(૩) अबक ખુણેા મરજી પડે તેવડેા કરેા डइफ ખુણેા ∠ अबकના જેવડેાજ કરેા वअ જોઇએ તેવડી કાપેા અને इड પણ તેવડીજ કાપેા. ∠अकबની નકલ તેલીઆ કાગળ ઉપર કરેા. અને એ કાગળને ઉંચકીને એવી રીતે મુકેા કે बक, इफ ઉપર પડે અને बकને इफ ઉપર રાખીને તેલીઆ કાગળના ખુણાને ખસેડતા ખસેડતા એ ખુણાની બીજી શાખાલીટી લબાવતા डमाથી બરાબર જાય એ ખુણાનુ શિરેાબિંદુ फ આગળ આવે ત્યારે फड સાધેા ત્યારે अबक, डइफ ત્રિકેાણેામા કયા કયા અગેા બરાબર છે? બબ્બે ખુણા અને દરેકમા સરખા ખુણાની એક જેાડની સામેની બાજુ હવે अबक ત્રિકેાણને ઉંચકીને डइफ ત્રિકેાણ ઉપર એવી રીતે મુકેા કે अब, डइ ઉપર બરાબર આવી રહે. ત્રિકેાણેા એક બીજાના ઉપર બરાબર આવી રહે છે? હા. આવા ત્રિકેાણેા સર્વસમાન છે? ત્યારે શેા નિયમ નીકળે છે?

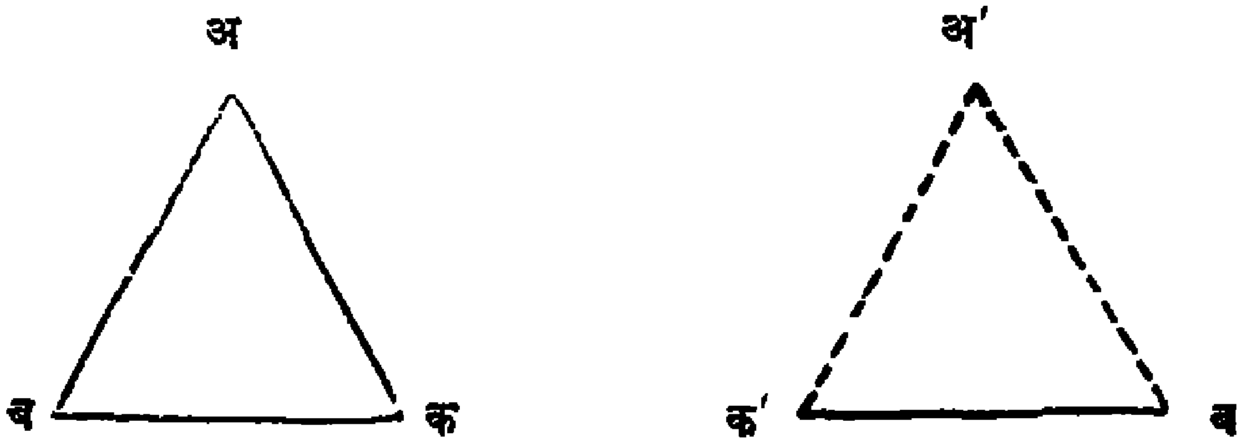
"એક ત્રિકેાણના બે ખુણા તે બીજા ત્રિકેાણના બે ખુણાની અનુક્રમે બરાબર હેાય અને એક ત્રિકેાણમાં એક ખુણાની સામેની બાજુ તે બીજા ત્રિકેાણમાં તેના સરખા ખુણાનીસામેની બાજુની બરાબર હેાય તેા એવા ત્રિકેાણેા સર્વસમાન છે."

ઉપલા પ્રયોગોમા ત્રિકોણની સર્વસમાનતા બતાવવાને માટે દરેક વખત આપણે ત્રિકોણના ત્રણ બાજુ અને ત્રણ ખુણા પૈકી કેટલા અંશો લીધા હતા ? ત્રણ કયા કયા ? (૧)મા બે બાજુ, અને તેનો અંતર્ખુણો; (૨)મા બે ખુણા અને તેઓની પાસેની બાજુ, અને (૩)મા બે ખુણા અને તેમાના સરખા ખુણાની એક જોડની સામેની બાજુ.

(अ) સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં બાજુ અને ખુણાનો સંબંધ.

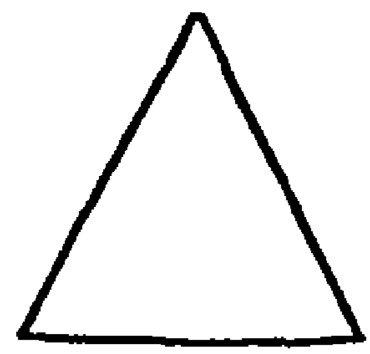
કોઇપણ ' ખુણાની બે શાખાલીટીઓ સરખી કાપી તેના છેડાઓ સાધી એક ત્રિકોણ બનાવો સરખી બાજુની સામેના ખુણાઓ માપો આ ખુણાઓ સરખા છે ? હા એ ખુણા સરખી બાજુની સામેના છે ? હા એ પ્રયોગ ચાર પાચ વખત જુદી આકૃતિ કાઢી કરો આ ઉપરથી કોઇપણ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણની સરખી બાજુની સામેના ખુણાઓ વિષે શુ અનુમાન કરો છો તે કહો





अ ब क એક સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ કરો (अब = अक) अबक ત્રિકોણ બરાબર કાપી કાઢી ત્રિકોણને, બાજુ ઉલટાવી, કાપેલા ત્રિકોણની ખાલી જગ્યામા એવી રીતે ગોઠવો કે ત્રિકોણ ખાલી ત્રિકોણ પર આવી રહે ब ખુણો કયા પડયો છે ? ब' ઉપર એ જગ્યાએ પહેલા કયો ખુણો હતો ? ∠क ત્યારે ∠ब, ∠क બરાબર છે ? હા તેજ પ્રમાણે ∠क, ∠ब સરખા કરો. આ ઉપરથી શો નિયમ છે ?

કોઈપણ अबक (अब = अक) સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ કરો. કાગળને સળ વાળી બેવડ વાળો અને अबને अक ઉપર પડવા દો આમ કરવાથી ब ખુણો કયા પડે છે? ∠क ઉપર એ ખુણાઓ બરાબર મળી જાય છે? હા સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમા સરખી બાજુની સામેના ખુણાઓનો શો સબધ છે તે આ ઉપરથી કાંઇ માલમ પડે છે? હા. એ ખુણાઓ સરખા છે આ પ્રયોગો ઉપરથી સામાન્ય નિયમ શો નીકળે છે? "સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમા સરખી બાજુની સામેના ખુણા સરખા છે"



એક સમબાજુ ત્રિકોણ કરો. ઉપલા પ્રયોગો કરી સમબાજુ ત્રિકોણને વિષે શો નિયમ છે તે કઢાવો. એ ત્રિકોણના ત્રણ ખુણા કાપી લો અને એકમેકની ઉપર મુકી સરખાવો. શુ માલમ પડે છે? એ ખુણા સરખા છે. કોણમાપકથી એ ખુણાઓ માપી જુઓ.

આ ઉપરથી સમબાજુ ત્રિકોણના ખુણા વિષે શો નિયમ નીકળે છે?

"સમબાજુ ત્રિકોણના ત્રણે ખુણા સરખા છે, અને તે દરેક ખુણો ૬૦°નો કે ⅔ કાટખુણો છે."

अ ब એક લીટી દોરો. अ અને ब આગળ સરખા ખુણા કરો. अबक ત્રિકોણ પૂરો કરો अबને એની ઉપરજ બેવડ વાળી ∠अ, ∠ब ઉપર આવી રહે તેમ ત્રિકોણ બેવડ વાળો अ क, ब क ઉપર પડે છે? બરાબર મળી જાય છે? હા આ ઉપરથી શુ અનુમાન કરો છો?

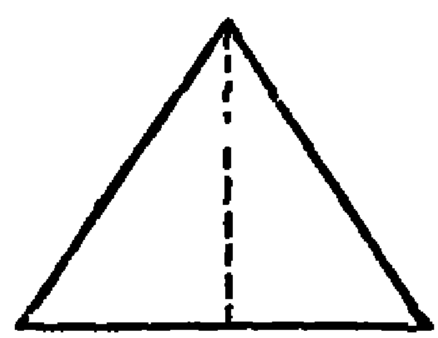
એક अ ब લીટી લો. अ આગળ बअक ખુણો કરો અને તેવડોજ अबक ખુણો ब આગળ પણ કરો ત્રિકોણની अक, बक બાજુ માપી જોઇ શુ પરિણામ આવે છે તે કહો એ બાજુઓ સરખી છે. ત્યારે ત્રિકોણના બે ખુણા સરખા આપ્યા હોય તો તેની સામેની બાજુઓનો શો સંબંધ છે? એ વિષે શો નિયમ નીકળે છે?

"ત્રિકોણમાં સરખા ખુણાની સામેની બાજુઓ સરખી છે."

અ ब કોઈ પણ લીટી લો ∠अबक ને કાટખુણો કરો. ∠बअक ને કાટખુણો કરો. क ખુણો માપી જુઓ. કેવડો છે? ને કાટખુણો अबक ત્રિકોણના ત્રણ ખુણા સરખા છે? હા अ ब, ब क, क अ માપી જુઓ ત્રણે બાજુ સરખી છે? આ ઉપરથી શુ અનુમાન કરો છો?

अ ब ૪·૫ સે. મી લો. ∠अबक ૬૦° નો કરો અને ∠बअक પણ ૬૦°નો કરો. ∠क કેટલા અંશનો છે? ૬૦°નો अ ब, ब क, क अ માપો સરખી છે? હા આ ઉપરથી ત્રિકોણમા બે ખુણા ૬૦°ના હોય તો શો નિયમ નીકળે છે? તેનો ત્રીજો ખુણો પણ ૬૦°નો છે અને ત્રણે બાજુ સરખી છે? ત્રણ ખુણા સરખા હોય તો ત્રિકોણ કેવો હોવો જોઇએ? સમબાજુ

अबक એક સમબાજુ ત્રિકોણ દોરો. તેને એવી રીતે બેવડ વાળો કે अ, ब ઉપર આવે અને क સ્થિર રહે. ત્રિકોણના બન્ને ભાગો કેવા છે? સરખા. अ ब ખુણા કેવડા છે? ૬૦°ના સળથી ∠कના કેવડા ભાગ થાય છે? ૩૦°ના अडक ત્રિકોણમા डની સામેની બાજુ માપો અને कની (૩૦°ની) સામેની બાજુ માપો આ બાજુઓને સરખાવો શુ માલમ પડે છે?



अ ड = ૧ ૪", ∠अ=૬૦°, ∠ड = ૯૦° લઇ ઉપરનો ત્રિકોણ કરો

अ ड = ૪·૭ સે મી., ∠अ = ૬૦°, ∠ड = ૯૦°, લઈ ,,

अ ड = ૨·૩", ∠अ = ૬૦°, ∠ड = ૯૦° લઇ ,,

દરેકમા अ क માપી अ ड સાથે સરખાવો કાટખુણ ત્રિકોણમ એક ખુણો ૩૦°નો હોય તો તેની સામેની બાજુ અને કાટખુણાની સામેની બાજુ વચ્ચે શો સંબધ છે?

"કાટખુણ ત્રિકોણમા ૩૦°ની સામેની બાજુ* કર્ણથી અર્ધી છે."

---

*કાટખુણ ત્રિકોણમા કાટખુણાની સામેની બાજુ કર્ણ કહેવાય છે ચતુષ્કોણ વગેરેમા સામસામેના શિરોબિંદુને સાધનારી સીધી લીટી કર્ણ કહેવાય છે

(द) બીજા સર્વસમાન ત્રિકોણો

(૪) अब ૧·૪" લેા. बक ૨·૧" અને अक ૨·૫" લઇ अबक ત્રિકોણ કરેા એજ લંબાઇઓ લઇ એક બીજો ત્રિકોણ अ' ब' क' કરેા સરખી બાજુઓ એક બીજી ઉપર પડે તેમ अबक ત્રિકોણને ઉંચકીને अ' ब' क' ઉપર મૂકેા, બન્ને અરસપરસ મળી જાય છે કે કાંઇ ફેર પડે છે ? બરાબર મળી જાય છે આજ પ્રયેાગ ચાર પાચ જુદા જુદા ત્રિકોણ લઈ કરેા. આ ઉપરથી શુ અનુમાન કરેા છેા ? ત્રણે બાજુ સરખી આપેલી હેાય એવા ત્રિકોણેા વિષે કાંઈ નિયમ એ ઉપરથી નીકળે છે ?

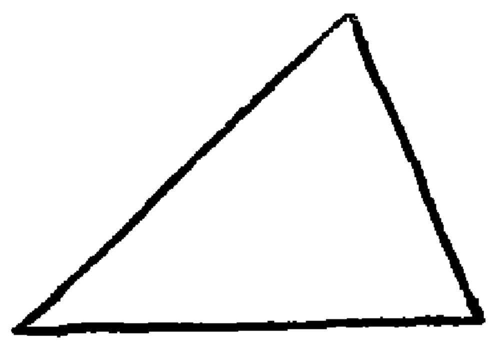
'એક ત્રિકેાણની ત્રણ બાજુ બીજા ત્રિકેાણની ત્રણ બાજુની અનુક્રમે બરાબર હેાય તેા ત્રિકેાણેા બધી રીતે સરખા છે'

(૫) ∠बअक અને ∠डइफ કાટખુણા લેા. अब ૧·૪" લેા, અને डइ પણ તેવડીજ લેા ब મધ્યબિંદુ લઈ अकને कમા છેદે તેમ એક ત્રિજ્યા લઇ કૌંસ દેારેા. इ મધ્યબિંદુ લઇ बकના જેવડીજ ત્રિજ્યા લઇ કૌંસ દેારી डफને फમા છેદેા अबक, डइफ ત્રિકેાણ પુરા કરેા अबक ત્રિકોણને ઉંચકીને એવી રીતે डइफ ત્રિકોણ ઉપર મુકેા કે કાટખુણેા કાટ-ખુણા ઉપર અને ब, इ ઉપર આવી રહે क, फ ઉપર બરાબર આવી રહે છે ? ત્રિકોણેા એક બીજા ઉપર બરાબર મળી જાય છે ?

अब, डइ ૨·૩"ની લઇ ઉપર પ્રમાણે अबक, डइफ બે કાટખુણ ત્રિકોણ કરેા. બન્ને ત્રિકોણમા શુ શુ સરખા આપેલા છે ? કર્ણ, એક બાજુ અને કાટખુણેા ∠ब, ∠इ માપેા અને સરખાવેા, ∠क, ∠फ માપેા અને સરખાવેા. अक, डफ માપેા અને સરખાવેા. આ પ્રમાણે अब, डइની જુદી જુદી લંબાઇ લઇ ઘણી વખત પ્રયેાગ કરેા. अक, डफની સરખી જુદી જુદી લંબાઇ લઇ એ પ્રયેાગ ઘણી વખત કરેા આ ઉપરથી શેા નિયમ નીકળે છે તે કહેા.

"બે કાટખુણ ત્રિકેાણેામાં એકની એક બાજુ બીજાની એક બાજુની બરાબર હેાય અને કર્ણો પણ સરખી હેાય તેા કાટખુણ ત્રિકોણેા બધી રીતે સરખા છે."

(ઠ) ત્રિકોણમાં અસમાન બાજુ અને ખુણાનો તેની સામેના ખુણા અને બાજુની જોડે સબંધ.



अबक, કોઇપણ ત્રિકોણ, જેમા अब अक કરતા મોટી હોય તેવો લો ∠ब, ∠क માપો અને સરખાવો કયો ખુણો મોટો છે? ∠क अब, अकमा કયી મોટી છે? अब ત્યારે મોટી કે નાની બાજુની સામેનો ખુણો મોટો છે? મોટી બાજુની સામેનો ખુણો મોટો છે

अबक કોઇપણ વિષમબાજુ ત્રિકોણ લો. ∠ब, ∠कની પાતળા કાગળ પર નકલ કરો, અથવા તેને કાપી કાઢો ∠कના ઉપર ∠ब મુકી બન્નેને સરખાવો કયો મોટો છે? ∠क. अब, अक માપી સરખાવો કયી બાજુ મોટી છે? अब આ ઉપરથી શુ અનુમાન કરો છો? આ પ્રયોગ દશ વિષમબાજુ ત્રિકોણ લઇ કરો. ત્રિકોણમા મોટી બાજુની સામેનો ખુણો અને નાની બાજુની સામેનો ખુણો એ બેની વચ્ચે શો સબધ છે? તેનો કાંઈ નિયમ નીકળે છે?

" કોઇપણ ત્રિકોણમા એક બાજુ બીજી બાજુ કરતાં મોટી હોય તો મોટી બાજુની સામેનો ખુણો નાની બાજુની સામેના ખુણા કરતા મોટો છે "

अ ब એક લીટી લો अ આગળ એક ब अ क ખુણો કરો. અને ब આગળ ∠अ ब क, ∠ब अ क કરતા નાનો કરો अ ब क ત્રિકોણ પુરો કરો बक, अक માપો અને સરખાવો કયી મોટી છે? बक મોટી છે ∠अ અને ∠बमा કયો મોટો છે? ∠अ. આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો?

अब એક લીટી દોરો, बअक એક ખુણો કરો અને એના કરતાં મોટો ∠अबक કરો ત્રિકોણ પુરો કરી अक, बक માપી સરખાવો. કયી મોટી છે? अक એ બાજુ મોટા ખુણાની સામેની કે નાના ખુણાની

સામેની છે? મોટા ખુણાની સામેની. ઉપલા બન્ને પ્રયોગો પાચ પાચ વખત કરો એ ઉપરથી શો નિયમ નીકળે છે?

" કોઈપણ ત્રિકોણમા એક ખુણો બીજા કરતાં મોટો હોય તો તે મોટા ખુણાની સામેની બાજુ નાના ખુણાની સામેની બાજુ કરતાં મોટી છે."

પ્રશ્નો.

૩૯ કાટખૂણુ ત્રિકોણમા કયી બાજુ મોટામા મોટી હોય છે તે કહો.

૪૦ પહોળખૂણુ ત્રિકોણમા કયી બાજુ મોટામા મોટી હોય છે તે કહો.

૪૧ નીચેના કોઠામા ખાલી આમનો પુરો —

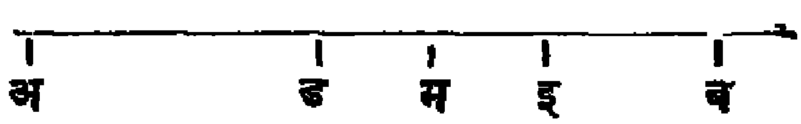
ત્રિકોણ	સાકળખુણ છે?	કાટખુણ છે?	પહોળખુણ છે?
સમબાજુ ત્રિકોણ			
સમદ્વિબાજુ ત્રિ			
વિષમબાજુ ત્રિ			

ટીપ. એકસારસાઇઝ બુકમા આવો કોઠો કાઢી જવાબ લખવા.

જવાબ નક્કીજ હોય તો "હા" કે "ના" લખવુ. બની શકતું હોય તો "બની શકે" કે "હોઇ શકે" લખવુ

(ड) ત્રિકોણની બે બાજુના સરવાળા અને બાદબાકીનો ત્રીજી બાજુ જોડે સબંધ.

अब કોઇપણ લીટી લો. अबને ममा દુભાગો अ મધ્યબિંદુ અને अड ત્રિજ્યા લઇ એક વર્તુળ દોરો. ब મધ્યબિંદુ



અને बइ ત્રિજ્યા લઇ એક બીજો વર્તુળ દોરો આ વર્તુળો એક બીજાને છેદે છે? નહિ. अब પાયા ઉપર એ વર્તુળો દોરી ત્રિકોણ થઇ શકે છે? નહિ. अड, अमथी મોટી કે નાની છે? નાની. बइ, बमथी

નાની કે મોટી છે ? નાની. આ વર્તુળોથી ત્રિકોણ થતો નથી ત્યારે ત્રિકોણ બનાવવાને માટે શું થવું જોઇએ ? વર્તુળોએ અરસપરસ છેદવું જોઇએ. વર્તુળો ક્યારે એક બીજાને છેદે ? अड, अइथी મોટી જોઇએ, અથવા बइ, बडथी મોટી જોઇએ. ત્યારે ત્રિકોણ બનાવવાને માટે अड + अइ ત્રિજ્યાઓનો अब સાથે શો સંબંધ છે ?

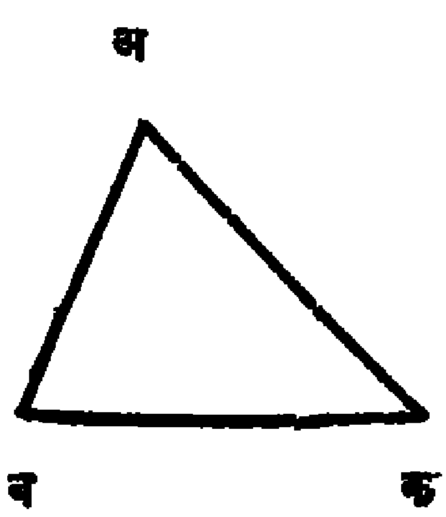
अब કોઇપણ લીટી લો. अबने ब તરફ ड સુધી લંબાવો ब મધ્યબિંદુ લઈ અને



बक ત્રિજ્યા લઇ એક વર્તુળ દોરો. अ મધ્યબિંદુ અને अड ત્રિજ્યા લઇ એક બીજો વર્તુળ દોરો. આ વર્તુળો એક બીજાને છેદે છે કે નહિ ? કારણ શું ? એક વર્તુળ બીજાની તદ્દન અંદર રહી જાય છે જો એક વર્તુળ બીજાને છેદે એવો દોરવો હોય તો કેવડી ત્રિજ્યા લેવી જોઇએ ? अब – बकथी મોટી ને अकथी નાની આ ઉપરથી બે બાજુના સરવાળા કરતાં ત્રીજી બાજુ મોટી હોય તો ત્રિકોણ બની શકે કે નહિ તે વિષે શું કહો છો ? નહિ બની શકે

अब ૨.૭", बक ૧.૩', कअ ૧.૧" બાજુઓ લઇ ત્રિકોણ કાઢો. ત્રિકોણ શક્ય છે ? अब ૩.૫ સે મી, बक ૧.૩ સે મી कअ ૨.૨ સે મી. નો ત્રિકોણ શક્ય છે કે નહિ ? આકૃતિઓ કાઢો ત્રિકોણ બને છે કે નહિ ? કારણ શું ? ત્યારે ત્રિકોણ બનાવવો હોય તો कअ ઓછામાં ઓછી કેવડી લેવી જોઈએ ?

ब અને क વચ્ચેનું અંતર કેટલું છે ? बथी क સુધી સીધું અંતર ન લેતાં बथी ઉપર કે નીચે જઈ बअक એક વાંકી લીટી દોરો. बअक, बक કરતાં ઓછી કે વધારે છે ? વધારે, કારણ કે बअक વાંકું અંતર છે. એજ પ્રમાણે अब અંતર માપો અને अकब વાંકું અંતર માપો. કયું મોટું છે ? अकब કારણ કે अकब વાંકું અંતર છે અને अक



અબક માપો. કયુ અતર મોટુ છે? અબક કારણ કે અબક અંતર વાકુ છે? આ પ્રયોગ ઉપરથી શુ અનુમાન કરો છો? ત્રિકોણની બે બાજુનો સરવાળો અને ત્રીજી બાજુની વચ્ચે શો સબધ હોવો જોઈએ?

"કોઈપણ ત્રિકોણમા બે બાજુનો સરવાળો ત્રીજી બાજુ કરતા મોટો હોય છે."

અબ ૪·૬" લો બક ૨·૫" લો. કઅ કેટલા ઇચ કરતા લાબી હોય કે ત્રિકોણ થઇ શકે? (૪·૬" – ૨·૫" =) ૨·૧" કરતા લાબી જોઈએ. આ પ્રયોગ જુદી જુદી લબાઇઓ લઇ કરો આ ઉપરથી ત્રિકોણની બે બાજુની બાદબાકી અને ત્રીજી બાજુની વચ્ચે શો સબધ હોવો જોઇએ?

" કોઈપણ ત્રિકોણમાં કોઇપણ બાજુ બીજી બે બાજુની બાદબાકીના કરતા મોટી હોય છે. "

(ઢ) અસમાન ત્રિકોણો.*

કોઈપણ બે નાના મોટા ખુણા લો જાડા દોપીસ્તાની બે સરખી પટીઓ કાપી કાઢો, અને બીજી બે સરખી પટીઓ કાપો. બન્ને જોડમાથી એકેક પટી લઇ એકેક છેડા ઉપર ટાકણી મારી તે બેની વચ્ચે મોટો ખુણો રાખો. (પટીઓ જોઇએ તેના કરતા સહેજ મોટી રાખવી કે ટાકણી મારી શકાય) બીજી બે પટીઓમા પણ ટાકણી મારી બેની વચ્ચે નાનો ખુણો રાખી પહેલી બે પટીના ખુલ્લા છેડાનુ અતર માપો કયો પાયો કોનાથી મોટો છે? કયી જોડની પટીની વચ્ચેનો ખુણો મોટો છે? બન્ને ત્રિકોણમા કેટલી કેટલી બાજુઓ સરખી છે?

∠અબક મોટો અને ∠ડઇફ નાનો લો બઅ, બક કોઇપણ અતર કાપો બઅ જેવડી ઇડ કાપો, બકના જેવડી ઇફ કાપો અક, ડફ સાધો બન્નેને માપો. કયી બાજુ મોટી છે? અક અક મોટી છે તેની

---

* જે ત્રિકોણોનાં બાજુ અને ખુણાઓ અનુક્રમે લેતા બરાબર ન હોય એવા ત્રિકોણ, એટલે કે જે ત્રિકોણો સર્વસમાન કે એકરૂપ નથી હોતા તે.

સામેનો ખુણો, डक નાની છે તેની સામેના ખુણા કરતા મોટા છે કે નાનો ? મોટો. આ ઉપરથી શુ અનુમાન કરો છો ?

∠अबक નાનો અને ∠डइफ મોટો લો. बअ અને इड સમાન કાપો बक અને इफ સમાન કાપો अक, डफ અતર માપો કયુ અતર મોટુ છે ? डफ. આ પ્રયોગો ઉપરથી શો નિયમ નીકળે છે ?

"એક ત્રિકોણની બે બાજુ બીજા ત્રિકોણની બે બાજુની અનુક્રમે બરાબર હોય પણ એક ત્રિકોણની સરખી બાજુની વચ્ચેનો અતર્ખૂણો બીજા ત્રિકોણની સરખી બાજુની વચ્ચેના અંતર્ખૂણા કરતા મોટો હોય તો પહેલા ત્રિકોણનો પાયો બીજા ત્રિકોણના પાયા કરતાં મોટો છે."

अब, डइ બે નાની મોટી લીટી લો अ મધ્યબિંદુ અને अक ત્રિજ્યા લઈ એક વર્તુળ દોરો. ड મધ્યબિંદુ લઇ અને अकના જેવડીજ ત્રિજ્યા લઇ એક વર્તુળ દોરો. ब અને इ મધ્યબિંદુઓ અને એકજ સરખી ત્રિજ્યા લઇ બે વર્તુળો अबक, इडफ ત્રિકોણ બને તેમ દોરો. अब, डइ માપો કયી મોટી છે ? अब ∠क, ∠फ માપો કયો ખુણો મોટો છે ? ∠क આ ઉપરથી શુ અનુમાન કરો છો ? આ પ્રયોગ પાચ જુદી જુદી લબાઇઓ લઇ કરો. શો નિયમ નીકળે છે ?

કોઈપણ બે કાગળની પટીઓ લો અને તેના જેવડીજ લાબી બીજી બે પટીઓ લો બન્ને જોડમાથી એકેક પટી લઇ બે છેડા વચ્ચે એક ત્રીજી પટી મુકો અને બાકીના છેડાઓને પાસેપાસે લાવો એજ પ્રમાણે બાકીની બે પટી લઈ તેના છેડા વચ્ચે એક (પહેલાના કરતા નાની કે મોટી) ત્રીજી પટી મુકો અને બાકીના છેડાઓને જોડી દો. આ બે ત્રિકોણોમા કયી કયી બાજુઓ બરાબર છે ? બન્નેના પાયા માપો (ત્રીજી પટીઓ) કયો મોટો છે ? એ પાયાની સામેના ત્રિકોણના ખુણા માપો કયો ખુણો નાનો છે ? કયો મોટો છે ? આ ઉપરથી જે નિયમ નીકળે છે તે કહો.

"કોઇપણ ત્રિકોણની બે બાજુ બીજા ત્રિકોણની બે બાજુની અનુક્રમે બરાબર હોય પણ એક ત્રિકોણનો પાયો બીજા ત્રિકોણના પાયા કરતા મોટો હોય તો પહેલા ત્રિકોણનો શિરોબિંદુખુણો બીજા ત્રિકોણના શિરોબિંદુખુણા કરતા મોટો છે."

(ण) ત્રિકોણનાં બીજાં લક્ષણ.

કોઇપણ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ લો સળ વાળી તેના પાયા ઉપર શિરોબિંદુમાથી લબ દોરો પાયાના જે બે ભાગ લબથી થાય છે તેને સરખાવો. આ પ્રયોગ ચાર પાચ વખત કરો શો નિયમ નીકળે છે?

"સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં શિરોબિંદુમાથી પાયા ઉપર લબ દોરીએ તો તે લબ પાયાના બે સરખા ભાગ કરે છે"

अबक એક સમદ્વિબાજુ (अक = बक) ત્રિકોણ દોરો अब પાયાને સળ વાળી ममा દુભાગો. म क ને સાધો ∠अमक, ∠बमक માપો ∠अकम, ∠बकम માપો. આ પ્રયોગ જુદા જુદા સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ લઇ કરો શો નિયમ નીકળે છે?

"સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમા શિરોબિંદુમાંથી પાયા ઉપરના મધ્યબિંદુ સુધી દોરેલી લીટી* પાયાને લબ છે અને શિરોબિંદુ આગળના ખુણાના બે સરખા ભાગ કરે છે"

સમબાજુ ત્રિકોણ લઇ ઉપલા બન્ને પ્રયોગો કરો એ નિયમો સમબાજુ ત્રિકોણને પણ લાગુ પડે છે કે નહિ? પડે છે.

अबक ત્રિકોણ લો તેની બાજુના મધ્યબિંદુ શોધી કાઢો આ મધ્યબિંદુ અને સામેના શિરોબિંદુ સાધો આ લીટીઓ (મધ્યગાઓ)* ક્યા મળે છે તે જુઓ આ પ્રયોગ જુદા જુદા ત્રિકોણ લઇ કરો મધ્યગાઓના છેદનબિંદુ વિષે આ ઉપરથી શુ અનુમાન કરો છો?

---

* ત્રિકોણની બાજુના મધ્યબિંદુને સામેના શિરોબિંદુ જોડે સાધવાથી થતી લીટી મધ્યગા કહેવાય છે

ત્રિકોણની મધ્યગાઓ એકબિંદુગામી છે, એટલે બધી મધ્યગાઓ એકજ બિંદુમા મળે છે

આ મધ્યગાઓ અરસપરસ જે બિંદુમા મળે છે તે બિંદુ આગળથી દરેક મધ્યગાના થતા બે ભાગો માપો. આ ઉપરથી શુ અનુમાન કરો છો? **ત્રિકોણની દરેક મધ્યગા સામાન્ય છેદનબિંદુમાં ત્રીજે ભાગે છેદાય છે;** અને દરેક મધ્યગાનો શિરોબિંદુ તરફનો ભાગ તેના પાયા તરફના ભાગથી **બમણો છે.**

કોઇપણ ત્રિકોણ લો. તેના પાયા આગળના બે ખુણા દુભાગો. આ દુભાગનારી લીટી જે બિંદુમા મળે તે બિંદુને ત્રિકોણના ત્રીજા શિરોબિંદુ જોડે સાધો, અને એ લીટીથી શિરોબિંદુ આગળના ખુણાના થતા બે ભાગો માપો ત્રિકોણના ગમે તે બે ખુણા દુભાગી ઉપલો પ્રયોગ કરો. ત્રિકોણના ત્રણે ખુણા સળથી દુભાગો. આ પ્રયોગો ઉપરથી ત્રિકોણના ત્રણે ખુણાને દુભાગનારી લીટી ક્યા મળે છે તે વિષે શું અનુમાન કરો છો? **એ લીટીઓ એકબિંદુગામી છે.**

કોઈપણ ત્રિકોણ લો તેની ત્રણે બાજુના મધ્યબિંદુ શોધો આ મધ્યબિંદુમાથી ત્રિકોણની (તેજ મધ્યબિંદુ વાળી) બાજુ ઉપર સળ વાળી લબ દોરો આ પ્રયોગ વારવાર કરો શુ અનુમાન કરો છે?

" ત્રિકોણની બાજુનાં મધ્યબિંદુમાથી તેજ બાજુઓને દોરેલા લબ એકબિંદુગામી છે. "

કોઇપણ ત્રિકોણ લો તેની બે બાજુ દુભાગો આ બાજુના મધ્યબિંદુ સાધી એક સીધી લીટી દોરો. આ લીટી અને દુભાગેલી બાજુની વચ્ચેના ખુણાઓ માપો અને ત્રિકોણના પાયા આગળના ખુણા માપો. આ ઉપરથી શુ અનુમાન કરો છો? આ પ્રયોગ વારવાર કરો. આ ઉપરથી શો નિયમ નીકળે છે? ત્રિકોણનો પાયો માપો અને બીજી બાજુના મધ્યબિંદુ સાધનારી લીટી માપો આ પ્રયોગ વારવાર કરો આ ઉપરથી શુ અનુમાન કરો છે? **ત્રિકોણની બે બાજુનાં મધ્યબિંદુને સાંધનારી લીટી ત્રીજી બાજુને સમાન્તર છે અને તેનાથી અર્ધી છે.**

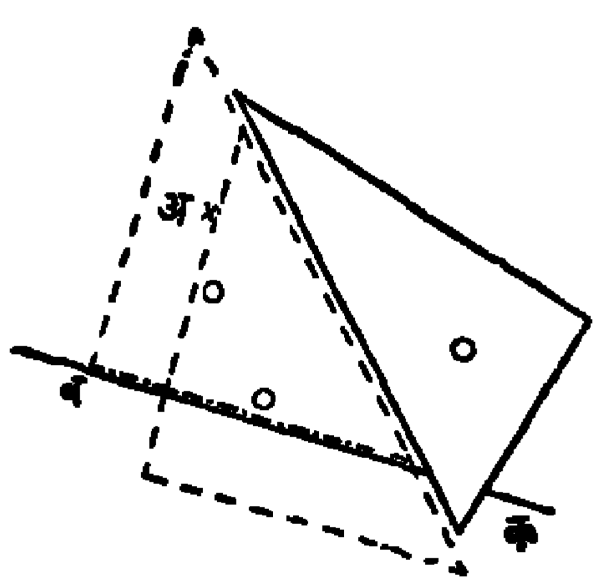
કોઈપણ ત્રિકોણ લો તેની ત્રણે બાજુ દુભાગો અને તેનાં મધ્યબિંદુઓ અરસપરસ સાંધો. આ લીટીથી થતા ચારે ત્રિકોણો કાપી લઈ સરખાવો. અથવા વચ્ચેના ત્રિકોણ ઉપર બહારના ત્રણે ત્રિકોણ વારા ફરતી મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટીની ઉપરથી બેવડ વાળો પ્રયોગ વારંવાર કરી જે અનુમાન નીકળે તે કહો **ત્રિકોણની બાજુનાં મધ્યબિંદુને સાંધનારી લીટીઓ ત્રિકોણમાં ચાર સર્વસમાન ત્રિકોણ કરે છે.**

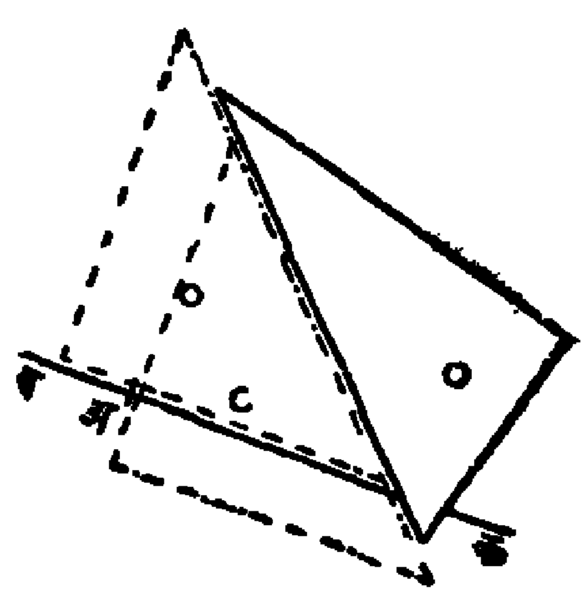
કોઈપણ अबक ત્રિકોણ લો. अब બાજુના છેડા એક બીજા ઉપર બરાબર આવે તેમ સળ વાળો. આ સળ अबને કાટખુણે દુભાગે છે? बकને પણ એજ પ્રમાણે કાટખુણે દુભાગો આ બન્ને સળ ममां મળે તો मने कअना મધ્યબિંદુ જોડે સાંધો આ લીટી अकને લંબ છે? હા. આ પ્રયોગ વારવાર કરો શુ અનુમાન નીકળે છે તે કહો.

“ત્રિકોણની બે બાજુનાં મધ્યબિંદુમાંથી તેજ બાજુઓને દોરેલી લંબો જે બિંદુમાં મળે તે બિંદુથી ત્રીજી બાજુના મધ્યબિંદુ સુધી દોરેલી લીટી ત્રીજી બાજુને પણ લંબ હોય છે.”

§ ૧૦. લંબ.

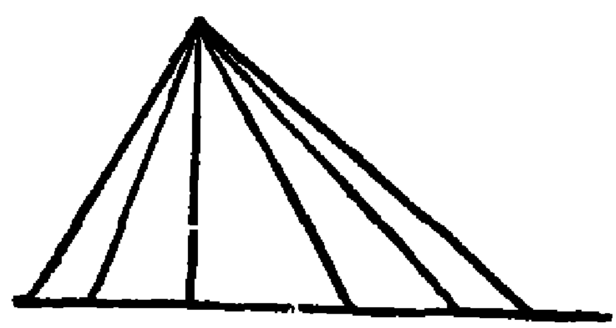
(क) अ બિંદુમાંથી ब क ઉપર લંબ દોરવા વિષે.





बक કોઇ પણ લીટી દોરો તેની બહાર અથવા અંદર अ બિંદુ લો. बकની સાથે સેટસ્કવેરની કાટખુણે પડતી કોર બરાબર મુકો અને તેના કર્ણની સાથે બીજો સેટસ્કવેર (અથવા ફુટપટી) મુકો આ સેટસ્કવેર સજ્જડ રાખી પહેલા મુકેલા સેટસ્કવેરને નીચે અથવા ઉપર કોરની સાથે બરાબર રાખી ખસેડો અને જ્યારે अ બિંદુ સેટસ્કવેરની કાટખુણે પડતી ઉભી કોરની નીચે બરાબર આવે ત્યારે अમાથી એ કોરની સાથે પેન્સીલથી बक ઉપર કાટખુણે પડતી લીટી દોરો.

(ख) સીધી લીટી ઉપર પડતા લંબનુ મહત્ત્વ.



अ કોઇપણ બિંદુ અને कड કોઇપણ લીટી લો. अમાથી कड ઉપર अब લંબ દોરો अल, अइ, अफ કોઇપણ લીટીઓ દોરો अब માપો अल, अइ, अफ માપો કયી નાનામા નાની છે? अब अમાથી कड ઉપર अबના કરતા કોઇ નાની લીટી દોરાય ખરી? નહિ.

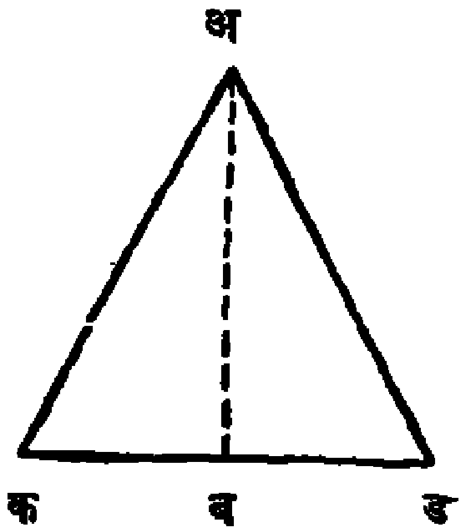
ત્યારે કોઇપણ બિંદુમાથી એક આપેલી લીટી સુધી લીટીઓ દોરીએ તો તેમાથી નાનામા નાની કયી છે એ વિષે શો નિયમ છે?

"આપેલા બિંદુમાંથી આપેલી લીટી સુધી દોરેલી બધી લીટીઓમા જે તેના પર લંબ છે તે નાનામા નાની છે"

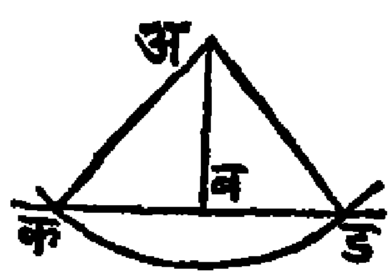
∠बअइ, ∠बअफ માપો કયો મોટો છે? अइ, अफ માપો કયી મોટી છે? ∠बअक, ∠बअड ∠માપો કયો મોટો છે? अफ, अड માપો. કઈ મોટી છે? ∠बअल, ∠बअक માપો કયો મોટો છે? अल, अक માપો કયી મોટી છે? આ ઉપરથી શુ અનુમાન કરો છો? अમાથી कड સુધી જે જે લીટીઓ દોરીએ તે લીટીઓ અને अब લંબની વચ્ચેના ખુણા અને તે લીટીઓનો શો સબધ છે?

"લંબની સાથે એ (આડી, કર્ણ) લીટી જેમ જેમ મોટો ખુણો કરે છે તેમ તેમ એ લીટી મોટી થતી જાય છે "*

∠अलब, ∠अकब માપો અને अल, अक માપો તેમજ ∠अइब, ∠अफब અને अइ, अफ માપો તેમજ ∠अफब, ∠अडब અને अफ, अड માપો આ ઉપરથી શુ અનુમાન નીકળે છે? **अમાંથી જે લીટી कड સુધી દોરીએ તે જેમ જેમ મોટી થતી જાય તેમ તેમ તે લીટી અને कडની વચ્ચેનો ખુણો નાનો થતો જાય છે.***



अ બિંદુ અને कड લીટી લો अमाथी कड ઉપર લબ દોરો कअब કોઈ પણ ખુણો કરો અને તેવડોજ बअड ખુણો કરો. अक, अड માપો આ પ્રયોગ જુદા જુદા ∠कअब લઈ કરો આ ઉપરથી શુ અનુમાન કરો છો? **લંબની બન્ને બાજુએ જે લીટીઓ સરખા ખુણા કરે તે સરખી છે**



अ બિંદુ અને कड લીટી લો. अमाथी कड ઉપર લબ દોરો. अ મધ્યબિંદુ અને अड ત્રિજ્યા લઇ कडને ड, कमा છેદે તેમ એક કોસ દોરો. डक સાધો. ∠कअब, ∠डअब માપો. શુ અનુમાન કરો છો? अड ત્રિજ્યા જુદી જુદી લઇ એજ પ્રયોગ ચાર પાચ વખત કરો આ ઉપરથી શો નિયમ નીકળે છે?

લંબની આજુબાજુએ આપેલી લીટી સુધી જે સરખી લીટીઓ દોરી હોય તે લંબ સાથે સરખા ખુણા કરે છે.

---

* આ પ્રયોગો પરથી કાંઈ એવુ સિધ્ધ થતુ નથી કે ખુણો બમણો, દોઢો કે ત્રણગણો થાય તો લીટી પણ અનુક્રમે બમણી, દોઢી કે ત્રણગણી થાય છે, અને ઉલટું.

અબ કોઈપણ લીટી લો ક બિંદુ અબની બહાર લો. અબથી કનું અંતર કેટલું છે? કમાથી અબ સુધી ઘણી લીટીઓ દોરો. આ લીટીઓ સરખી લંબાઇની છે? નહિ. એ બધીમાં સૌથી નાની કયી છે? અબ ઉપર કમાથી જે લંબ છે તે. ત્યારે એક લીટીથી કોઈ બિંદુનું અંતર કાઢવું હોય તો તે આપેલી લીટી સુધી તે બિંદુમાથી જે લંબ દોરીએ તે લંબ તે બિંદુનું અંતર લેવાય છે તેથી અબથી કનું સૌથી નાનું અંતર, એટલે અબ ઉપર કમાથી દોરેલી લંબ લઇએ છીએ આ લંબના કરતાં બીજું કોઇ અંતર નાનું છે? આ ઉપરથી કોઇ આપેલા બિંદુમાથી કોઈ આપેલી લીટી સુધીનું અંતર કાઢવાને માટે તે બિંદુમાથી તે લીટી ઉપર આપણે જે લંબ દોરીએ તે તેનું અંતર કહેવાય છે.

(ग) નિધાન.*

કોઈપણ અબ લીટી દોરો અબને સળથી કમા દુભાગો અને કમાથી અબ ઉપર લંબ દોરો આ લંબમાં કોઈપણ ड બિંદુ લો. डअ, डब સાધો તેને માપો બન્ને અંતર સરખા છે? હા કडમા ચાર પાચ બિંદુ લઈ તેઓને अ, ब જોડે સાધો અને બન્ને અંતરો માપો. कड ઉપરના કોઈપણ બિંદુના अ, ब સુધીના બન્ને અંતરો સરખાં છે? હા આ પ્રયોગ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો?

કોઈપણ લીટીના દુભાગનાર લંબ ઉપરનું કોઈપણ બિંદુ આપેલી લીટીના છેડાથી સમાન અંતરે છે*

કોઈપણ ∠बअक ખુણો લો ∠अने સળ પાડી દુભાગો. આ સળ ઉપર કોઈપણ બિંદુ લઈ તેમાથી बअ, कअ શાખાલીટી ઉપર લંબ દોરો એ લંબ માપો. બન્ને સરખા છે? હા દુભાગનાર લીટી ઉપર પાચ દશ બિંદુ લઈ એજ પ્રયોગ કરો. શું અનુમાન કરો છો?

---

* અમુક આપેલી શરત પૂર્ણ કરે એવા બિંદુઓનો જે માર્ગ તે નિધાન કે કક્ષા કહેવાય છે.

"કોઇપણ ખુણાની દુભાગનાર લીટી ઉપરનું કોઇ-પણ બિંદુ આપેલા ખુણાની શાખાલીટીથી સરખે (કાટખુણે) અંતરે છે."*

કોઇપણ ત્રિકોણ દોરો તેના શિરોબિંદુમાથી સામેની બાજુઓ ઉપર લબ દોરો આ લબ એકજ બિંદુમા મળે છે ? આ પ્રયોગ જુદા જુદા ત્રિકોણ લઇ કરો આ ઉપરથી શુ અનુમાન ઉપર આવો છો ?

"ત્રિકોણના શિરોબિંદુઓમાથી સામેની બાજુઓ ઉપર દોરેલી લબો એકબિંદુગામી છે"

કોઇપણ ત્રિકોણ દોરો તેની બાજુમા મધ્યબિંદુમાથી તેજ બાજુ પર લબ દોરો આ લબો એકજ બિંદુમા મળે છે ? આ પ્રયોગ પાચ જુદા ત્રિકોણ લઇ કરો. આ ઉપરથી શુ અનુમાન ઉપર આવો છો ?

"ત્રિકોણની બાજુના મધ્યબિંદુમાથી તેજ બાજુઓ ઉપર દોરેલી લંબો એકબિંદુગામી છે"

§ ૧૧. સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ.

(क). સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણના ગુણો.

કોઇપણ બે સમાન્તર લીટી દોરો. તેને છેદે એમ એક આડી લીટી દોરો. આ લીટીને સમાન્તર એક બીજી આડી લીટી દોરો આ આકૃતિમા કયી કયી બાજુઓ સમાન્તર છે ? સામસામેની. આવી આકૃતિ **સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ કહેવાય છે.**

નિશાળના ઓરડામા કયી કયી ચીજોમા સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ માલમ પડે છે ? પાટીઉ, ટેબલ, સ્લેટ, ચોપડી, ...કોઇપણ સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ આશરે કાઢો, તેની બાજુઓ સમાન્તર છે કે નહિ તે તપાસી જુઓ હાથથીજ સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ દોરાય ત્યાં સુધી એવીજ આકૃતિ સ્લેટ ઉપર પાડ્યા કરો.

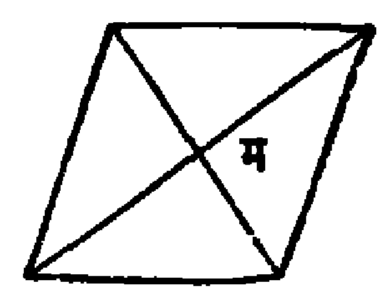
---

* અમુક આપેલી શરત સપૂર્ણ કરે એવા બિંદુઓનો જે માર્ગ તેને નિધાન કે કક્ષા કહે છે. એમા દુભાગનાર લીટી આપેલા બિંદુનુ નિધાન છે.

વ્યાખ્યા—જે ચતુષ્કોણમા સામસામેની બાજુ સમાન્તર હોય તેને સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ કહે છે

કોઇપણ જુદા જુદા સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ દોરો તેની સામસામેની બાજુ અને ખુણાઓ માપો અને સરખાવો તેના કર્ણ દોરો. આ કર્ણ અને બાજુઓની વચ્ચેના ખુણા માપી સરખાવો. આ પ્રયોગ જુદી જુદી આકૃતિઓ કાઢી કરો. આ ઉપરથી સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ વિષેનો કયો નિયમ માલમ પડે છે? "સામસામેની બાજુ અને ખુણા બરાબર છે" "કર્ણથી થતા વ્યુત્ક્રમ ખુણા બરાબર છે" કર્ણથી થતા બન્ને ત્રિકોણો અરસપરસ લઇ સરખાવો એક ત્રિકોણ કાપી કાઢી બીજા ઉપર બરાબર બેસે એમ મૂકો જુદી જુદી આકૃતિઓ લઈ આ પ્રયોગ કરો શુ અનુમાન કરો છો? "બન્ને ત્રિકોણો સર્વસમાન છે"

નોંધ. સંજ્ઞા–સમાન્તર સીધી લીટીઓને માટે ‖ (ઉભી બે લીટી)નું ચિહ્ન વપરાય છે, અને સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ માટે ‖કોણ અથવા સ૰ ચ૰ વપરાય છે



अबकड એક સ૰ ચ૰ લો अक સાધો, अड, कब કેની લીટી છે? ત્યારે ∠डअक, ∠अकब બરાબર છે? કારણ? अब, डक કેની લીટી છે? ત્યારે ∠बअक, ∠अकड બરાબર છે? કારણ? अकનુ મધ્યબિંદુ म લો अबकड સ૰ ચ૰ની નકલ કાગળ પર લો આ નકલને અર્ધા વર્તુળમાથી, એટલે બે કાટખુણામાથી ફેરવો. अकનુ म શુ છે? મધ્યબિંદુ ત્યારે अ, क ઉપર પડે છે? ∠डअक = ∠अकब છે ત્યારે अड, कब ઉપર પડે છે? અને ∠बअक = ∠अकड, ત્યારે अब, कड ઉપર પડે છે? मअ કયા પડે છે? मक ઉપર. ड કયા પડે છે? ब ઉપર. ब કયાં પડે છે? ड ઉપર. क કયા પડે છે? अ ઉપર.

बक કોની બરાબર થાય છે? डअनी. अब કોની બરાબર થાય છે? कडनी ∠ब કયા પડે છે? ∠ड ઉપર અને ∠बअड કયા પડે છે? ∠डकबनी ઉપર. ત્યારે આપેા નકલ કરેલેા સ૦ ચ૦ મૂળ સ૦ ચ૦ ઉપર બરાબર પડે છે? હા. અને ड, ब ઉપર પડે છે અને ब, ड ઉપર પડે છે ત્યારે मब, કોની બરાબર છે? मडनी. આ પ્રયેાગ જુદા જુદા સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ લઈ કરેા. આ ઉપરથી શા નિયમ ઉપર આવેા છેા?

"કોઇપણ સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણુમાં

(ક) સામસામેની બાજુ બરાબર છે.

(ખ) સામસામેના ખુણા બરાબર છે.

(ગ) દરેક કર્ણ સ. ચ.ના બે સરખા ભાગ કરે છે અને

(ઘ) કર્ણો અરસપરસ દુભાગે છે."

(ख). જુદી જુદી જાતના સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણેા.

अब, अक બે સરખી લીટી કાટખુણે દોરેા. बमांथी बड, अकनी સમાન્તર અને कमाथी कड, अबनी સમાન્તર લીટી દોરેા.

अबकड સ ચ છે? હા. अबकडना બાજુ અને ખુણા માપેા. શુ માલમ પડે છે? બધી બાજુ સરખી છે અને બધા ખુણા કાટખુણા છે. આ આકૃતિને **ચેારસ** કે **સમચેારસ** કહે છે.

કાગળમાથી બે સરખા ચેારસ કાપી એકને બીજા ઉપર જુદી જુદી રીતે ગેાઠવેા શુ અનુમાન કરેા છેા? બન્ને ચેારસના બાજુ અને ખુણા બરાબર છે

अब, अक બે અસમાન લીટી કાટખુણે દોરેા अबकड સ. ચ. પુરેા કરેા. અને તેના બાજુ અને ખુણા માપી સરખાવેા. શુ અનુમાન કરેા છેા? બધી બાજુઓ સરખી નથી પણ બધા ખુણા કાટખુણા છે આવી આકૃતિને **લંબ ચેારસ** કહે છે.

बग, अक સમાન લીટી કાટખુણા સિવાયનો કોઇપણ ખુણો કરે તેમ દોરો अबडक સ ચ પુરો કરો આવી આકૃતિને રોમ્બસ અથવા વિષમ ચતુરસ્ત્ર કહે છે.

કોઇપણ લબ ચોરસ દોરી તેના બાજુ અને ખુણા સરખાવો. શુ અનુમાન કરો છો? કોઇપણ રોમ્બસ દોરી તેના બાજુ અને ખુણા સરખાવો શુ અનુમાન કરો છો? કોઇપણ સ ચ દોરી તેના બાજુ અને ખુણા સરખાવો શુ અનુમાન કરો છો?

"લબ ચોરસમા સામસામેની બાજુ સરખી છે અને ખુણા કાટખુણા છે" "રોમ્બસમાં બધી બાજુઓ સરખી છે અને સામસામેના ખુણા સરખા છે" "કોઇપણ સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમાં સામસામેનાજ બાજુ અને ખુણા સરખા છે"

પ્રશ્નો.

૧. નીચેના માપની બાજુઓ પર સમચોરસ દોરો —
૫·૭ સે મી, ૪·૮ સે મી, ૩·૪", ૨ ७', ૯ ७ સે મી; ૩·૧", ૨૫ મી મી, ૮·૧ સે મી., ૫·૧", અને ૩ ૯"

૨ નીચે પાસેપાસેની બે બાજુઓ આપી છે તો લબચોરસ દોરો —
૩·૨ સે મી, ७ સે. મી, ૪ ૫", ૩·७", ૨ ૩", ૪·૧"; ૮·૯ સે મી, ૧·૪ સે. મી, ७ ૮", ૫·૩", ૬·૧", ૩·૧", ૧·૯", ૨·૩", ૨૨મી મી, ૩૯ મી મી, ૩·૯", ૨·७".

૩. નીચેના માપ ઉપરથી રૉમ્બસ દોરો —
∠ अ = ૫૧°, અ = ૫·૧", ∠ ब = ૧૧૫°, બ = ૩·૨",
∠ क = ७૨°, ક = ७·૦ સે મી, ∠ ड = ૬૮°, ડ = ૯·७ સે મી.

૪ નીચેના માપ ઉપરથી સ૦ ચ૦ દોરો —
(૧) ∠ ड = ૩૫°, ક = ૪·૩", ડ = ૩ ૯".
(૨) ∠ क = ૬७°, અ = ७·૮ સે મી., બ = ७·૧ સે. મી.;
(૩) ∠ क = ૧૧૫°, ક = ૯·૩ સે મી., બ = ૬·૧ સે. મી.;
(૪) ∠ ब = ७૧°, અ = ૩·૫", બ = ૨·७",
(૫) ∠ अ = ૯७°, બ = ૪·૨", ક = ૩·૫".

૫. જાડા કાગળમાંથી ચાર પટી કાપી કાઢી એક સ૦ ચ૦ બનાવો. તેને મચડી એક ખુણો કાટખૂણો કરો બાકીના ખુણા માપો

૬ ઉપર પ્રમાણે એક સ૦ ચ૦ બનાવી મચડી એક લંબચોરસ બનાવો

૭ એક સમચોરસ ચોકઠુ બનાવી તેને સહેજ મચડો. કેવી આકૃતિ થાય છે તે કહો

(ગ) ચોરસ વગેરેના અન્ય ગુણ.

ચોરસ, લંબચોરસ, રોમ્બસ અને સ૦ ચ૦ના કર્ણો દોરો. કર્ણના ભાગો માપો ને સરખાવો. આખા કર્ણોને સરખાવો. દરેકને વિષે શો નિયમ નીકળે છે ?

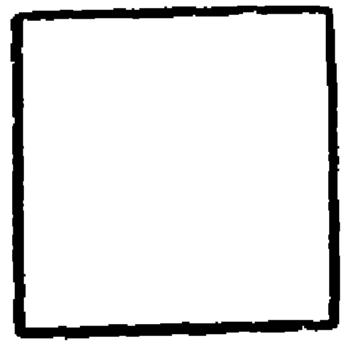
"ચોરસના કર્ણો સરખા હોઈ કાટખુણે અરસપરસ દુભાગે છે"

"લંબચોરસના કર્ણો સરખા હોઇ ફક્ત અરસપરસ દુભાગે છે."

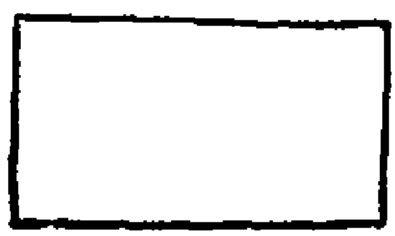
"રોમ્બસના કર્ણો અસમાન હોઇ અરસપરસ કાટખુણે દુભાગે છે."

"સ. ચ.ના કર્ણો અસમાન હોઇ ફક્ત અરસપરસ દુભાગે છે"

વ્યાખ્યા—જે ચતુષ્કોણની બધી બાજુ સરખી હોય અને બધા ખુણા કાટખુણા હોય તેને ચોરસ કે સમચોરસ કહે છે.



વ્યાખ્યા—જે ચતુષ્કોણના બધા ખુણા કાટખુણા હોય પણ પાસેપાસેની બાજુ સરખી ન હોય તેને લંબચોરસ કહે છે.

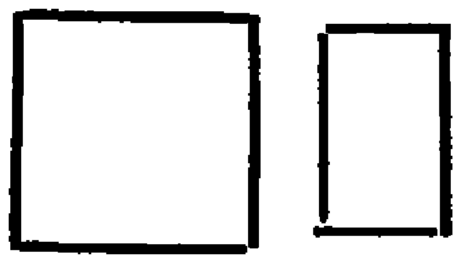


વ્યાખ્યા—જે ચતુષ્કોણની બાજુઓ સરખી હોય પણ ખુણા કાટખુણા ન હોય તેને રોમ્બસ કે વિષમ ચતુરસ્ર કહે છે.

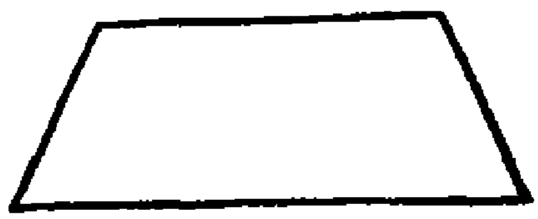




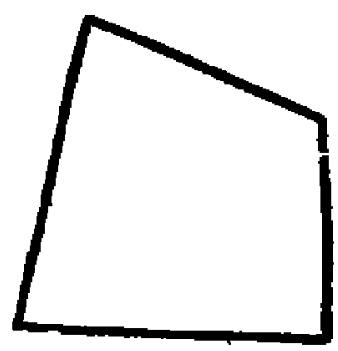
વ્યાખ્યા—જે ચતુષ્કોણની સામેસામેની બાજુઓ સમાન્તર હોય અને ખુણા કાટખુણા હોય કે ન હોય તેને **સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ** કે **ચોખુણ** કહે છે



વ્યાખ્યા-જે ચતુષ્કોણમા બધા ખુણા કાટખુણા હોય તેને **કાટખુણ ચોખુણ** કહે છે



વ્યાખ્યા—જે ચતુષ્કોણની ફક્ત બેજ બાજુઓ સમાન્તર હોય તેને **ટ્રાપિજ્યમ** કહે છે



વ્યાખ્યા—જે ચતુષ્કોણની કોઇપણ બાજુઓ સમાન્તર ન હોય તેને **વિષમબાજુ ચતુષ્કોણ** કે **ચોખુણ** કહે છે

ઉપરની વ્યાખ્યા પ્રમાણે આપેલી ચોરસ, લબચોરસ, રોમ્બસ, સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ, કાટખુણ ચોખુણ, ટ્રાપિજ્યમ અને વિષમબાજુ ચતુષ્કોણની આકૃતિઓ બરાબર આવે ત્યા સુધી પહેલા સાહિત્યોથી અને પછી હાથથીજ પેન્સીલ કે પેનથી કઢાવો

ઉપરની વ્યાખ્યાઓમા નિયમિત પ્રકારનો ચતુષ્કોણ જે શરૂઆતમાં કહ્યો છે તે સિવાય જે ચતુષ્કોણના ગુણો નિયમિત હોય તેવો ચતુષ્કોણ કોઇ બીજો થઇ શકે કે નહિ તે કહો

સ૦ ચ૦ અને ટ્રાપિજ્યમની આકૃતિઓ ફક્ત હાથથીજ કાઢો. ચોરસ અને લબચોરસ એ બન્નેને માટે કયો એકજ શબ્દ વાપરીએ તો ચાલે ? કાટખુણ ચોખુણ

બધા કાટખુણુ ચતુષ્કોણુમા કયો ગુણુ સામાન્ય છે ?

બધા ખુણા કાટખુણા છે અને કર્ણો બરાબર છે

ચોરસ અને રોમ્બસ કયા કયા ગુણુમા મળતા આવે છે ?

બધી બાજુઓ સરખી છે અને કર્ણો કાટખુણે દુભાગે છે.

કયા કયા ગુણોમા એ બન્ને જુદા પડે છે ?

બધા સ.ચ.ના કયા કયા ગુણુ છે ?

સામસામેની બાજુ અને સામસામેના ખુણા સરખા છે.

લબચોરસ અને સ.ચ મા શો તફાવત છે ? શુ મળતાપણુ છે ?

નીચેના કોઠામા બતાવેલા ખાનામા કયા કયા ગુણુ કયી કયી આકૃતિને લાગુ પડે છે તે "હા," "ના," કે "શકય" શબ્દ લખી બતાવો —

આકૃતિ	સામસામેના ખુણાને બાજુ બરાબર	કર્ણો એક બીજાને દુભાગે છે	ખુણા કાટખુણા છે	કર્ણો બરાબર છે	કર્ણો કાટખુણે છેદે છે	પાસેપાસેની બાજુ બરાબર છે.
સ૦ચ૦						
લબચોરસ						
સમ ચોરસ						
રોમ્બસ						

નીચે પ્રમાણેનો એકેક પક્ષ લઇ ચતુષ્કોણુ આકૃતિ દોરો —

(૧) સામસામેની બાજુઓ બરાબર હોય, કે

(૨) સામસામેના ખુણા સરખા હોય, કે

(૩) સામસામેની બેજ બાજુ બરાબર અને સમાન્તર હોય; કે

(૪). કર્ણો અરસપરસ દુભાગે.

આ પ્રમાણેની જુદી જુદી ચતુષ્કોણ આકૃતિ દોરી તેની બાજુઓ સમાન્તર છે કે નહિ તે જુઓ. દરેક જાતની આકૃતિ વિષે શો નિયમ નીકળે છે ?

(૧) સામસામેની બાજુઓ બરાબર હોય તો ચતુષ્કોણ સ.ચ છે.
(૨) સામસામેના ખુણાઓ બરાબર હોય તો ચતુષ્કોણ સ.ચ. છે.
(૨) સામસામેની બેજ બાજુ બરાબર અને સમાન્તર હોય તો ચતુષ્કોણ સ. ચ. છે.
(૪) કર્ણો અરસપરસ દુભાગે તો ચતુષ્કોણ સ. ચ છે.

પ્રશ્નો.

૮. નીચેના માપ ઉપરથી કાટખુણ ચતુષ્કોણ દોરો —
બાજુઓ ૩·૫" અને ૨·૪", ૪·૭" અને ૫ ૩", ૭·૮" અને ૪·૧"
૪·૧ સે મી અને ૩ ૮ સે મી, ૯ ૯ સે મી અને ૬·૩ સે. મી.

૯. નીચેના માપ ઉપરથી સ૦ ચ૦ દોરો —
બાજુઓ ૪·૧" અને ૩·૩" અને એ બાજુઓની વચ્ચેનો ખૂણો ૭૫°;
બાજુઓ ૬·૧" અને ૫ ૩" અને એ બાજુઓનો અતર્ખુણો ૧૧૨°
બાજુઓ ૧૩·૩ સે મી ને ૧૦·૧ સે મી અને બાજુઓનો અતર્ખુણો ૬૭°
બાજુઓ ૮·૫ સે મી.ને ૮·૩ સે મી અને એ બાજુઓનો અતર્ખુણો ૪૫°

૧૦ નીચેના માપ ઉપરથી ચતુષ્કોણ દોરો —

નોંધ. [अबकड ચતુષ્કોણમા ∠अ, ∠ब, ∠क, ∠ड છે અને अब, बक, कड, डअને અનુક્રમે અ, બ, ક, ડ, કહી છે]

(૧) અ = ૬·૩ સે. મી., ∠ब = ૮૨°, બ = ૮·૨ સે મી, ∠क = ૯૦° અને ક = ૭·૭ સે. મી

(૨) અ = ૪·૧", બ = ૩·૫", ડ = ૨·૭", ∠अ = ૬૫° અને ∠ब = ૯૦°.
(૩) ∠ब = ૧૧૨°, બ = ૨·૧". ∠क = ૯૧°, ड = ૯૯° અને ક = ૨·૭".
(૪) ડ = ૫·૧", ∠अ = ૭૧°, ∠क = ૫૫°, અ = ૪·૭" અને ∠ब = ૧૧૫°.

(૫) ∠ब = ૯૧°, ∠अ = ૭૫°. ∠क = ૭૨°, ડ = ૭·૨ સે. મી.
અને અ = ૪ ૩ સે. મી.

(૬) અ = ૨·૭″, બ = ૨·૩″, ક = ૪ ૩″, ∠ब = ૧૧૫°. અને ડ = ૩·૪″.

(૭) અ = ક = ડ = ૪·૯ સે મી., ∠अ = ૭૫° અને ∠ब = ૫૧°.

(૮) ∠क = ૫૫°, ∠अ = ૬૯°, ક = ૪·૦″, અ = ૭·૩″ અને ડ = ૩·૫″.

(૯) બ = ૧·૨″, अब = ૩·૮″, ∠ब = ૭૫°, ડ = ૨·૭″, અને ક = ૨·૫″.

(૧૦) बक = ૩·૩″, ∠क = ૧૧૩°, ∠ब = ૭૨°, અ = ૨·૭″ ને ∠अ = ૭૧°

૧૧ નીચેના ચતુષ્કોણો દોરો —

(૧) અ = ક = ૭·૨ સે. મી., બ = ડ = ૩·૯ સે મી. અને बड = ૪·૨ સે. મી.

(૨) અ = ડ = ક = ૨·૧ સે. મી, अक = ૨·૭ સે મી, બ = ૩ ૨ સે. મી.

(૩) અ = બ = ક = ડ = ૬·૧ સે મી અને अक = ૮·૩ સે. મી.

(૪) અ = ૫·૧″, બ = ૬·૨″, ક = ૬·૦″, ∠ब = ૭૨°, ∠क = ૫૧°.

(૫) અ = બ = ક = ૩·૭″, कअ = ૪·૨″, ∠अ = ૧૫૨°.

પ્રકરણ ૨જું.

ભૂમિતિનાં મૂળ તત્ત્વો.

સૂચના આ ભાગ પ્રાયોગિક ભાગ થઇ ગયા પછી શીખવવો.

ભૂમિતિશાસ્ત્ર. એક દોરી બીજી કરતા કેટલી મોટી છે તે તેની લબાઇ ઉપરથી આપણે કહી શકીએ છીએ. એક મેદાન બીજા કરતા કેટલુ મોટુ છે તે તેની લબાઈ અને પહોળાઇ ઉપરથી જાણીએ છીએ, વળી એક ટેબલ બીજા કરતા કેટલુ મોટુ છે તે તેની લબાઇ, પહોળાઇ અને ઉચાઇ ઉપરથી જાણીએ છીએ તેમજ એક ઘન બીજા કરતા કેટલો મોટો છે તે તેની લબાઇ, પહોળાઇ અને જાડાઇ ઉપરથી આપણે કહી શકીએ છીએ લબાઇ, પહોળાઇ અને જાડાઇ ઉપરથી એક પદાર્થ મોટો છે કે નાનો છે તે વિષે જે નિયમો છે તે નિયમો આપણે જાણવા જોઇએ. આ નિયમો દરેક પદાર્થની લબાઇ, પહોળાઇ અને તેની વચ્ચેના ખુણાના જે ગુણો ઉપરથી નક્કી થાય છે તે ગુણોનું

વર્ણન કરવુ એ **ભૂમિતિશાસ્ત્રનું** કામ છે [ભૂ=પૃથ્વી, જમીન; અને મિતિ=માપણી] ભૂમિતિ એટલે જમીનની માપણી. જમીન માપવાને માટે પદાર્થની લબાઇ, પહોળાઈ, જાડાઇ અને ખુણા ઉપરથી પરિમાણો કેમ મપાય છે તે સબધી કાંઇ નિયમો હોય છે અને એ નિયમોનું વિવેચન જે શાસ્ત્રમા હોય છે તેને ભૂમિતિ કહે છે.

પદાર્થ.

વર્ગમા પડેલી પાચ દશ વસ્તુઓ બતાવો એ દરેકને આકાર કે રૂપ છે? હા બીજી બહારની વસ્તુઓના નામ આપો એ વસ્તુઓને આકાર કે રૂપ છે? હા એ બધી વસ્તુઓને **પદાર્થ** કહે છે, કારણ કે તેઓને રૂપ અથવા આકાર છે.

આ ઘન જુઓ એ ઘન કાંઈ જગ્યા રોકે છે? હા જેવડી જગ્યા એ રોકે છે અથવા જેવા પ્રકારની જગ્યા એ રોકે છે તેવો તેનો **આકાર** છે. આ ગોળ જુઓ એ કેવી જગ્યા રોકે છે? ગોળ. તેથી તેનો આકાર ગોળ છે આ પેટી જુઓ એ કેવી જગ્યા રોકે છે? ચોખુણુ. તેથી તેનો આકાર ચોખુણુ છે. જે પદાર્થ જેવા પ્રકારની જગ્યા રોકે છે તેવો આકાર તેને પ્રાપ્ત થાય છે પાણીને એક ઘડામા રેડો પાણીને કેવો આકાર પ્રાપ્ત થયો? ઘડાના અદરના ભાગ જેવો એજ પાણીને કાઢીને તપેલામા રેડો. હવે તેનો કયો આકાર થયો? તપેલાના જેવો. આ ઉપરથી બધા પદાર્થને માટે કાઇ સામાન્ય નિયમ નીકળે છે? હા. શો? દરેક **પદાર્થ કાંઇપણ જગ્યા કે અવકાશનો ભાગ રોકે છે અને તેને કાંઈ આકાર હોય છે.**

બબ્બે સરખી લબાઇ, પહોળાઇ અને જાડાઈના કકડાની ત્રણ જોડ લો. એક જોડના એક કકડાને લબાઇ ઉપરથી થોડોવત્તો કાપી કાઢો. આ બે કકડામા હવે શો ફેર છે? એક બીજા કરતા વધારે લાબો છે. બીજી જોડના એક કકડાને પહોળાઇ ઉપરથી થોડોવત્તો કાપી કાઢો. આ બે કકડામા શો ફેર છે? એક બીજા કરતા વધારે પહોળો છે ત્રીજી જોડના એક કકડાને જાડાઈ ઉપરથી ઓછોવત્તો કાપી કાઢો આ બે કકડામા શો ફેર છે? એક બીજા કરતાં

વધારે જાડો છે. આ પ્રમાણે દરેક પ્રયોગ બે ત્રણ વખત કરી એક પદાર્થ બીજા કરતા કેટલો મોટો છે તે માપવા માટે દરેક પદાર્થનો નીચેનો સામાન્ય નિયમ ઠસાવો. **"દરેક પદાર્થને લંબાઈ, પહોળાઈ અને જાડાઈ હોય છે."** આ ત્રણ પરિમાણોવાળા ઘણાએક પદાર્થ બતાવવાને વિદ્યાર્થીને કહો. સર્વ પદાર્થને ત્રણ પરિમેય હોય છે તેથી તે ત્રિપરિમેયાત્મક કહેવાય છે.

જુદી જુદી લંબાઈના, પહોળાઇના અને જાડાઇના પદાર્થો બતાવો. કેટલાક પદાર્થો એવા બતાવો કે તેના પરિમેયો બહુજ બારીક હોય. પૂછો કે કોઈ એવો પદાર્થ બતાવશો અથવા કહેશો કે જેને બિલકુલજ લંબાઈ, પહોળાઇ કે જાડાઈ ન હોય. કોઇજ નહિ

લંબાઈ, પહોળાઇ અને જાડાઈ.

કોઇપણ પદાર્થ લો, એની એક બાજુ બતાવો, આ બાજુને **લંબાઈ** કહે છે અને આ બન્નેને કાટખુણે મળતી આ આડી બાજુને **પહોળાઈ** કહે છે અને આ બાજુને કાટખુણે મળતી અથવા આ ઉભી બાજુને **જાડાઈ** કહે છે આ પ્રમાણે લંબાઇ, પહોળાઇ અને જાડાઇ ગણવાનો સામાન્ય નિયમ છે પણ પદાર્થની સૌથી મોટી બાજુને લંબાઈ, તેથી નાની બાજુને પહોળાઇ અને સૌથી નાની બાજુને જાડાઇ કહીએ છીએ, તોપણ વિદ્યાર્થીના મનમા બરાબર ઠસાવવુ કે કોઇપણ બાજુને લંબાઇ, કોઇપણ બીજી બાજુને પહોળાઇ અને બાકીની ત્રીજી બાજુને જાડાઈ તરીકે લઇએ તોપણ તે ચાલે છે

પૃષ્ઠ કે સપાટી.

વર્ગની અંદરની અને બહારની થોડીએક ચીજો લઇ નીચે પ્રમાણે પ્રશ્નો કરો આ ગોળનો આકાર બધી બાજુએ સરખો લાગે છે? આ પેટીનો આકાર બધી બાજુએ સરખો લાગે છે? આ પાટીઆનો આકાર બધી બાજુએ સરખો લાગે છે? આ ધનનો આકાર બધી બાજુએ સરખો લાગે છે? આ અર્ધ ગોળનો આકાર બધી બાજુએ સરખો

લાગે છે ? આ ચોપડીનો આકાર બધી બાજુએ સરખો લાગે છે ? આ પૈસો ઉપરથી જોતા કેવો દેખાય છે ? આ ખડીઓ લંબાઇ ઉપરથી જોતા કેવો દેખાય છે ? આ પેટી પહોળાઇ ઉપરથી જોતા કેવી દેખાય છે ? વગેરે ગોળ બધી બાજુએ સરખોજ દેખાય છે, પરતુ બીજી બધી વસ્તુઓ સરખી દેખાતી નથી આ પદાર્થ બધી બાજુએ સરખા દેખાતા નથી એનુ શું કારણ છે ? એની બાજુઓ જુદા જુદા પ્રકારની છે, એટલે એના પૃષ્ઠ જુદા પ્રકારના છે. આ ઉપરથી પદાર્થનો બીજો કયો ગુણ માલમ પડે છે ? **પદાર્થને પૃષ્ઠ અથવા બાજુ* હોય છે.**

જુદા જુદા નીચેના પદાર્થ બતાવી નીચે પ્રમાણે પ્રશ્નો કરો –

આ પેટીને કેટલા પૃષ્ઠ છે ? આ ઘનને કેટલા છે ? આ પાટીઆને કેટલા છે ? આ પૈસાને કેટલા છે ? આ ગોળને કેટલા છે ? આ અર્ધ-ગોળને કેટલા છે ? આ + દડગોળને કેટલા છે ? વગેરે. ગોળને એક પૃષ્ઠ છે. અર્ધગોળને બે છે. પેટી અને ઘનને છ છે પૈસાને ત્રણ છે. દંડગોળને ત્રણ છે અનેક પૃષ્ઠ હોય એવા દાખલા આપો

ગોળ અને ઘનના પૃષ્ઠમા શો ફેર છે ? ઘનનુ પૃષ્ઠ સપાટ છે અને ગોળનુ પૃષ્ઠ વક્ર છે ત્યારે પૃષ્ઠના કેટલા પ્રકાર છે ? કયા કયા ? વક્ર પૃષ્ઠ અને સપાટ પૃષ્ઠ. સપાટ પૃષ્ઠના દશ બાર પદાર્થો બતાવો, અને દરેકને કેટલા કેટલા પૃષ્ઠો છે તે પૂછો. ઓછામા ઓછા કેટલા સપાટ પૃષ્ઠ પદાર્થમાં હોય છે ? ચાર ચારથી ઓછા સપાટ પૃષ્ઠ હોય એવો કોઇપણ બધાજ સપાટ પૃષ્ઠોવાળો પદાર્થ બતાવી શકો ખરા કે ? નહિ

આ બે પૃષ્ઠો (કોઈ પદાર્થ લઇ) જ્યા મળે છે તેને શુ કહો છો ? કોર એ કોર કોના જેવી દેખાય છે ? લીટીના જેવી ત્યારે બે પૃષ્ઠો જ્યા મળે ત્યા ભૂમિતિની કયી આકૃતિ થાય છે ? લીટી (વાંકી

---

* બાજુનો અર્થ સફાઈ અથવા કોર પણ થાય છે. માટે પૃષ્ઠ શબ્દ વાપરવો.

+ એક નળાકાર લાકડાનો કકડો જેના બે છેડાઓ સરખા, અને સમાન્તર વર્તુળ હોય.

અથવા સીધી) ત્રણે પૃષ્ઠો મળે ત્યા શું દેખાય છે ? છેડો. આ કોરો મળે છે ત્યા શુ દેખાય છે ? છેડો. છેડો ભૂમિતિની કયી આકૃતિ પ્રમાણે દેખાય છે ? બિંદુ પ્રમાણે.

ઘન, વિષમ ઘન, શકુ, પેટી, સેટસ્કવેરો, વગેરે લઈને આ પ્રમાણે પ્રશ્નો કરો —આ પિરામિડમા કેટલા પૃષ્ઠ છે ? કેટલી કોરો છે ખુણા કેટલા છે ? છેડા કેટલા છે ? બબ્બે પૃષ્ઠો કયા કયા મળે છે ? કોર—લીટીમા. કોરો કયા કયા મળે છે ? છેડા–બિંદુમા. આ પિરામિડનાં કેટલા પૃષ્ઠો એકી વખતે સાથે દેખાય છે ? વગેરે.

આ ઉપરથી ઠસાવો કે કોઈપિણ પદાર્થનો ઉપલો ભાગ પૃષ્ઠ હોય છે, પૃષ્ઠનો છેવટનો ભાગ લીટી, અને લીટીનો છેવટનો ભાગ બિંદુ હોય છે

આ પૃષ્ઠને લબાઇ છે ? હા. પહોળાઇ છે ? હા. જાડાઈ છે ? ના. (કોઇ વિદ્યાર્થી "હા" જવાબ આપે તો બરાબર સમજ પડે ત્યા સુધી ઉપલોજ પ્રયોગ કરતા જવુ.) એક વાસણમા પાણી ભરો. પાણીનું પૃષ્ઠ જુઓ આ પૃષ્ઠ વાસણના અદરના ભાગને અડકેલુ છે ? હા જે જગ્યાએ આ પૃષ્ઠ લાગેલુ છે ત્યા નીચે પાણી લાગેલું છે ? ઉપર હવા લાગેલી છે ? ત્યારે એ પૃષ્ઠની નીચે શુ છે ? પાણી ઉપર શુ છે ? હવા. પાણી પુરૂં થાય કે તરતજ હવા લાગેલી છે. માટે આ પૃષ્ઠને કાઇ જાડાઇ છે ? એક કાચની બાટલીમા થોડુ પાણી અને થોડુ તેલ રેડો બતાવો કે જયા પાણી પુરૂ થાય છે ત્યાંથી તરતજ તેલ શરૂ થાય છે.

એક લાકડાનો કકડો લો તેને વ્હેરતા વ્હેરતા એવો કકડો કરો કે જાણે તેને બિલકુલ જાડાઇ રહેતી નથી એમ આપણે ધારીએ લબાઇ પહોળાઇવાળા આ કકડાને પૃષ્ઠ કહે છે. અને તેને જાડાઇ નથી (એવી કલ્પના કરેલી છે) એક ખેતરનુ ક્ષેત્રફળ કાઢવુ હોય તો આપણે ફક્ત લંબાઈ અને પહોળાઇનો વિચાર કરીએ છીએ પરતુ તેની જાડાઇનો બિલકુલ વિચાર કરતા નથી. આ પ્રમાણે ખેતરની માપણી કરવામા જેનો

વિચાર કરીએ છીએ તેનેજ પૃષ્ઠ કહે છે જમીન ઉપર જે છાયડો પડે છે તેને લબાઇ અને પહોળાઇ છે, પરતુ જાડાઇ નથી તેથી છાયડો એ પૃષ્ઠનો એક બહુ સારો દાખલો છે.

કોઈપણ પદાર્થ અને અવકાશની વચ્ચેની સીમાને શુ કહો છો? પૃષ્ઠ પૃષ્ઠને કેટલા પરિમેય છે? બે. પૃષ્ઠની કોરો કયી આકૃતિના જેવી દેખાય છે? લીટીના જેવી વર્તુળ, પરિધ, વ્યાસ, કૈાસ, જયાને કેટલા પરિમેય છે? પાતળો કાગળ અને કાગળના ઉપર જે રગ દીધેલા છે તેને કેટલા પૃષ્ઠ છે?

વ્યાખ્યા—જેને ફક્ત લબાઇ અને પહોળાઇ હોય છે, પણ બિલકુલ જાડાઈ હોતી નથી તેને પૃષ્ઠ કે સફાઈ કહે છે

પૃષ્ઠના પ્રકાર.

બે સપાટ પૃષ્ઠની વસ્તુઓ લઈ એકને બીજીની ઉપર મુકો બે વક્ર પૃષ્ઠની વસ્તુઓ લઇ એકને બીજીની ઉપર મુકો એક સપાટ પૃષ્ઠને બીજા પૃષ્ઠની ઉપર આમતેમ ફેરવી જુઓ કે વચ્ચે ખાલી જગ્યા રહે છે? નહિ વક્ર પૃષ્ઠને બીજા વક્ર પૃષ્ઠની ઉપર મૂકી આમ તેમ ફેરવી જુઓ કે બન્ને પૃષ્ઠો એક બીજાની સાથે બરાબર વળગી જાય છે? નહિ ત્યારે સપાટ પૃષ્ઠ અને વક્ર પૃષ્ઠની વચ્ચે શો ફેર માલમ પડે છે? સપાટ પૃષ્ઠો એક બીજાની સાથે મેળવતા બરાબર મળી જાય છે, અને તેઓની વચ્ચે કાઇ ખાલી જગ્યા રહેતી નથી વક્ર પૃષ્ઠોને એક બીજાની ઉપર મેળવતા વચ્ચે ખાલી જગ્યા રહે છે

સપાટ પૃષ્ઠની ઉપર બે બિંદુ લો એ બિંદુઓમા ટાકણી મારી તેની સાથે દોરી બાધી એક સીધી લીટી દોરો આ લીટી પૃષ્ઠમા પડે છે કે બહાર? વક્ર પૃષ્ઠમા બે બિંદુઓ લો. તેમા ટાકણી મારી દોરી બાધી એક સીધી લીટી દોરો આ લીટી પૃષ્ઠમા પડે છે કે બહાર? એક વક્ર પૃષ્ઠ ઉપર બે બિદુ લો ઉપર પ્રમાણે દોરી બાધી જુઓ કે તેમાં કોઈપણ સીધી લીટી આવી શકે છે? આ ઉપરથી સપાટ પૃષ્ઠ અને વક્ર પૃષ્ઠની વચ્ચે શો ફેર માલમ પડે છે? એક ગોળના

ઉપર કોઇ પણ બે બિંદુઓ સાધીએ તો તે બિંદુઓની વચ્ચે કોઇ સીધી લીટી આવી શકે ખરી કે? નહિ. જે પૃષ્ઠ સપાટ અથવા સીધું હોય તેને **સીધી** અથવા **સપાટ** સફાઇ કહે છે કોઇપણ સપાટ પૃષ્ઠને બધી બાજુએ તેની સીધી લીટીમાજ લબાવીએ તો જે જગ્યાએ પૃષ્ઠ પ્રસરે છે તે એ પૃષ્ઠની સફાઇમા જ છે એમ કહેવાય છે

લાબી ટુકી ત્રણ લાકડી લો અને તેને ઉભી જમીન ઉપર મુકો આ લાકડીના છેવટના ભાગમા શુ છે? બિંદુ આ લાકડીના ઉપલા છેડા પર એક પાટીઉ આડુ મુકો. લાકડીના છેડાના બિંદુઓની વચ્ચેથી જે પૃષ્ઠ જાય છે તેની સફાઈ પાટીઆની સફાઇમા છે એમ માલમ પડે છે. આ પ્રયોગ આમ પાચ જુદી જુદી રીતે કરો અને બતાવો કે પાટીઆ ઉપર આ ત્રણે બિંદુમાથી જતી સફાઈ આવે છે કોઇપણ સપાટ સફાઇમા બે બિંદુઓ લો આ બિંદુને સીધી લીટીથી સાધો, આ લીટીનો કોઇપણ ભાગ સીધી સપાટ સફાઇમાજ આવેલો છે એમ બતાવો. આ સીધી લીટીનો કોઇપણ ભાગ સપાટ સફાઇની બહાર જાય તો તે સપાટ સફાઇ નથી સપાટ સફાઇનુ આ મુખ્ય લક્ષણ છે

સપાટ સફાઈ નક્કી કરવાને ઓછામા ઓછા કેટલા બિંદુ જોઇએ? ત્રણ. તમારી ચોપડીની કયી બાજુ સપાટ સફાઇ છે? અર્ધગોળની કયી બાજુ સપાટ સફાઇ છે? જુદી જુદી લબાઇની લાકડીઓ લઈ ઉભી જમીન ઉપર મૂકો. તેના ઉપલા છેડાઓ ઉપર એક પાટીઉ આડું મુકો. લાકડીના બધા છેડાઓ આ પાટીઆની સફાઇમાજ છે? નહિ થોડાક છે અને થોડાક નથી. આ ઉપરથી માલમ પડશે કે લાકડીઓના બધા છેડાઓ એકજ સફાઇમા નથી જુદા જુદા ત્રણ છેડાઓના બિંદુઓ ઉપર પાટીઉ મૂકી બતાવો કે આ ત્રણ બિંદુઓમાથી જતી સફાઇ બીજા છેડાઓના બિંદુમાથી જતી નથી, કારણ શુ? આ પ્રયોગ ઉપરથી સફાઇનો વિચાર બરાબર ઠસાવો

ટેબલના ઉપલા પાટીઆની સફાઇને આજુબાજુ દિવાલ અને બીજા પદાર્થોના જે ભાગ છે તે બતાવો ટેબલના બે પગની નીચે બે

પથરા મૂકી ટેબલને એક બાજુથી ઉંચુ કરો. ટેબલની ઉપરના પાટીઆની સફાઈની આજુબાજુ દિવાલ અને બીજા પદાર્થોના જે ભાગ આવે છે તે બતાવો એક પાટીઆને ભીંતની સાથે જુદી જુદી રીતે મૂકો અને પાટીઆની સફાઈમાથી ભીંતનો જે ભાગ જાય છે તે બતાવવા વિદ્યાર્થીને કહો. ભીંત સફાઇ છે કે નહિ તે જાણવાને માટે શુ કરવુ જોઈએ ?

એક વાસણમાં પાણી ભરો પાણીના પૃષ્ઠની સફાઇ કયાં છે ? એક કાગળનો કકડો લો આ કકડો સફાઇ છે એમ સમજો. કાગળ પાણીમાં વાંકો રાખી ડુબાવો. પાણીનુ પૃષ્ઠ કાગળના પૃષ્ઠથી છેદાય છે ? હા. આ બે સફાઇઓ જ્યા અરસપરસ છેદે છે તે જગ્યાએ કેવી આકૃતિ માલમ પડે છે ? લીટી એક વક્ર અને એક સીધુ, અથવા બન્ને પૃષ્ઠો અરસપરસ છેદે તેમ એ પ્રયોગ કરો જ્યા તેઓ છેદ છે ત્યા કેવી આકૃતિ છે ? લીટી. એ બધીજ સીધી લીટી છે ? ના, કોઇ વક્ર અને કોઇ સીધી છે.

લીટી (સીધી અથવા વક્ર.)

પાટીઆ ઉપર પટી મુકી ચાકથી પાટીઆ ઉપર એક બિંદુ મુકો. ચાકને સહેજ સહેજ આગળ ખસેડી પાટીઆ ઉપર બીજા બિંદુઓ મુકો. આ બિંદુઓથી લીટી દોરો આ ટપકાઓની વચ્ચે જે જગ્યા છે તેમાં ફરીથી પાસેપાસે બિંદુઓ મુકો પહેલા કરતા બિંદુઓની વચ્ચે અતર ઓછા થયા છે ? એ પ્રમાણે પાસેપાસે બિંદુઓ મુકી બિંદુઓ તદ્દન નજીક નજીક આવી જાય તેમ એક લીટી બનાવો આ પ્રયોગમા લીટી કેમ બની છે તે વિષે શુ અનુમાન કરો છો તે પૂછો

પાટીઆ ઉપર બે બિંદુઓ લો તેને સીધી લીટીથી સાધો, અને વચ્ચેથી વાંકી લીટીઓ દોરો દોરીથી આ બધી લીટીઓ માપો કયી લીટી સૈાથી નાની છે ? સીધી લીટી. એ સીધી લીટી કરતા નાની લીટી એ બિંદુઓની વચ્ચે દોરો દોરાય ખરી કે ? નહિ આ પ્રયોગ પરથી સીધી લીટીનો કયો ગુણ માલમ પડે છે ? ગમે તે બે બિંદુની વચ્ચેની

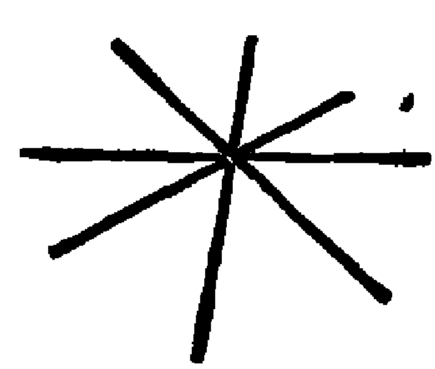
જે જે લીટીઓ કાઢીએ તે તે લીટીઓની લબાઈ ઉપરથી કહો કે કયી લીટી સીધી છે

પાટીઆ ઉપર બે બિંદુઓ લો તેમા બે ટાકણીઓ મારો. આ ટાકણીની આજુબાજુ એક દોરી ખેચી બાધો એ દોરીના કરતા સહેજ લાબી એક બીજી દોરી એ ટાકણીની આજુબાજુ બાધો આ બે દોરીથી જે લીટી થાય છે તેમા કયી સીધી લીટી જેવી દેખાય છે? બે બિંદુઓની વચ્ચે એક સીધી લીટી અને બીજી ઘણી વાકી લીટી દોરો એ બધી લીટીઓમા કયી સૌથી નાની છે એ જાણવાને કયો નિયમ આ પ્રયોગ પરથી માલમ પડે છે?

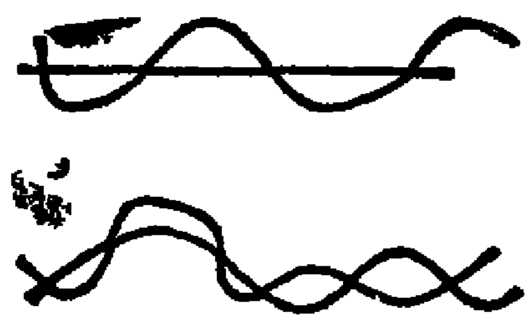
પાટીઆ ઉપર બે બિંદુ લો. તેમા ટાકણી મારો અને તેની આસપાસ એક દોરી ખેચી બાધો. બીજી દોરી પણ તેની આસપાસ ખેચી બાધો અને બન્ને દોરી એક બીજી સાથે બરાબર મળી જાય છે કે જુદે જુદે સ્થાને પડે છે? આ ઉપરથી બે બિંદુની વચ્ચે જુદી જુદી સીધી લીટી કેટલી દોરી શકાય છે તે વિષે શુ સમજ પડે છે? બે **બિંદુની વચ્ચે એકજ સીધી લીટી દોરી શકાય છે.**

બે બિદુ લઈ તેને સીધી લીટીથી સાધો અને ફરીથી તે બન્નેને સીધી લીટીથી સાધો. આ બન્ને લીટીઓ એક બીજીથી જુદી જુદી છે? ત્યારે બે બિંદુની વચ્ચે બીજી કોઈ સીધી લીટી દોરી શકાય ખરી? નહિ. સીધી લીટીનો કયો બીજો ગુણ આ ઉપરથી માલમ પડે છે?

બે ત્રણ સીધી લીટીઓ અરસપરસ છેદે તેમ દોરો આકૃતિમાં બતાવ્યા પ્રમાણે એક વાકી લીટીને બીજી એક વાકી લીટી અથવા સીધી લીટી છેદવા દો. બે સીધી લીટીઓ કેટલા બિંદુમા છેદે છે? એકજ. વક્ર લીટી કેટલા બિંદુમાં છેદે છે? ઘણા. ત્યારે એક કરતા વધારે બિંદુમા છેદે તેમ સીધી લીટી દોરી શકો ખરા કે? નહિ. આ ઉપરથી સીધી લીટીનો કયો ગુણ માલમ પડે છે?



બે સીધી લીટીઓ એક કરતા વધારે બિંદુમા છેદી શકે નહિ.



બે સીધી લીટીઓ ગમે તેમ દોરી તે સફાઇનો કોઇપણ ભાગ રોકે છે કે નહિ તે જુઓ આજુબાજુની જગ્યાઓ રોકાય તેમ બે સીધી લીટી દોરી જુઓ મર્યાદિત થાય છે? નહિ. બે વક્ર લીટી દોરી આસપાસની જગ્યા રોકાય છે કે નહિ? હા આ ઉપરથી સીધી લીટી અને વક્ર લીટીના કયા કયા ગુણ માલમ પડે છે? **બે સીધી લીટીથી સફાઇનો ભાગ રોકી શકાતો નથી;** પરતુ વાકી લીટોથી તે રોકી શકાય છે

એક આખ બધ કરી બીજી આખ આગળ ફુટપટીની સીધી કોર અથવા પાટીઆની સીધી કોર બન્ને છેડા આખનીજ લીટીમા આવે તેમ રાખો એજ માફક એક વાકી લીટી પણ આખ અને તેના છેડા બરાબર સીધી લીટીમા આવે તેમ ધરો જુઓ કે બન્નેમા શો ફેર પડે છે?

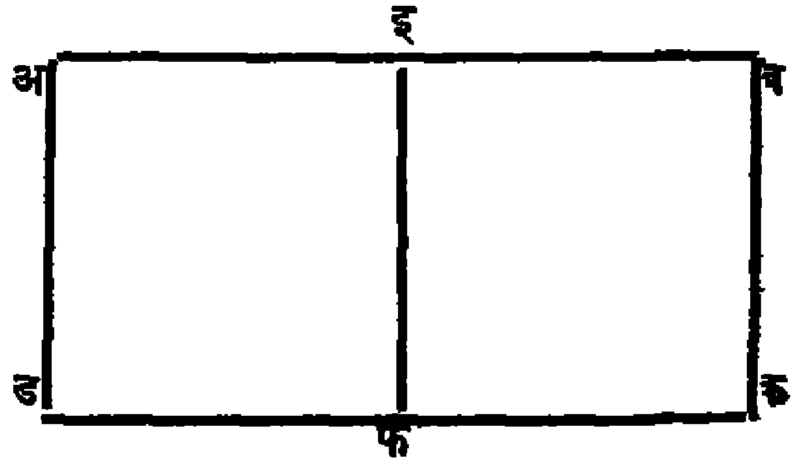
એક સીધી દોરો પાતળા કાગળ પર બરાબર તેની નકલ કરો. અને સળ વાળી તેના ચાર પાચ ભાગ કરો. દરેક ભાગને બાકીના ભાગો ઉપર આમ તેમ ઉપર નીચે રાખી મેળવો મેળવના કોઇપણ વખતે બન્ને ભાગની વચ્ચે કાંઇ ખાલી જગ્યા રહે છે ખરી? નહિ એક વક્ર લીટી લઇ પાતળા કાગળ ઉપર તેની નકલ કરી સળથી ચાર પાચ ભાગ કરી ઉપર પ્રમાણે તેના ભાગો અરસપરસ બધી રીતે સરખાવો. બન્ને ભાગોની વચ્ચે કાંઇ જગ્યા રહે છે ખરી? હા ત્યારે આ બન્ને પ્રયોગ પરથી સીધી અને વક્ર લીટીની વચ્ચે શો ફેર માલમ પડે છે? સીધી લીટીનો કોઇપણ ભાગ તેના બીજા કોઇપણ ભાગ ઉપર બરાબર મળી જાય છે ત્યારે વક્ર લીટીના ભાગોની વચ્ચે ખાલી જગ્યા રહી જાય છે.

વ્યાખ્યા—જે લીટીનો કોઇપણ ભાગ ઉંચકીને બીજા ભાગ ઉપર છેડાઓ બરાબર રાખી મેળવતા બન્ને ભાગો બરાબર મળી જાય તે લીટીને **સીધી લીટી** કહે છે

એક બિંદુ अ લો, अमाથી જે સીધી લીટી દોરીએ તે કયી દિશામા જાય છે ? મરજી પડે તે દિશામા ત્યારે એકજ બિંદુ ઉપરથી કોઈ સીધી લીટીની દિશા નક્કી થઇ શકે ? નહિ ત્યારે સીધી લીટી નક્કી કરવાને માટે ઓછામા ઓછા કેટલા બિંદુ જોઇએ ? બે. अ, ब બે બિંદુની વચ્ચે સીધી લીટી કેવી રીતે દોરશો ?

બે લીટી આપી હોય તો તેમા સીધી કયી અને વક્ર કયી તે પારખવાને માટે તેના છેડાની આસપાસ દોરી કેવી રીતે બાધશો ? એક છોકરાથી બીજા છોકરા સુધી સીધી લીટી દોરવી હોય તો તે કેવી રીતે કાઢશો ? બાગમા ઝાડો સીધી લીટીમા છે કે નહિ તે જાણવા માટે માળી શુ કરે છે ?

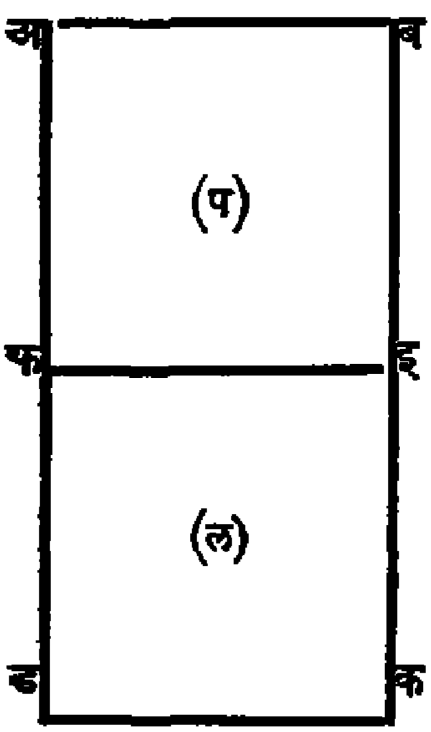
अबकड એક કાગળનો કકડો ૧૬ ઇંચ લાબો અને ૮ ઇંચ પહોળો લો એમા સળ વાળી બરાબર બે ભાગ કરી એ ભાગ કાગળમા બતાવવાના છે ધારો કે તે કાગળનો કકડો પાસેની આકૃતિ પ્રમાણે છે. એ આકૃતિમા इफ લીટી શુ બતાવે છે ? જે જગ્યાએ अबकड કાગળના



કકડામા સળ વાળ્યો છે તે જગ્યા इफ લીટીથી શરૂ કરી એક પછી એક એમ अड સુધી લીટીઓ દોરો. ધારો કે એવી ૮ લીટી દોરી છે. ત્યારે अथी इ સુધીની જગ્યા કેટલી લીટીથી ભરાઇ ગઇ છે ? આઠ. अइની લબાઇ શી છે ? આઠ ઇંચ. ત્યારે દરેક લીટી કાગળનો કેટલામો ભાગ બતાવે છે ? એક ઇંચ. ત્યારે દરેક લીટી એક

ઈંચ પહોળાઈનો ભાગ બતાવે તો इफ લીટી ખરેખર એક ઈંચ પહોળી (જાડી) છે ? તે કેટલી પહોળી છે ? इफ સળ ઉપરથી કાગળ ફાડીએ તો इफ સળ કાગળના કયા ભાગમા જશે ? કોઈપણ ભાગમા इफ ન જાય એવી રીતે આપણે કાગળને ફાડી શકીએ ખરા કે ? હા ત્યારે इफ સળની ખરી પહોળાઈ શી ? કાંઇ નહિ इफ સળ કેવી આકૃતિ છે ? લીટી. ત્યારે इफ સળની પહોળાઇ નથી તો इफ લીટીની પહોળાઇ હોઇ શકે ખરી કે ? નહિ. આ ઉપરથી લીટીનો કયો ગુણ માલમ પડે છે ? **લીટીને પહોળાઈ નથી.**

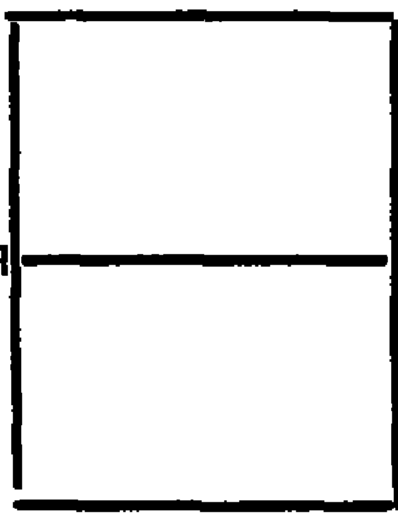
ધારો કે अबकड જેવુ કોઇ ખેતર प, ल બે ભાઇઓને સરખે ભાગે વહેચવાનુ છે. તેથી તેઓએ अबइफ, फइकड જેવા બે સરખા ભાગ કરી એકેક ભાગ લીધો ધારો કે पએ ઉપલો ભાગ અને लએ નીચલો ભાગ લીધો, ત્યારે પાસેની આકૃતિ પ્રમાણે જે ભાગ પડયા છે તેની વચ્ચે કાંઈ જગ્યા રહી છે ? કાંઈ જગ્યા રહી છે એવો જવાબ મળે તો એ જગ્યા બે ભાઇમાથી કોની પાસે જાય છે એ તમારે કહેવુ જોઇએ બન્ને ભાગો વચ્ચે જગ્યા નથી ત્યારે इफ લીટી આપણે દોરી



છે તે શુ બતાવે છે ? કોઇ જગ્યા નહિ फइ લીટીથી લઇ अब લીટી ઉપર પાસે પાસેની લીટી દોરો. ધારો કે એવી ૧૦ લીટી દોરી છે. ત્યારે फइથી अब સુધીની જગ્યા દશ લીટીથી ભરાઇ ગઇ છે. ત્યારે फअ ૧૦ વાર લાંબી હોય તો દરેક લીટી કેટલી પહોળી જગ્યા બતાવે ? એક વાર પહોળી फइ લીટી એક વાર પહોળી જગ્યા બતાવે ત્યારે તેની ઉપરથી એક વાર જાડી કે પહોળી જગ્યા જે છે તે કોના ભાગમા જાય છે ? प અને लના ભાગોની વચ્ચે કાંઇ જગ્યા રાખવાનુ કારણુ નથી ત્યારે फइ લીટી શુ કામ આપણે દોરી હશે ?

ફદ લીટી કાંઈ જગ્યા બતાવતી નથી ત્યારે ખરેખરી રીતે એ લીટી શું બતાવે છે? પનો ભાગ ક્યા પુરો થાય છે અને ઝનો ભાગ ક્યા શરૂ થાય છે એ ફદથી બતાવાય છે, ત્યારે ફદ લીટી ખરેખરી રીતે બન્ને ભાગો વચ્ચે શુ બતાવે છે? બન્ને ભાગોની હદ કે મર્યાદા.

બે ઘણાજ સાફ લાકડાના ઘન લો અને એ સાફ સપાટીઓને બરાબર મેળવી વળગાવીએ તો બન્નેની આકૃતિ કેવી રીતે કાઢીશુ?



પાસેની આકૃતિમા અબ લીટી કાગળ પર થોડીક જગ્યા રોકે છે, ત્યારે બે ઘનની વચ્ચે કાંઈ થોડીક ખાલી જગ્યા રહે છે એવુ કાંઇ આ ઉપરથી માલમ પડે ખરૂ? નહિ ત્યારે અબ લીટી શુ કામ કાઢી હશે? બે ભાગની હદ અથવા મર્યાદા બતાવવાને એક સફેદ કાગળનો કકડો લો તેના થોડાક ભાગ ઉપર કોઇપણ રગ લગાડો. ત્યારે કોરો ભાગ અને રગીન ભાગની વચ્ચેની જે હદ છે તેનો કેવો રગ છે? તેનો રગ નથી ત્યારે એ હદ બતાવનારી લીટી કેટલી પહોળી છે? એ હદની લીટી કાંઈપણ પહોળી (જાડી) હોઇ શકે ખરી? હા.

ઉપલા પ્રયોગમા જ્યા બે ભાગો એક બીજાની પાસે પાસે મળે છે અથવા બે ઘન એક બીજાની સાથે વળગે છે ત્યા તે જગ્યા કેટલી પહોળી છે? (બીલકુલ) નહિ. તેમ તેને લબાઇ છે ખરી? હા.

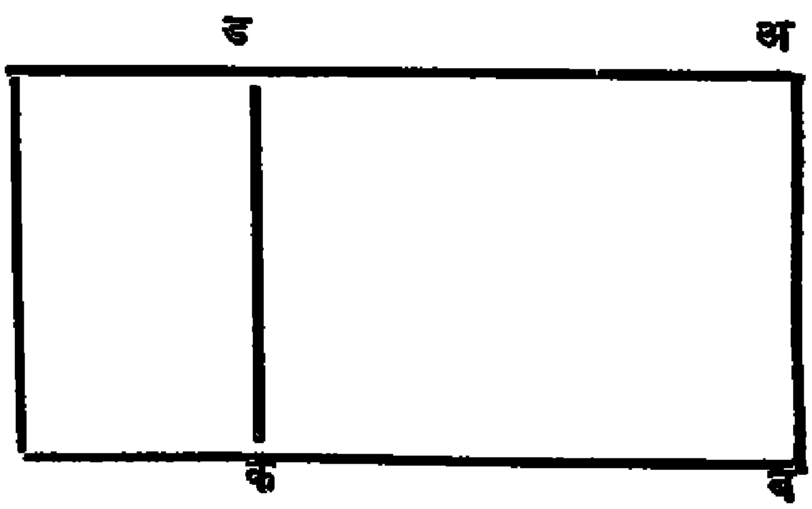
એ હદ બતાવવાને માટે જે લીટી આપણે દોરીએ તેને થોડીક પહોળાઈ તો છે પણ સમૂળકીજ પહોળી ન હોય એવી જગ્યા બતાવવાને શુ કામ આપણે કાઇક પહોળી એવી લીટી દોરી છે? કાંઈપણ પહોળાઇ વગર લીટી આપણે દોરી શકીએ ખરા કે? નહિ. કાઇક પહોળાઇ વગરની લીટી દોરી શકાય નહિ તેથી આપણે કાઇક પહોળી લીટી દોરીએ

છીએ ખરેખરી રીતે જોતાં લીટીને કાંઇ પણ પહેાળાઇ નથી. *

લીટી દેારવાનેા હેતુ—કેાઈ પદાર્થ ક્યાથી શરૂ થાય છે? ક્યા પુરેા થાય છે? તેનેા આકાર કેવેા છે? અથવા તે કયી દિશામા જાય છે? એ બતાવવાને માટે આપણને લીટી દેારવી પડે છે તેથી તેને લબાઇ છે પણ (ખરી) પહેાળાઇ નથી. આવી વ્યાખ્યા લીટીની આપી છે બહુજ પાતળેા દેારેા લઇએ તેા તે લીટી બતાવે ખરેા? નહિ. કારણુ શુ? પૃથ્વી પરના અક્ષાશ વૃત્ત, રેખાશ વૃત્ત, વગેરે લીટી ખરી કે? કારણુ આપેા ત્યારે લીટીને લબાઇ, પહેાળાઈ, અને

---

* પાસેની એક ખેતરની આકૃતિમા कथी એક કરેાડીએ ड સુધી પેાતાનેા તતુ બાંધ્યેા છે એ ખેતરનુ સ્કેલ આપ્યુ હેાય તેા એ તતુની લબાઈ આપણે કહી શકીએ ખરા કે? ધારેા



કે ૧ ઈંચે ૧૦ ફુટનુ સ્કેલ આપ્યુ છે ત્યારે कड તતુ કેટલેા લાબેા છે? कड માપેા ધારેા કે તે ૧૨ ઇચ લાબેા છે ત્યારે ૧૨ ને ૧૦વડે ગુણી જે ગુણાકાર આવે તેટલા ફુટ સમજવા कड લીટી કેટલી પહેાળી છે? કાઈ નહિ એવેા જવાબ મળે कडથી લઈ આકૃતિના છેડા સુધી એકેકની પાસેપાસે લીટી દેારેા ધારેા કે ૧૮૦ લીટી એ પ્રમાણે દેારવાથી બધી જગ્યા પુરાઈ ગઈ. ब સુધીનુ અતર જો ૧૫ ફુટ હેાય તેા દરેક લીટી ૧૫×૧૨ = ૧૮૦ = ૧ ઈંચ અતર બતાવે છે કરેાળીઆએ તતુ બાંધ્યેા છે તે તતુ લીટી જો એક ઈંચ પહેાળાઈ બતાવે તેા તે તતુ લીટી એક ઈંચ પહેાળી કેમ ન હેાય? જેમ લીટીની લબાઈ ઉપરથી તતુની લબાઈ કાઢી છે તેમ તેની પહેાળાઈ કેમ ન કાઢી શકીએ? તતુની પહેાળાઈ બરાબર બતાવે એવી લીટી દેારેા આવી લીટી દેારી શકાય ખરી કે? નહિ ત્યારે લીટીને પહેાળાઈ નથી એમ આપણે માની શકીએ ખરા કે? હા

જાડાઈ પૈકી કયો પરિમેય હોય છે? લંબાઇજ. ત્યારે લીટીને કેટલા પરિમેય હોય છે તે કહો. એકજ.

બિંદુ.

એકમેકને છેદે તેમ બે લીટી अमब, कमड દોરો. अमब, कमड લીટી જ્યા અરસપરસ છેદે ત્યા म આગળનો ભાગ સહેજ રહેવા દઇ બાકીનો બાગ ભૂસી–કાઢી નાખો म આગળનો રહેલો ભાગ જુઓ. ત્યારે જે જગ્યાએ બે લીટીઓ છેદે ત્યા કેવી આકૃતિ થઇ છે? બિંદુ.

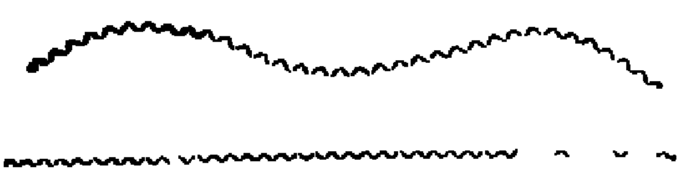
એક દશાંશ ઇંચ જાડી બે લીટીઓ मभा છેદે તેમ દોરો. ત્યારે म આગળની આકૃતિ કેવી છે? બિંદુ એની પહોળાઈ (જાડાઈ) શી છે? એક દશાંશ ઇચ એક વીશાંશ જાડી બે લીટી જે જગ્યાએ–બિંદુમાં છેદે ત્યા તે બિંદુની જાડાઈ શી? એક વીશાંશ ઇંચ ત્યારે ખરૂ જોતાં ખરી લીટીમા કાંઇપણ જાડાઇ (પહોળાઇ) છે? નહિ ત્યારે કાંઈ-પણ જાડાઇ વગરની બે લીટીઓ જે બિંદુમા–જગ્યામા–છેદે તે બિંદુની જાડાઈ–પહોળાઇ શી? કાઇ નહિ. બે લીટીઓ અરસપરસ છેદે ત્યારે જે જગ્યાએ તે છેદે ત્યા શુ હોય છે? બિંદુ. લીટીને કાંઇપણ પહોળાઈ નથી ત્યારે બિંદુને પણ કાંઈ પહોળાઇ છે? નહિ. ત્યારે બિંદુ ફક્ત અમુક જગ્યા બતાવે છે, એટલે તેને ફક્ત સ્થિતિ એટલે તેનુ સ્થાનજ છે.

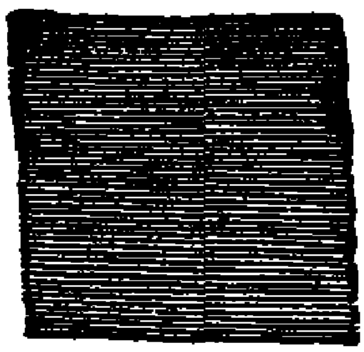
આ ઉપરથી બિંદુની વ્યાખ્યા શી હોઇ શકે? જેને ફક્ત **સ્થિતિજ હોય પરંતુ કાંઇપણ પરિમાણ–મહત્ત્વ ન હોય તેને બિંદુ કહે છે.** "મહત્ત્વ" એટલે લંબાઈ, પહોળાઇ, વગેરે.

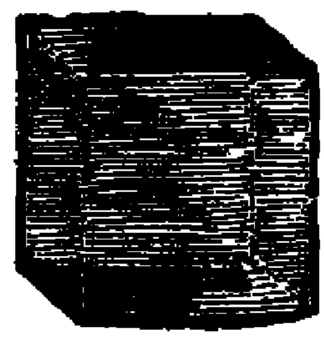
વર્તુળનું મધ્ય બિંદુ, બાલનો છેડો, સોયની અણી, ખુણાનો છેડો, ગુરૂત્વ મધ્ય, વગેરેમા બિંદુ કોણ છે અને કોણ નથી તે કહો.

સમૂળકીજ પહોળાઇ ન હોય એવી લીટી દોરી શકાય નહિ; તેમજ સમૂળકીજ લંબાઇ અને પહોળાઇ ન હોય એવું બિંદુ પણ કાઢી શકાય નહિ. તેથી ઉપલી વ્યાખ્યાઓ જે લીટી કે બિંદુ આપણે કાઢીએ તેને ખરેખરી રીતે લાગુ પડી શકતી નથી.

નોંધ. એક બિંદુને આગળ આગળ ખસેડીએ તો તેમ કરવાથી આપણને **લીટી** મળે છે







નોંધ. તેમજ એક લીટીને આગળ અને આગળ ખસેડીએ તો તેમ કરવાથી આપણે **સફાઇ** બનાવી શકીએ છીએ.

નોંધ. અને તેજ પ્રમાણે એક સફાઇને આગળ ને આગળ ખસેડીએ તો તેમ કરવાથી આપણે એક **ઘન** બનાવીએ છીએ

નવી ભૂમિતિ ભાગ ૧લાનો પ્રાયોગિક ભાગ સમાપ્ત.

નવી ભૂમિતિ ભાગ ૧લો. સિદ્ધ ભાગ.
વિભાગ ૨જો પ્રમેય ભાગ

§ ૧૨. પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ અને સ્વીકૃત કૃત્ય, વગેરે

પ્રત્યક્ષ પ્રમાણો.

કર્તવ્ય ભાગમા આપણે જોયુ છે કે આપેલા સાહિત્યની મદદથી આ કાગળ વાળવાની રચનાથી જે જે આકૃતિઓ કરી છે તે તે આકૃતિના અમુક તત્ત્વો સાહિત્યોની મદદથી પ્રયોગ કરી આપણે અમુક સબંધદર્શક બતાવ્યા છે; પણ તે બતાવવાને માટે કોઇપણ રીતે આપણે કાઇ **તર્કશાસ્ત્રની રીતે** સાબિતિ આપી નથી, હવે કોઇપણ આકૃતિ લઇ તેની અમુક સત્યતા તર્કશાસ્ત્રના નિયમથી સિદ્ધ કરવી જોઇએ, પછી તેના અવયવો સર્વ માપી શકાય એવા હોય યા ન હોય. આ કામ ભૂમિતિના **સિદ્ધ ભાગનું** છે અને આ ભાગમા તે આપણે હાથ ધરીશું.

સિદ્ધ ભાગમા જે તર્કશાસ્ત્રના નિયમથી સિદ્ધ થાય તેજ સત્યતા લઈ શકાય છે, તેથી કોઇપણ બાબત આપણે કહેવા તત્પર થયા તો, તેને માટે જો આપણી પાસે સબળ કારણ પુષ્ટિ અર્થે હોય તોજ તે કહેવી. નહિ તો કોઈપણ બાબત આશરે સત્ય લાગવાથી અંગીકાર કરવી નહિ. ઉપર દર્શાવેલા કારણ સિવાય પણ આ કારણોથી કર્તવ્ય ભાગથી સિદ્ધ ભાગ ચઢતો છે એમ કહી શકાશે જે જે કારણો આપણે આપણા સિદ્ધ ભાગમા આપીશુ તે તે આપણે પાછળના ભાગમા સિદ્ધ કરી ગયા હશે, અથવા વ્યાખ્યામા આવ્યા હશે અથવા પ્રત્યક્ષ પ્રમાણથી લીધા હશે. આ પ્રત્યક્ષ પ્રમાણો એવા છે કે તે સાદામા સાદા છે, અને નહિ કે તે કોઈપણ સત્યતા ઉપરથી ભૂમિતિની રીતે સાબિત કરવામા આવ્યા છે; અને એથી વધારે સાદા એવા પ્રમાણ નીકળી શકતા નથી, તે કોઈપણ સામાન્ય માણસને પણ સત્ય લાગે છે તેથી જ તેને પ્રત્યક્ષ પ્રમાણો કહેવામાં આવે છે. દરેક શાસ્ત્રીય વિષયમા પ્રત્યક્ષ પ્રમાણની ખાસ જરૂર છે અને એવા પ્રમાણો દરેક શાસ્ત્રમા અંગીકાર કરવામા આવ્યાં છે અને તેની મદદથી ગહન સિદ્ધાતો સાબિત કરવામા આવ્યા છે; તેજ પ્રમાણે ભૂમિતિશાસ્ત્રમા પણ ભૂમિતિના પ્રત્યક્ષ પ્રમાણો* છે અને તેની મદદથી ભૂમિતિના સિદ્ધાતો સાબિત કરવામા આવે છે. સિદ્ધ ભાગમાં જેમ જેમ વધારે પ્રત્યક્ષ પ્રમાણોની જરૂર પડશે તેમ તેમ તેઓ કહેવામાં આવશે. અત્રે નીચેના પ્રમાણો* કહેવામા આવ્યા છે —

ઉ. રામની ચોપડીની કીંમત ત્રણ રૂપીઆ છે અને ગોવિંદની ચોપડીની કીંમત ત્રણ રૂપીઆ છે તો ગમની અને ગોવિંદની ચોપડીની કીંમતો બરાબર છે કારણ કે બન્ને ચોપડીની કીંમત ત્રણ ત્રણ રૂપીઆ છે માટે

---

* આ પ્રત્યક્ષ પ્રમાણો ને સ્વીકૃત કૃત્યો વિદ્યાર્થી પાસે મ્હોડે કરાવવાનાં નથી પરંતુ શિક્ષકે તેની યોગ્ય સમજ આપવી

(૧). જે પરિમિતો એકજ પરિમિતની બરાબર છે તે અરસપરસ બરાબર છે.

ઉ. રામ અને ગોવિંદ પાસે પાચ પાચ રૂપીઆ છે અને દરેકને બબ્બે રૂપીઆ આપ્યા હોય તો બન્ને પાસે સાત સાત રૂપીઆ થશે, કારણ કે બન્ને પાસે સરખા રૂપીઆ હતા અને બન્નેને સરખા રૂપીઆ આપ્યા છે માટે

(૨). સમ પરિમિતોમાં સમ પરિમિતો ઉમેરીએ તો સરવાળો બરાબર છે.

ઉ. રામ અને ગોવિંદ પાસે દશ દશ રૂપીઆ છે અને દરેકની પાસેથી બબ્બે રૂપીઆ લઇ લીધા હોય તો બન્નેની પાસે આઠ આઠ રૂપીઆ રહે છે, કારણ કે બન્નેની પાસે સરખા રૂપીઆ હતા અને બન્નેની પાસેથી સરખા રૂપીઆ લઇ લીધા છે માટે

(૩). સમ પરિમિતોમાથી સમ પરિમિતો લઇ લઇએ તો બાદબાકી સમ પરિમિતો રહે છે.

ઉ. રામ અને ગોપાળ પાસે ત્રણ ત્રણ રૂપીઆ હોય અને બન્નેના રૂપીઆ ચારચારગણા કર્યા હોય તો બન્ને પાસે ૧૨, ૧૨ રૂપીઆ થશે કારણ કે બન્ને પાસે સરખા રૂપીઆ છે અને બન્ને રકમ સરખીગણી કરી છે. માટે

(૪). સમ પરિમિતો એકજગણા કર્યા હોય તો ગુણાકાર પણ સમ પરિમિતો છે.

ઉ. ગોવિંદ અને ગોપાળ પાસે વીશ વીશ રૂપીઆ છે, અને દરેકની પાસેના રૂપીઆના પાચ પાચ સરખા ભાગ કર્યા હોય તો દરેકની પાસે ચાર ચાર રૂપીઆ રહેશે, કારણ કે બન્નેની પાસે સરખા રૂપીઆ છે અને બન્નેની રકમના સરખા ભાગ કર્યા છે. માટે

(૫). સમ પરિમિતોના સરખા ભાગ કર્યા હોય તો ભાગાકાર પણ સમ પરિમિતો છે.

(૬). આખી વસ્તુ તેના કોઈપણ ભાગથી મોટી છે. (અથવા કોઈપણ ભાગ એકમથી નાનો છે.)

વળી એક કાગળને બીજા ઉપર મૂકતા જો બરાબર તે અરસપરસ વધ્યા ઘટયા વગર આવી રહે તો તે બરાબર હોવા જોઇએ, અથવા તો

(૭). એક બીજાની સાથે અરસપરસ મળી જતા પરિમિતો બરાબર છે.

ઉપરનું દષ્ટાંત ફક્ત કાગળ માટે છે પણ ઉપરનું પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ કોઇપણ વસ્તુને લાગુ પડે છે ભાવાર્થ કે કોઇપણ લીટી, ખુણો યા આકૃતિને ઉચકી, બીજી લીટી, ખુણો યા આકૃતિ ઉપર અનુક્રમે મૂકતા અરસપરસ સરખાવવાથી વધ્યા ઘટયા વિના આવી રહે ત્યારે તે રીતિને **સ્થાનોપરિ** અથવા **સમાધાન સ્થિતિ** કહે છે અને પહેલો પરિમિત બીજાની ઉપર **સ્થાનોપરિ સ્થિત** કહેવાય છે.

આ પ્રત્યક્ષ પ્રમાણો અત્રે આપ્યા છે તેથી એમ નહિ સમજવુ કે એનો ઉપયોગ અત્યાર સુધી આપણે કર્યો નથી, સામાન્ય રીતે દરેક કાર્યમા એનો ઉપયોગ થાય છે અને તેથીજ તેની સત્યતાની કાઇપણ સાબિતી જોઇતી નથી

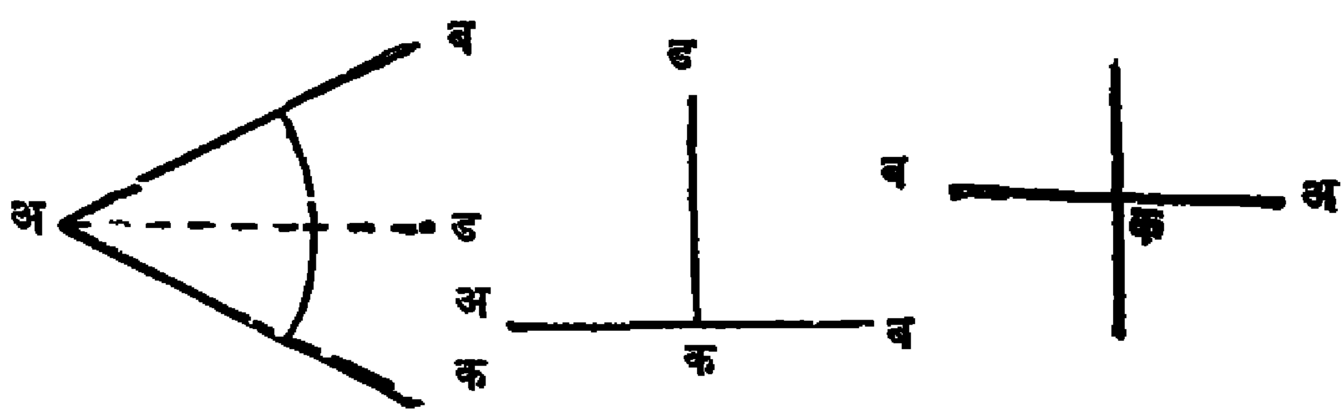
સ્વીકૃત કૃત્યો.

સીધી લીટીની વ્યાખ્યા ઉપરથી સ્પષ્ટ થાય છે કે બે આપેલાં બિંદુઓની વચ્ચે હમેશા એકજ સીધી લીટી હોઈ શકે છે કારણ કે જો બે બિંદુની વચ્ચે બે સીધી લીટી હોય તો બન્નેની દિશા બે આપેલા બિંદુની દિશા હોઇ શકતી નથી, અથવા તો બે સીધી લીટીથી અવકાશની સીમા થઇ શકતી નથી. અને બે સીધી લીટીઓને–એકની ઉપર બીજીને–એ પ્રમાણે મૂકીએ અને એકને બીજીની આસપાસ એક છેડો (બન્નેને) સ્થિર રાખી ફેરવીએ તો તે ફરતી લીટી સ્થિર લીટી સાથે એક ખુણો કરે છે. આ ખુણો કરતી વખતે ફેરમા એવી જગ્યામા તે આવી હશે કે તેથી પ્રથમના ખુણાના બે સરખા ભાગ થશે, આવી

ફરતી લીટી એક ખુણાના બે સરખા ભાગ કરતી સ્થિતિમા એકજ વખતે આવશે. વળી ઉપરની ફરતી લીટી જો ફરતી ફરતી દ્વિકાટખુણુ ખુણો કરે તો તે એવી એક જગ્યામા આવી હશે કે તે જગ્યાએ આડી લીટીને તે લબ થશે, એટલે કે તે દ્વિકાટખુણુ ખુણાના બે સરખા ભાગ કરશે. ફરતી લીટીની આવી સ્થિતિ ૦°થી ૧૮૦°નો ખુણો ફરીને કરતી વખતે એકજ વખત આવશે એજ પ્રમાણે જો अब લીટી ઉપર क બિંદુ अथी ब તરફ જાય તો તે એવી એક જગ્યાએ આવશે કે તે તે જગ્યાએ अ અને ब બન્ને છેડાથી સરખે અતરે છે અને ફરતા બિંદુની આવી સ્થિતિ એકજ આવશે. આ ઉપરથી આપણે નિશક ધારી શકીએ કે

(૧) એક ખુણાના બે સરખા ભાગ કરી શકાય છે.

(૨) એક સીધી લીટી ઉપર એક લબ દોરી શકાય છે; અને (૩). એક સમર્યાદ સીધી લીટીના બે સરખા ભાગ કરી શકાય છે



(૧) ∠बअड = ∠कअड. (૨) कड ⊥ अब (૩) बक = अक.

કર્તવ્ય ભાગમા આપણે જોયું છે કે ઘણી જાતના પ્રશ્નોમાં સાહિત્યની મદદ લેવી પડે છે, અને તે ચોક્કસ માપના હોય છે. સિદ્ધ ભાગમા આવા ચોક્કસ માપવાળા સાહિત્યો અને એટલા બધાં સાહિત્યોની જરૂર નથી. કારણ કે એ ભાગમા જે કાંઈ સિદ્ધ કરીશુ તે તેવી જાતના કોઇપણ પરિમિતને લાગુ પડશે અને કોઇ કોઈ પરિમિતનાં

ચોક્કસ માપ લઇ શકાતા નથી; તેથી સિદ્ધ ભાગમાં જો કોઇપણ સાહિત્યની મદદ લેવી પડે છે તો તે નીચેના છે —

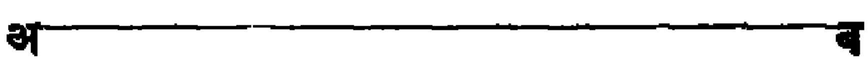
(૧) એક સીધી આકણી (ઇંચ વગેરેમા આકેલી હોય યા ન હોય);

(૨) કપાસ યા કર્કટ

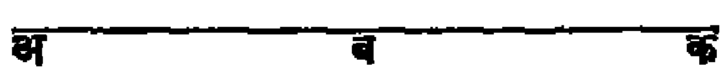
આ સાહિત્યોની જરૂર નીચેનાં કામમા પડે છે. યૂક્લિડના સમયથી ભૂમિતિશાસ્ત્રકારોએ કોઇપણ સત્યતા ભૂમિતિમા તર્કશાસ્ત્રના નિયમને અનુસરી સાબિત થઇ શકે તેટલા માટે નીચેના સાદા અને સહેલા કાર્યો અંગીકાર કરેલા છે. એ કાર્યો એવા છે કે કોઈ સારો ચિત્રકાર એની મેળેજ તેઓને એ સાહિત્યો વિના સહેલાઇથી કરી શકે છે, અને તે વખતે એ સાહિત્યોની મદદ જરૂરની પણ નથી એ પ્રમાણે અંગીકાર થએના કાર્યોને **સ્વીકૃત** કૃત્ય કહે છે, એટલે કે એ કૃત્યો આપણે સ્વીકારી લીધેલા છે

સ્વીકૃત કૃત્યો·—

(૧). એક બિંદુથી બીજા બિંદુ સુધી એક સીધી લીટી દોરી શકાય છે



(૨). એક સીધી લીટીને તેની પોતાની લંબાઇમાંજ લંબાવી શકાય છે.



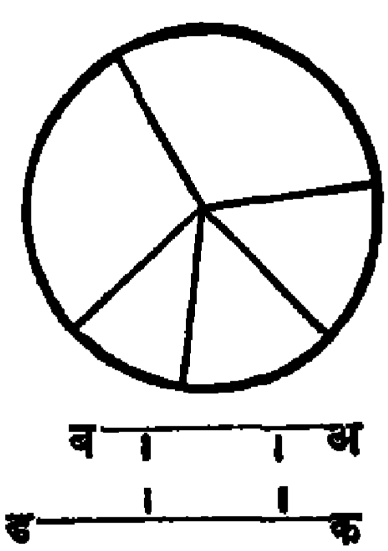
(૩) કોઇપણ બિંદુને મધ્યબિંદુ લઇ અને કોઇપણ ત્રિજ્યા લઇ એક વર્તુળ દોરી શકાય છે.

(૪) કપાસ વડે મોટી લીટીમાથી એક નાની લીટી બરાબર ભાગ પાડી શકાય છે. અને

(૫) કોઇપણ લીટીને બે, ત્રણ, ચાર,... ગણી કરી શકાય છે.

આ સિવાય બીજા પણ સ્વીકૃત્ય કૃત્યો આપેલા છે પણ તે ઘણાજ સહેલા છે અને કવચિતૃજ વાપરવામા આવે છે, જેમ કે અવ-

કાશમાં એક બિંદુ લેવું, એક લીટીને બીજી લીટી ઉપર મૂકવી, વગેરે. સ્વીકૃત કૃત્યોને આપણે શરૂઆતમાજ સ્વીકૃત યા કબુલ કરીએ છીએ. પહેલા સ્વીકૃત કૃત્યમા બે બિંદુની વચ્ચે સીધી લીટી દોરવી હોય તો આંકણી મૂકી આકણી સાથે પેન્સીલ ફેરવી બન્નેને સાધીએ તો બન્ને સીધી લીટીથી સંધાય છે. તેમજ બીજા સ્વીકૃત કૃત્યમા કોઇપણ સમર્યાદ લીટી આપી હોય અને તેને લબાવવી હોય તો તેની સાથે બરાબર આકણી મૂકી આકણીની સાથે મરજી પડે તે દિશામા તેને લબાવાય છે આ બન્ને કૃત્યોમાં કોઇપણ જગ્યાએ એવુ કહેલુ નથી કે બન્ને બિંદુની વચ્ચે આટલુજ અતર છે (પાચ ઇંચ) યા સમર્યાદ લીટી આટલીજ લાબી છે (૨ . ૪ ઇંચ) અને તેને આટલીજ લબાવવી; બિંદુઓ ગમે ત્યા આપ્યા હોય છે અને સમર્યાદ લીટીને ગમે તેટલી લંબાવી શકાય છે ત્રીજા સ્વીકૃત કૃત્યમા ત્રિજ્યા જે લીટીની બરાબર લેવાની હોય તે લીટીના છેડા ઉપર કપાસના છેડા ગોઠવવા અને તીણો છેડો આપેલા મધ્યબિંદુ ઉપર મૂકી ચાક અથવા પેન્સીલવાળા બીજા છેડાને તે મધ્યબિંદુની આસપાસ બધી બાજુએ તેટલીજ ત્રિજ્યા રાખી ફેરવી વર્તુળ દોરવો.



આ ઉપરથી કપાસનો એક મુખ્ય ઉપયોગ જોવામા આવે છે કે અમુક અતરને એક સ્થાનથી બીજા સ્થાનમા લઇ જવુ હોય તો તે કપાસની મદદથી લઇ જઇ શકાય છે. તેમજ એક મોટી લીટી ઉપરથી નાનો કટકો કાપવો હોય (અબ બરાબર) તો મોટી લીટીના છેડા ઉપર મધ્યબિંદુ રાખી નાની લીટીની ત્રિજ્યા લઈ જો એક વર્તુળનુ ફાંસ મોટી લીટીને છેદે તેમ દોરીએ તો તરતજ જોઇએ તેવડો કટકો મળી આવે છે.

આ સ્વીકૃત કૃત્યો મુખ્ય છે અને સાદામા સાદા છે તેમજ એ સિવાયના ઉપર બતાવેલા બીજા ત્રણ કૃત્યો પણ (જેવા કે ખુણો દુભાગવાનું, લીટી દુભાગવાનું અને લીટી ઉપર લબ દોરવાનું) ધારી

લીધેલા છે. જો કે આ કૃત્યોની સિદ્ધતા આગળ આવેલી છે, તો પણ આપણુ કામ સરળ કરવાને માટે સિદ્ધ થયા અગાઉ તેઓને ધારી લીધા છે.

પ્રમેય અને કૃત્ય.

કર્તવ્ય ભાગમા બતાવ્યા પ્રમાણે આકૃતિઓ સપાટ સફાઈમાં હોય છે (અને નક્કર આકૃતિ યા ઘન આકૃતિ પણ હોય છે) આ ભાગમા ફક્ત સપાટ સફાઈમા જે લીટી યા આકૃતિ દોરી શકાય છે તેવીજ લીટી યા આકૃતિઓના ગુણુ અને રચનાનુ વર્ણુન કરવામા આવશે. આ પ્રમાણે વિષયનું વર્ણુન કરવાને માટે દરેક સત્યતા જુદા જુદા પ્રકરણુમા બતાવવામા આવી છે. ભૂમિતિના જે ભાગમા સપાટ સફાઈની આકૃતિનુ વર્ણુન કરવામાં આવે છે તેને **સપાટ ભૂમિતિ** કહે છે અને જુદી જુદી સત્યતા બતાવનાર પ્રકરણુને **સિદ્ધાંત** કહે છે. કોઈ વખત એકજ પ્રકરણુ યા સિદ્ધાતમા જુદી જુદી સત્યતાઓ બતાવી છે, પણુ તેનુ કારણુ એટલુજ છે કે એવી સત્યતાઓ અરસપરસ નિકટ સંબધ ધરાવે છે. એક સિદ્ધાતમાં સાબિત થએલી સત્યતા આગળના કોઈપણુ સિદ્ધાતમા સાબિતિ તરીકે આપી શકાય છે, અને એક પછી એક એમ જુદા જુદા સિદ્ધાતમા પાછળનાથી ચઢતી યા સ્વતંત્ર સત્યતા સાબિત કરવામા આવે છે સત્યતાના સ્વરૂપ પ્રમાણે સિદ્ધાતના નીચેના બે ભાગ કર્યા છે —

(૧) **પ્રમેય.** જે સિદ્ધાતમા કાંઇ સાબિત કરવામા આવ્યુ છે–જેમકે કોઇપણુ ત્રિકોણુના ત્રણુ ખુણા મળી બે કાટખુણા બરાબર છે, યા કોઇપણુ સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણુમા સામસામેનાં બાજુ અને ખુણા બરાબર છે તેને **પ્રમેય** કહે છે પ્રમેયમા કોઈ વખતે નવુ કાર્ય કરવામા આવે છે પણુ ફક્ત તે અમુક ગુણુ સાબિત કરવાને માટેજ અગીકાર કરવામાં આવ્યું હોય છે, અને તે એવા સિદ્ધાતનો મુખ્ય ઉદ્દેશ નથી પણુ ગૌણુરૂપે હોય છે.

પ્રમેયમાં મુખ્ય ઉદ્દેશ કાંઇપણુ સાબિત કરવાનોજ છે.

(૨) કૃત્ય જે સિદ્ધાતમા કોઇપણ ભૂમિતિની રચના કરવામાં આવી હોય છે તેને કૃત્ય કહે છે પ્રમેય સિદ્ધાતમાં જ્યારે કાઇ સાબિત કરવાનુ હોય છે ત્યારે કૃત્ય સિદ્ધાતમાં હમેશા કાઇક નવી રચના કરવાની હોય છે, જેમકે આપેલા ખુણાની બરાબર એક ખુણો બનાવવો અથવા એક આપેલી લીટીના અમુક સરખા ભાગ કરવા, વગેરે

આ નવી રચના કરવી એજ કૃત્યનો મુખ્ય ઉદ્દેશ છે

વળી કોઇપણ સિદ્ધાતના પાચ ભાગ સામાન્ય રીતે હોય છેઃ—

(૧) સિદ્ધાતમા જે કાઇ સાબિત કરવાનુ હોય અથવા નવું રચવાનુ હોય તેવી સત્યતા જે સામાન્ય શબ્દસમૂહમા કહેવામા આવી હોય તે સમૂહને સિદ્ધાતની સામાન્ય પ્રતિજ્ઞા અથવા ઉદ્દેશ કહે છે. જેમકે કોઇપણ ત્રિકોણના ત્રણ ખુણા મળી બે કાટખુણા બરાબર થશે.

(૨). જે ભાગમા સામાન્ય પ્રતિજ્ઞામા જે કાંઈ ફક્ત શબ્દ-સમૂહમા કહેવામા આવ્યુ હોય તેનું આકૃતિ સહિત ચોક્કસ શબ્દોમા વર્ણન કર્યું હોય તેને વિશિષ્ટ પ્રતિજ્ઞા યા સાધન કહે છે જેમકે (૧)મા બતાવેલી સાધારણ પ્રતિજ્ઞાને ત્રિકોણની આકૃતિ કાઢી ખુણાનાં નામ આપી કહેવુ કે ફલાણા ત્રિકોણના ફલાણા ત્રણ ખુણાઓ બે કાટખુણા બરાબર થશે.

(૩) સિદ્ધાતની સત્યતા બતાવવાને માટે અથવા કાઇ નવી રચના કરવાને માટે જે કાઇ નવી લીટી યા આકૃતિ દોરવામા આવે તે ભાગને સિદ્ધાતની રચના કહે છે જેમકે (૧)મા બતાવેલી પ્રતિજ્ઞાને આકૃતિ સાથે વર્ણવ્યા પછી સમાન્તર સીધી લીટી દોરવી અને પાયાને લંબાવવો એ રચના છે.

(૪) જે ભાગમા સાબિતિ સહિત પ્રમેયની સત્યતા બતાવી આપી હોય અથવા કૃત્યનુ કાર્ય કરી આપ્યુ હોય તે ભાગને સિદ્ધાતની સાબિતિ યા સિદ્ધતા કહે છે, જેમકે; (૧)મા બતાવેલી સત્યતા સાબિત કરી આપવી યા એક ખુણાની બરાબર બીજો ખુણો કરવો.

(૫) સિદ્ધાંતના પાયમા અને છેલ્લા ભાગમા પ્રતિજ્ઞામા બતાવેલી સત્યતા યા કાર્ય થઇ રહ્યુ છે એમ કહેવામા આવે છે અને એ ભાગને **સમાપ્તિ અથવા નિગમન કહે છે.**

ઉપલા પૃથક્કરણથી સ્પષ્ટ થશે કે કોઇપણ સિદ્ધાંતમા પ્રતિજ્ઞા–સામાન્ય અને વિશિષ્ટ–અને સમાપ્તિમા તર્કશાસ્ત્રની મદદ જોઇતી નથી; કારણ કે જે સાધારણ શબ્દોમા કહ્યુ હોય તે તેમા ચોક્કસ શબ્દોમા કહેવામા આવે છે **મુખ્ય ભાગો રચના અને સિદ્ધતા છે.** કારણ કે સિદ્ધાંતમા એવી રચના લેવી જોઇએ કે જેથી માગેલી સત્યતા બતાવી શકાય અને સાબિતી એવી અંગીકાર કરવી જોઇએ કે જેથી સિદ્ધાંતમા માગેલી સત્યતા નીકળી શકે, આ ભાગોમા તર્કશાસ્ત્રનો પ્રવેશ થાય છે. માટે આ ભાગનુ મનન આગ્રહપૂર્વક કરવુ

વળી કાંઇપણ સિદ્ધ કરવામાં આવ્યુ હોય અથવા બનાવવામા આવ્યુ હોય તે ઉપરથી નિકટ સંબંધ ધરાવનારી કોઇપિણ સત્યતા નીકળી શકતી હોય તો તેને તે સિદ્ધાંતનો **ઉપસિદ્ધાંત** કહે છે આ ઉપસિદ્ધાંતની સત્યતા તેની ઉપરના સિદ્ધાંત પરથી તરતજ દેખાઇ આવે છે અને તેને માટે સામાન્ય રીતે જુદી સિદ્ધતા આપવામા આવતી નથી, પણ તેને સિદ્ધાંતના ઉપસિદ્ધાંત તરીકે લેખવામા આવે છે, અને તેને સિદ્ધાંતના અનુમાન તરીકે આપવામા આવે છે

કોઇપણ પ્રતિજ્ઞામા બે ભાગ હોય છે, જે ભાગ આપેલો હોય તેને **પક્ષ** કહે છે અને જે માગેલો હોય તેને **સાધ્ય** કહે છે.

દરેક પ્રમેયમા કાંઇપણ સિદ્ધ કરવાનુ હોય છે અને કૃત્યમા કાંઇપિણ રચવાનું હોય છે તેથી પ્રમેય અને કૃત્ય પુરૂ થતા અનુક્રમે **પ્ર૦ સિ૦** અને **કૃ૦ કૃ૦** યા **પ્રમેય સિદ્ધ** અને **કૃત્ય કૃત** એવા શબ્દો લખાય છે.

સંજ્ઞા.

ભૂમિતિનાં કાર્યમા નીચે પ્રમાણે સંજ્ઞા તથા ચિહ્ન આપવામા આવ્યા છેઃ—

$\therefore$ માટે અથવા તેથી; $\because$ કારણ કે, મી. મીટર,

$=$ બરાબર યા બરાબર છે; $\angle$ ખુણો, " ઇંચ.

△ ત્રિકોણ. ∟ કાટખુણો. ′ ફુટ.
∥ સમાન્તર સીધી લીટીઓ. ⊥ લંબ મી મી મીલીમીટર
સ૦ ચ૦ = ∥કોણ = સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ, સે મી. સેન્ટીમીટર
≡ સર્વ સમાન કે એકરૂપ. (બધી રીતે બરાબર) ડે મી ડેસીમીટર
> મોટી છે. < નાની છે.

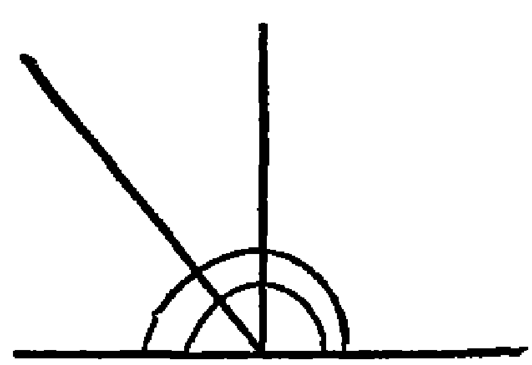
ટીપ. શરૂઆતમા આ સંજ્ઞા ધીમે ધીમે વાપરવામા આવી છે અને વિદ્યાર્થીઓને અનુભવ થયા પછીજ ધીમે ધીમે વધારે સંજ્ઞા વાપરતા જવું.

§ ૧૩. સીધી લીટી અને તેથી થતા ખુણાઓનો સંબંધ.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧.

પ્રતિજ્ઞા સામાન્ય. એક સીધી લીટીની એક બાજુએ બીજી સીધી લીટીથી થતા પાસેપાસેના ખુણા બન્ને મળીને બે કાટખુણાની બરાબર છે

પ્રતિજ્ઞા વિશિષ્ટ. अब સીધી લીટીની એકજ બાજુએ डक સીધી લીટી अकड અને बकड એ પાસેપાસેના ખુણા કરે છે,
ત્યારે તે બન્ને મળીને બે કાટખુણાની બરાબર થશે.



રચના. ધારો કે क બિંદુમાથી अब ઉપર कइ લંબ દોરી છે. (સ્વી).
સિદ્ધતા. કારણ કે अकड અને बकड ખુણા મળીને अकइ, इकड અને इकब ખુણા બરાબર છે. (પ્ર૦ પ્ર૦)

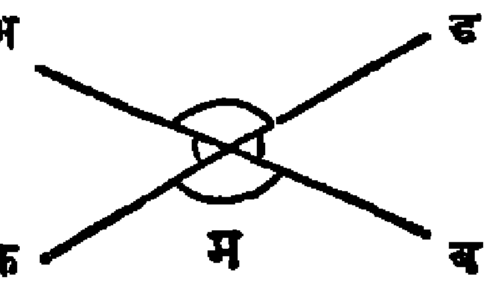
અને તેમજ अकइ અને इकब ખુણા મળીને એજ ત્રણ अकइ, इकड અને डकब ખુણા બરાબર છે (પ્ર૦ પ્ર૦)

તેથી ∠अकड અને ∠बकड = ∠अकइ અને ∠इकब, (પ્ર૦ પ્ર૦)

પણ ∠अकइ અને ∠इकब = ૨ કાટખુણા, (રચના)

નિગમન. તેથી ∠अकड અને ∠बकड = બે કાટખુણા. (પ્ર૦ પ્ર૦) પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિદ્ધાંત ૧. જો કોઇ બે સીધી લીટી એક બીજીને છેદે તો *છેદનબિંદુ આગળ થતા ચાર ખુણાનો સરવાળો ચાર કાટખુણા બરાબર છે.



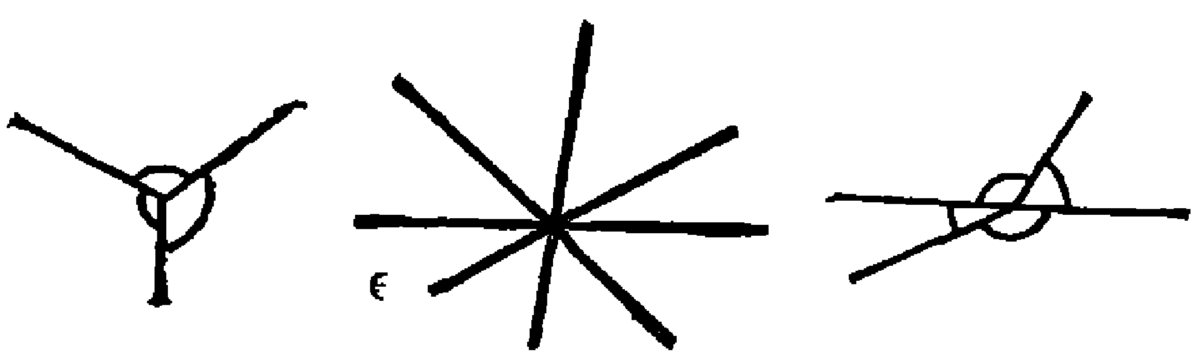
કારણકે ∠अमक + ∠कमअ મળી બે કાટખુણા બરાબર છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૧)

અને ∠बमइ + ∠इमअ મળી પણ બે કાટખુણા બરાબર છે (પ્ર૦ સિ૦ ૧)

∴ એ ચાર ખુણા મળી ચાર કાટખુણા બરાબર છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૨. ગમે તેટલી સીધી લીટીઓ એકજ બિંદુમાં આવી મળે તો આ છેદનબિંદુ આગળ થતા બધા ખુણાનો સરવાળો ચાર કાટખુણા બરાબર છે.

કારણકે ગમે તે એક લીટીને લંબાવીએ તો સામાન્ય છેદનબિંદુ આગળના સર્વ ખુણાઓ ચાર કાટખુણા બરાબર છે. (ઉ૦ સિ૦ ૧)



પ્રશ્નો.

૧, ૨૭°, ૫૩°, ૧૧૨°, ૧૭૯°, ૨૧°, ૫૯°, ૧૦૧° અને ૫૨°ના ન્યૂનતાપૂરક યા દ્વિકાટખુણપૂર્ણ ખૂણા કહો.

---

*બે અથવા વધારે લીટીઓ જે બિંદુમા છેદે તેને છેદનબિંદુ કહે છે.

૨. ૧૨°, ૨૩°, ૪૯°, ૫૫°ના કોટિખુણા યા એક કાટખૂણપૂર્ણી ખૂણા કહો

૩. જો એક સીધી લીટી બીજી સીધી લીટીને છેદીને એક ખુણો કાટખુણો કરે તો બાકીના ખુણાઓ પણ કાટખુણા છે એમ બતાવો.

*૪. સરખા ખુણાના કોટિખુણાઓ બરાબર છે એ સિદ્ધ કરો.

૫. સરખા ખુણાના ન્યૂનતાપૂરક ખુણા બરાબર છે.

૬. $\triangle$ अबकमा $\angle$ अबक = $\angle$ अकब, અને बकને બન્ને દિશામા લબાવીએ તો બતાવો કે એ પ્રમાણે થતા બહારના ખૂણા પણ બરાબર છે.

૭ $\triangle$ अबकमा $\angle$ अबक = $\angle$ अकब, અને બેઉ अब અને अकને લંબાવીએ તો બતાવો કે પાયાની બહારના ખુણા પણ બરાબર છે

૮. જો એક સીધી લીટી ઉપર બીજી સીધી લીટી પડે તો પાસેપાસેના ખુણાને દુભાગનારી લીટીઓ અરસપરસ લબ છે

૯ એકજ શાખાલીટીની આસપાસ બે ખુણા (દરેક) ૭૫°ના છે તો બન્નેને દુભાગનારી લીટીની વચ્ચેનો ખુણો કેવડો ?

૧૦ એકજ શાખાલીટીની આસપાસ બે ખુણાઓ ૭૨° અને ૧૦૮° છે તો બન્નેને દુભાગનારી લીટીની વચ્ચેનો ખુણો કેવડો ?

૧૧ ત્રણ ખુણાઓ અનુક્રમે ૬૭°, ૧૧૦° અને ૩૩°ના એકજ શિરોબિંદુ આગળ પાસેપાસે છે જો ત્રણેને દુભાગીએ તો છેલ્લી અને પહેલી દુભાગનારી લીટીની વચ્ચેનો ખુણો કેવડો ?

૧૨ પ્રશ્ન ૧૧મામા બબ્બે દુભાગનારી લીટીની વચ્ચેના ખુણા કેવડા?

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૨.

સામાન્ય પ્રતિજ્ઞા. જો પાસેપાસેના ખુણા ન્યૂનતાપૂરક હોય તો તે ખુણાની બહારની લીટીઓ એકજ સીધી લીટીમા છે.

વિશિષ્ટ પ્રતિજ્ઞા કે સાધન. $\angle$ अबइ અને $\angle$ डबइ પાસેપાસેના ખુણા ન્યૂનતાપૂરક છે, ત્યારે તેની બહારની શાખાલીટીઓ अब અને डब એકજ સીધી લીટીમા થશે, એટલે अबड સીધી લીટી થશે.

---

* આવા બીબામા આપેલા પ્રશ્નો વધારે અગત્યના છે.



રચના. अबને क સુધી લખાવેા. (સ્વી૦ ફૃ૦)

સિધ્ધતા. કારણ કે अबक એક સીધી લીટી છે, અને इब તેની ઉપર પડે છે.

∴ ∠अबइ અને ∠कबइ ન્યૂનતાપૂરક છે (પ્ર૦ સિ. ૧)

પણ ∠अबइ અને ∠डबइ ન્યૂનતાપૂરક છે, (પ્રતિજ્ઞા)

∴ ∠अबइ + ∠डबइ = ∠अबइ + ∠कबइ. (પ્ર૦ન૦)

એ બન્ને જોડમાથી સામાન્ય ∠अबइ લઇ લેા,

∴ ∠डबइ = ∠कबइ. (પ્ર૦પ્ર૦)

અને આ બે સરખા ખુણાઓની એક શાખાલીટી बइ સામાન્ય છે અને એ ખુણાઓ એ સામાન્ય શાખાલીટીની એકજ બાજુએ છે.

∴ बक, बड એકજ સીધી લીટીમા હોવી જોઇએ.

અને अबक એક સીધી લીટી છે (રચના)

નિગમન ∴ अबड પણ સીધી લીટી છે પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્નેા.

૧. अबની સાથે बक અને बड વિરૂદ્ધ બાજુ ઉપર અનુક્રમે ૬૫° અને ૧૧૫°ના ખુણા કરે છે તેા बक અને बड એકજ સીધી લીટીમા છે.

૨ बक સાથે વિરૂધ્ધ બાજુએ बअ અને बड અનુક્રમે એકેક કાટખુણેા કરે છે તેા बअ અને बड એકજ સીધી લીટીમા છે

૩. ∠बअक = ૬૦° અને बअ = ૨" અને अक = ૨", ∠बअकને દુભાગનારી લીટી बकને डમા મળે છે તેા बड અને डक માપેા, અને ∠अडबના ન્યૂનતાપૂરક અને કેાટિખુણા કહેા.

૪. अबक લીટીની વિરૂધ્ધ બાજુએ ∠अबड અને ∠कबइ બરાબર છે તેા બતાવેા કે डब અને बइ એકજ સીધી લીટીમા છે.

૫ પાસેપાસેના ખૂણાઓને દુભાગનારી લીટીઓ જો કાટખુણે મળતી હેાય તેા એ ખુણાની બહારની શાખાલીટીઓ એકજ સીધી લીટીમા છે.

૬. સામસામેના ખુણાઓને દુભાગનારી લીટીઓ એકજ સીધી લીટીમા છે એમ સિધ્ધ કરેા

૭. કેાઇપણુ પેન્સીલને વચ્ચેથી પકડી આમ તેમ ફેરવીએ તેા તેના બન્ને ભાગેા સરખા ખુણામાથી ફરશે

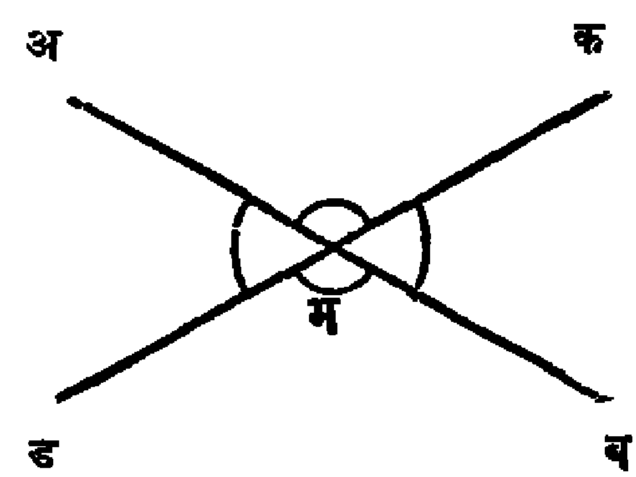
૮ अबक અને डबइ સીધી લીટીઓ એક બીજીને बमा છેદે તેા ∠अबइ + ∠इबक = ? અને ∠इबक + ∠कबड = ?

૯ એકજ લીટીની આસપાસ બે ખૂણાઓ ૭૨° અને ૧૦૯°ના છે તેા બહારની શાખાલીટીઓ એકજ સીધી લીટીમા છે ?

૧૦ બે સીધી લીટીઓ એકજ બિંદુમા છેદે તેા સામસામેના ખુણાની કેટલી જોડ થશે ?

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૩

સામાન્ય પ્રતિજ્ઞા જો બે સીધી લીટીઓ એક બીજીને છેદે તેા સામસામેના ખુણાઓ બરાબર છે



વિશિષ્ટ પ્રતિજ્ઞા. अब અને कड બે સીધી લીટીઓ म બિંદુમાં છેદે છે તેા ∠अमक = ∠बमड થશે, અને ∠ अमड = ∠ कमब થશે.

સિધ્ધતા. ∵ कड એક સીધી લીટી છે અને अम તેની ઉપર પડે છે.

∴ ∠अमक + ∠अमड = ૨ કાટખુણા. (પ્ર૦ સિ૦ ૧)

અને ∵ डम, अब ઉપર પડે છે,

∴ ∠अमड + ∠बमड = ૨ કાટખુણા. (પ્ર૦ સિ૦ ૧)

∴ ∠अमक + ∠अमड = ∠अमड + ∠बमड. (પ્ર૦ પ્ર૦)

આ બન્ને સરખી જોડમાથી સામાન્ય ∠अमड લઇ લેા;

નિગમન. ∴ ∠अमक = ∠बमड, (પ્ર૦ પ્ર૦)

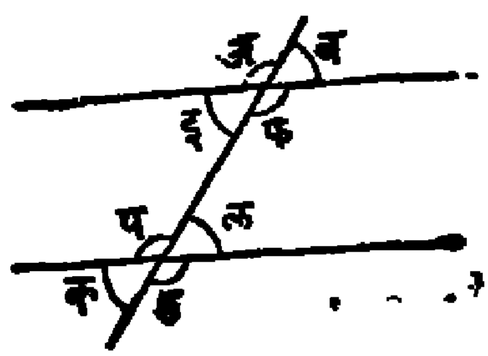
અને તેજ પ્રમાણે ∠अमड = ∠कमब પણ છે પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્નેા.

૧ ઉપલા સિદ્ધાતમા ∠अमड = ∠कमब છે તે પૂર્ણ સિદ્ધાત લખી એ સિદ્ધાત સાબિત કરેા.

૨ કેાઇપણ ત્રિકેાણુની સઘળી બાજુએા બને દિશામા લબાવી કહેા કે કયા કયા ખુણા બરાબર છે

૩. નીચેની આકૃતિમા જો ∠अ = ∠इ તેા ∠इ = ∠फ; જો ∠ब = ∠ल તેા ∠इ = ∠क, જો ∠ब = ∠ल, તેા ∠फ = ∠ड અને ∠इ = ∠ल, જો ∠इ + ∠प = ૨ ∟, તેા ∠फ + ∠ल = ૨ ∟, ∠ब + ∠ड = ૨ ∟, અને ∠अ + ∠क = ૨ ∟ છે,



૪ બે લીટીએા એક બીજીને છેદે તેા એક ખુણાને દુભાગનારી લીટી સામેના ખુણાને પણ દુભાગે છે એમ સાબિત કરેા.

૫ સામસામેના ખુણાને દુભાગનારી લીટીએા એકજ સીધી લીટીમાં છે.

૬ પ્રમેય સિધ્ધાત ૩જાની આકૃતિમા જો

(૧) ∠अमक = ૬૧°, તેા બીજા ખુણા કેવડા ?

(૨) ∠अमक + ∠बमड = ૨૨૦° તેા બીજા ખુણા કેવડા ?

(૩) ∠अमक + ∠अमड + ∠कमब = ૨૩૧° તેા દરેક ખુણેા કેવડેા ?

૭. बड, ∠अबकને દુભાગે છે તેા बड ઉપર ∠अबकને

બેવડ વાળીએ ત્યારે અબ ક્યા પડશે ? અબ, બકની બહાર અને અંદર ક્યારે ક્યારે પડશે ?

૮. બે લીટીઓ એક બીજીને છેદતા એક ખૂણો ૧૫°નો કરે છે તો બાકીના ખુણા કેવડા ?

૯ ત્રણ લીટીઓ એકજ બિંદુમા છેદતા પાસેપાસેના બે ખુણા ૨૫° અને ૬૧°ના કરે છે તો બાકીના ખુણા કેવડા ?

૧૦ એક ચતુષ્કોણમા બાજુઓ અનુક્રમે લંબાવતા બહારના ખુણા ૮૬°, ૧૧૫°, ૭૫°, ૮૪°, થાય છે તો તેની પાસેના ખુણા કેવડા ?

૧૧ એક આકણી એક લીટી ઉપર ફરીને ૨૭°, ૧૧૨°, ૭૭°, અને ૮૮°ના ખુણા કરે છે તો તેની પાસેના અને સામેના ખુણા તે કેવડા કરશે ?

§ ૧૪ સમાન્તર સીધી લીટી અને તેથી થતા ખુણાઓનો સંબંધ

સમાન્તર સીધી લીટીઓ એકજ સફાઈમા હોવી જોઈએ. જો એક લીટી એક ચોપડી પર હોય અને બીજી લીટી એક સ્લેટ પર હોય અને આ લીટીઓ જો કે ગમે તેટલુ લબાવવાથી મળતી નથી તો પણ આ ભૂમિતિમા એવી સમાન્તર લીટીઓ લેવામા આવી નથી. આ ભૂમિતિમા એકજ સફાઈમા પડતી સમાન્તરો લીધી છે. બે લીટી ઉપર એક આડી લીટી પડે અને એ પ્રમાણે જે જે ખુણાઓ બબ્બે લીટીથી થાય છે તેની સમજણ માટે કર્તવ્ય ભાગમા જુઓ.

પ્રમેય સિધ્ધાત ૪થો વિદ્યાર્થીને ભારી લાગશે માટે તે શીખવવા અગાઉ શિક્ષકે નીચે પ્રમાણે પ્રયોગ કરી બતાવવો —

अब, कड બે લીટીને છેદતી એક पफ આડી લીટી દોરો અને તેમાં ∠अइल અને ∠इलड દરેક ૭૦°નો કરો, પછી ∠बइल અને ∠इलकના માપ લો

પછી बइलड ભાગની નકલ પાતળા કાગળ પર કરો અને તેને ફેરવીને (ડાબા હાથ તરફ) कलइअ ભાગ ઉપર એવી રીતે મૂકો કે इल લીટી लइ સાથે મળી જાય. इब, लडनु શુ થાય છે ? કારણ શુ ?

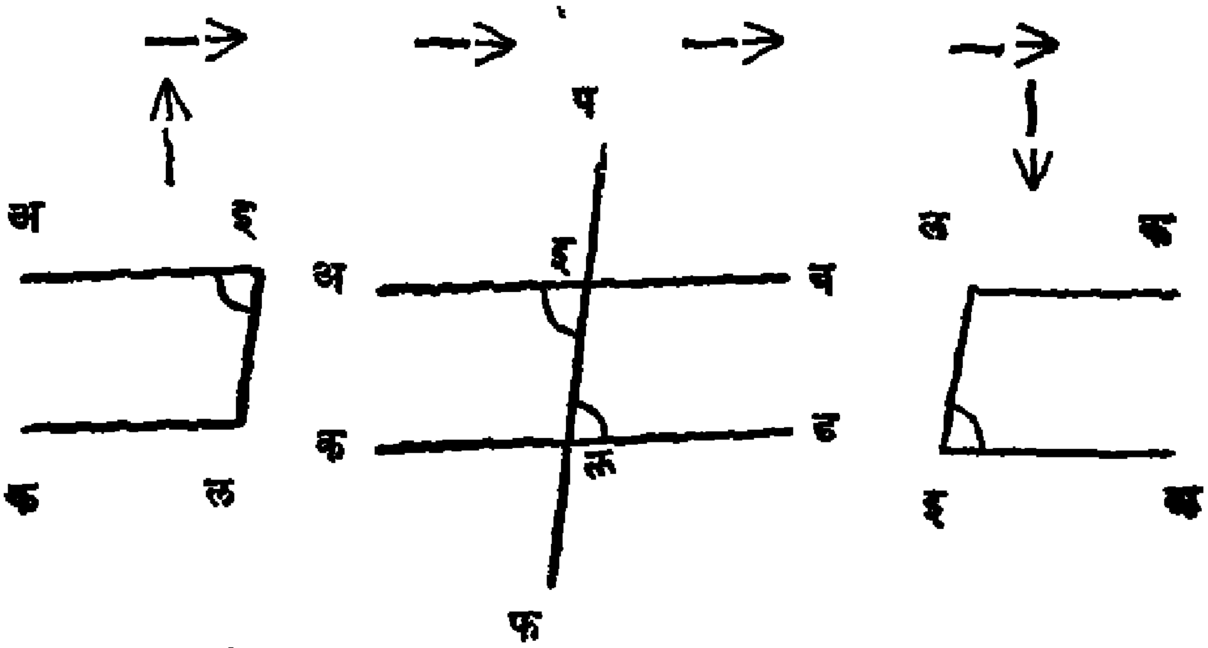
જો इअ, लकने લબાવતા તેઓ મળે તો लड, इबने વિષે શું અનુમાન કરો ? તેથી अइब, कलड વિષે તમો શુ અનુમાન કરો ?

જો इअ, लकને લબાવતા તેઓ ન મળે તો શુ અનુમાન નીકળે છે ? આ પ્રમાણે બતાવો કે अब ‖ कड છે

પ્રમેય સિધ્ધાંત ૪.

એક સીધી લીટી બીજી બે સીધી લીટીને છેદે ત્યારે જો વ્યુત્ક્રમ ખુણાનુ જોડકું બરાબર હોય તો તે બે લીટીઓ સમાન્તર સીધી લીટીઓ છે

अब, कड બે સીધી લીટીઓને पफ એક આડી સીધી લીટી इ, ल મા અનુક્રમે છેદે છે ત્યારે જો ∠अइल = ∠इलड, હોય, તો अब ‖ कड થશે.



આકૃતિમાથી अइलक ભાગ (કાપીને કે નકલ કરીને) છૂટો કરી તીરની દિશામા ફેરવીને એવી રીતે મુકો કે ल, इ ઉપર અને इ ल ઉપર પડે.

∵ इल = लइ અને ∠अइल = ∠इलड, ∴ इअ, लड ઉપર પડશે.

અને ∵ ∠अइल = ∠इलड, ∴ તેઓના ન્યૂનતાપૂરક ∠बइल = ∠कलइ(?)

∴ लक, इब ઉપરજ પડશે.

હવે જો अब, कड લીટીઓ સમાન્તર ન હોય તો તેઓ લંબાવતાં જમણી કે ડાબી બાજુએ મળશે. ધારો કે તેઓ ब, ड તરફ લંબાવતા મળે છે પણ लड, इबની જે દિશા છે તેજ દિશા इअ, लकની પણ છે, તેથી इअ, लक પણ अ, क તરફ લબાવતા મળશે એટલે

अब, कड બે સીધી લીટી અવકાશનો ભાગ રોકી શકે છે. પણ એ બન્ને સીધી લીટી હોવાથી એ અશક્ય છે.

∴ કોઇપણ બાજુ પર अब, कड મળે નહિ. ∴ अब ‖ कड છે. પ્ર. સિ.

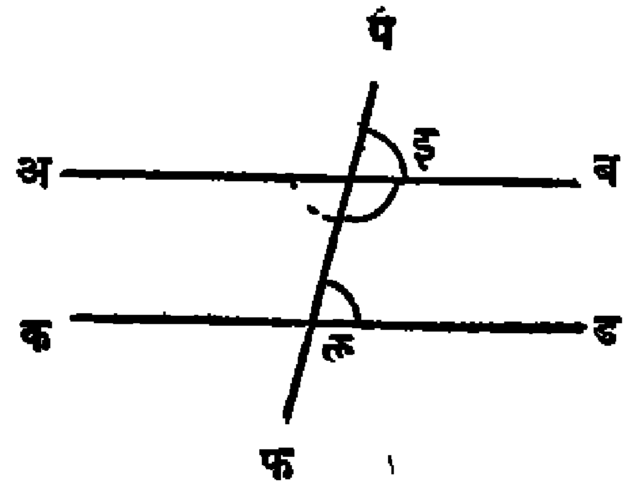
પ્રમેય સિદ્ધાંત ૫.

જો એક સીધી લીટી બીજી બે સીધી લીટીને છેદે ત્યારે જો—

(૧) બહારનો એક ખુણો આડી લીટીની એકજ બાજુ તરફના માંહેના સામેના ખુણાની બરાબર હોય, અથવા

(૨) આડી લીટીની એકજ બાજુ તરફના માહેના બે ખુણાનો સરવાળો બે કાટખુણા બરાબર હોય,

તો તે બે લીટીઓ સમાન્તર સીધી લાટીઓ છે.



पफ आડી લીટી अब, कड બે સીધી લીટીને અનુક્રમે इ, लमा છેદે છે. ત્યારે

(૧) જો બહારનો ∠पइब = ∠पलड હોય, તો अब ‖ कड થશે.

કારણકે ∠पइब = ∠पलड, (∠इलड),

અને ∠पइब = ∠अइल, (પ્ર૦ સિ૦ ૩)

∴ ∠अइल = ∠ इलड (∠पलड), (પ્ર૦ પ્ર૦)

પણ આ વ્યુત્ક્રમ ખુણા છે,

∴ પ્રમેય સિધ્ધાત ૪ પ્રમાણે अब ‖ कड છે

(૨). જો ∠बइल + ∠इलड = ૨ L, તો अब ‖ कड થશે

કારણ કે ∠बइल + ∠इलड = ૨ L, (પ્રતિજ્ઞા)

અને ∠बइल + ∠अइल = ૨ L, (પ્ર૦ સિ૦ ૧)

∴ ∠बइल + ∠इलड = ∠बइल + ∠ अइल (પ્ર૦ પ્ર૦)

બન્ને જોડમાથી સામાન્ય ∠बइल લઈ લો.

∴ $\angle$ इलड = $\angle$ अइल. (પ્ર૦ પ્ર૦)

પણ આ વ્યુત્ક્રમ ખુણા છે,

∴ પ્રમેય સિદ્ધાત ૪ પ્રમાણે अब ‖ कड છે. (પ્ર૦ સિ૦)

ઉપસિદ્ધાંત. જો બે સીધી લીટી બન્ને ત્રીજી સીધી લીટીને લંબ હોય તેા તે બે લીટીઓ સમાન્તર સીધી લીટી છે.

પ્રશ્નેા (સિ. ૪ ને ૫ ઉપર).

૧. સિદ્ધાત ૪થાનેા ઉપસિદ્ધાત સાબિત કરેા.

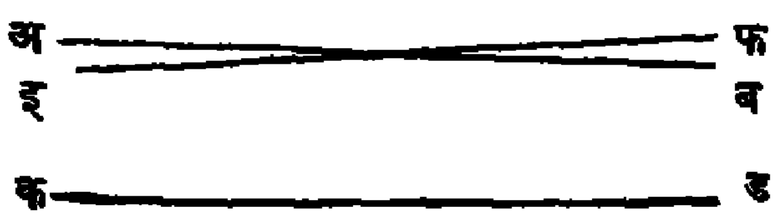
૨ બે અથવા વધારે સમાન્તર સીધી લીટીને મળતી આડી લીટીઓ જો ‖ને લંબ હેાય તેા એ પ્રમાણે થતા ચતુષ્કેાણેા સમાન્તરબાજુ છે

૩ अबकड ચતુષ્કેાણમા $\angle$ बअक = $\angle$ अकड અને $\angle$ डअक = $\angle$ अकब તેા ચતુષ્કેાણ સમાન્તર બાજુ છે એમ બતાવેા.

૪ अबकड ચતુષ્કેાણમાં $\angle$ अ = $\angle$ ब અને बक = अड, તેા આકૃતિને કાપીને, ઉલટ પાલટ ફેરવીને અને મૂળ સ્થિતિમા પાછી ગેાઠવીને બતાવેા કે अब ‖ कड,

૫. લીટીના પરિવર્તનથી ખૂણેા થાય છે એ સત્યતાને આધારે ઉપલેા સિદ્ધાત સાબિત કરેા.

પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ એક બીજીને છેદતી બે લીટીઓ બન્ને ત્રીજી લીટીને સમાન્તર હેાઈ શકે નહિ. અથવા કેાઈપણ બિંદુમાથી એકજ લીટી આપેલી લીટીને સમાન્તર દેારી શકાય છે.



अब, इफ, અરસપરસ છેદે છે.

આ પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ પ્લેફેરનું પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ કહેવાય છે.

ટીપ જો अब, कड સમાન્તર હેાય તેા अब, कड વચ્ચેનું અતર બધી જગ્યાએ એકજ છે અને अब ને इफ છેદે છે તેથી कड, इफ વચ્ચેનુ અતર अब, कड વચ્ચેના અતર કરતા કેાઈ જગ્યાએ વધે અને કેાઇ જગ્યાએ ઘટે, તેથી इफ, कड વચ્ચેનુ અંતર એકજ રહી શકે નહિ, તેથી इफ, कड સમાન્તર હેાઈ શકે નહિ.

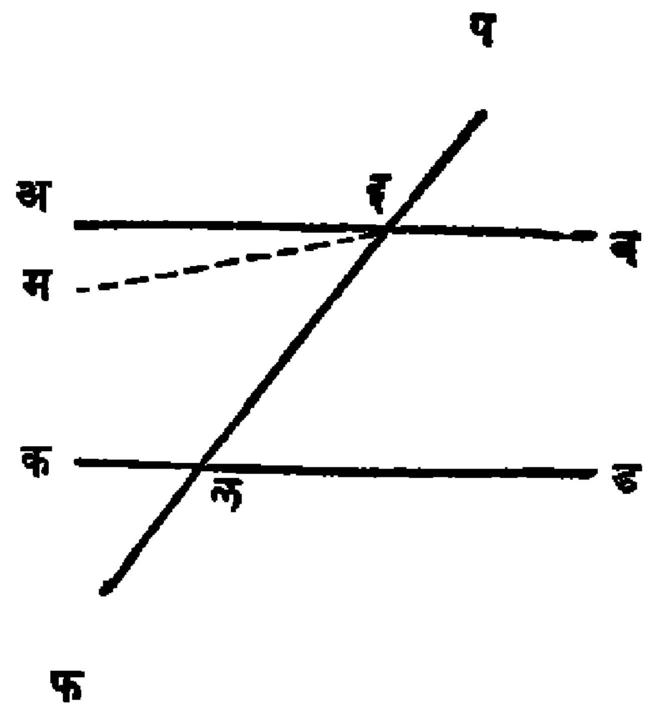
પ્રમેય સિદ્ધાંત ૬.

જો એક સીધી લીટી બે સમાન્તર સીધી લીટીને છેદે તો

(૧) વ્યુત્ક્રમ ખુણાઓ બરાબર છે

(૨) બહારનો ખુણો માંહેના સામેના આડી લીટીની એકજ બાજુ તરફના ખુણાની બરાબર છે, અને

(૩) આડી લીટીની એકજ બાજુ તરફના માંહેના બે ખુણાનો સરવાળો બે કાટખુણા બરાબર છે.



अब, कड બે સમાન્તર સીધી લીટીને पफ એક આડી સીધી લીટી અનુક્રમે इ, लमा છેદે છે તો

(૧) ∠अइल = ∠इलड થશે,

(૨) બહારનો ∠पइब = માહેના સામેના ∠इलड થશે, અને

(૩) માહેના ∠इलड + ∠बइल = ૨ ∟ થશે.

(૧) જો ∠अइल, ∠इलडની બરાબર ન હોય તો

ધારો કે ∠मइल = ∠इलड છે.

∵ ∠मइल = ∠इलड, ∴ मइ ∥ कड છે (પ્ર૦ સિ૦ ૪)

પણ अब ∥ कड, (૧)

∴ मइ અને अइब બન્ને ∥ कड છે.

પણ એ અશક્ય છે (પ્લેફેરનું પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ)

∴ ∠अइल અને ∠इलड બરાબર નથી એ અશક્ય છે.

∴ ∠अइल = ∠इलड છે.

(૨) હવે ∠अइल = ∠इलड, (સિદ્ધ)

અને ∠पइब = ∠अइल, (પ્ર૦ સિ૦ ૩)

∴ ∠पइब = ∠इलड છે. (પ્ર૦ પ્ર૦)

(૩). હવે ∠अइल = ∠इलड; (સિધ્ધ)

માટે બન્નેમા ∠बइल ઉમેરીએ તેા

∠अइल + ∠बइल = ∠इलड + ∠बइल, (પ્ર૦ પ્ર૦)

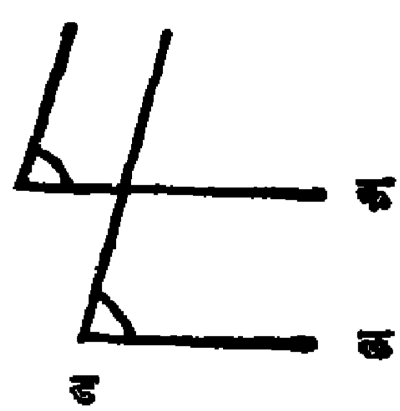
પણ ∠अइल + ∠बइल = ૨ ⌊ (પ્ર૦ સિ૦ ૧)

∴ ∠इलड + ∠बइल = ૨ ⌊ છે (પ્ર૦ પ્ર૦) પ્ર. સિ.

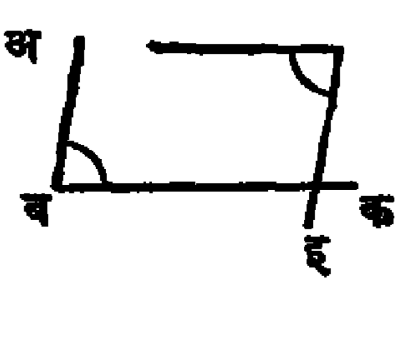
ઉપસિદ્ધાત કેાઇપણ ખુણાની શાખાલીટીઓને સમાન્તર બે લીટીઓ દેારી હેાય તેા આ બે લીટીનેા અંતર્ખુણેા આપેલા ખુણાની બરાબર છે, અથવા ન્યૂનતાપૂરક છે.

अबक આપેલેા ખુણેા છે અને बअ સમાન્તર डइ, અને बक સમાન્તર डल દેારી છે.

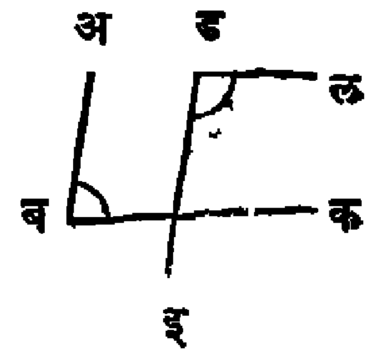
(૧) જો बअની દિશામા डइને અને बकની દિશામા डलને દેારી હેાય તેા ∠अबक, ∠इडल બરાબર છે



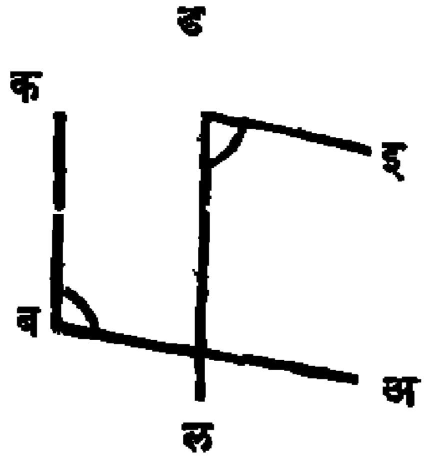
(૨) જો बअની વિરૂદ્ધ દિશામા डइને, અને बकની વિરૂદ્ધ દિશામાં डलને દેારી હેાય તેા ∠अबक, ∠इडल બરાબર છે.



(૩) જો बअनी વિરૂધ્ધ દિશામા डइने, અને बकनीज દિશામા डलने દોરી હોય તો ∠अबक, ∠इडल ન્યૂનતાપૂરક છે



(૪) જો बअनीज દિશામા डइने, અને बक ની વિરૂદ્ધ દિશામા डलने દોરી હોય તો ∠अबक, ∠इडल ન્યૂનતાપૂરક છે



પ્રશ્નો.

૧ બે અથવા વધારે સમાન્તર લીટીને છેદતી આડી લીટી જો એકને લબ હોય તો તે બધી સમાન્તરોને લંબ છે એમ બતાવો.

૨ સિધ્ધાત ૬મા પહેલા ભાગની મદદ વિના બીજો ભાગ સિધ્ધ કરો.

૩ બે સમાન્તર લીટીની બે જોડ અરસપરસ છેદી એક સમાન્તર-બાજુ ચતુષ્કોણ કરે છે તો બતાવો કે (૧) કયા કયા ખૂણા બરાબર છે, (૨) કયા કયા ખુણાનો સરવાળો બે કાટખૂણા બરાબર છે, અને (૩) કયા કયા ખુણા અરસપરસ દ્વિકાટખૂણપૂર્ણી છે

૪ એક સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમા કર્ણ દોરીને કહો કે કયા કયા ખુણા બરાબર છે ?

૫. સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમાં સામસામેના ખુણા સરખા છે.

૬ સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમા બધા ખુણાનો સરવાળો કેટલો ?

૭ પ્રશ્ન ૬ પરથી ત્રિકોણના ખુણાનો સરવાળો કરો

૮. જો કોઇપણ સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમા એક ખુણો કાટખુણો હોય તો તે લબચોરસ છે

૯. કોઇપણ ખુણાની શાખાલીટીની સમાન્તર બે

લીટી દેારી હોય તેા આ બે લીટીનેા અતખુણેા આપેલા ખુણાની બરાબર છે, અથવા ન્યૂનતાપૂરક છે.

૧૦. अबक△ મા ∠ब=∠क ને डइ || बक તેા ∠अडइ=∠अइड છે,

૧૧ ત્રિકેાણુની બહારના ખૂણાને દુભાગનાર લીટી એક બાજુને સમાન્તર હેાય તેા ત્રિકેાણમાં બે ખૂણા સરખા છે એમ બતાવેા.

૧૨ એકજ લીટીને દેારેલી બધી લંબેા અરસપરસ સમાન્તર છે.

૧૩ * अब || पफ અને बक || पल તેા ∠ब અને ∠पને દુભાગનારી લીટીએા સમાન્તર અથવા લબ છે એ સિદ્ધ કરેા.

૧૪ * સિ ૬મા इ, ल આગળના અદરના ચાર ખુણાને દુભાગનાર લીટીએા એક લબચેારસ બનાવે છે એ સિદ્ધ કરેા.

૧૫ * સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કેાણુના અદરના ખુણાને દુભાગનારી લીટીએા એક લંબચેારસ બનાવે છે એ સિદ્ધ કરેા.

૧૬.* अब || कड છે, તેએાને આડી લીટી प, रમા છેદે છે ∠ प, ∠रને દુભાગનાર લીટીએા मમા મળે છે. સળ રચનાથી બતાવેા કે (मप, मर ઉપર સળ વાળીને) म, अब અને कडથી સમાન અતરે છે

૧૭ * એક લીટી ખીંચી બે લીટીને છેદે અને માંહિના એક બાજુ તરફના બે ખુણાએા મળી બે કાટખુણા કરતાં એાછા હેાય તેા જે બાજુ ઉપર બે ખુણાએા મળી બે કાટખુણા કરતા એાછા હેાય તે બાજુ તરફ એ બે લીટીએા લબાવતા મળે છે એમ બતાવેા.

૧૮ * બે લીટીએાની વચ્ચેનેા સાકડેા ખુણેા તે બે લીટીએાને સમાન્તર દેારેલી લીટીએાની વચ્ચેના સાકડા ખુણાની બરાબર છે, અને પહેાળેા ખુણેા પહેાળા ખુણાની બરાબર છે એમ બતાવેા,

૧૯ * કેાઈપણુ ત્રિકેાણુના શિરેાબિદુમાથી પાયાને સમાન્તર લીટી દેારી સિદ્ધ કરેા કે ત્રિકેાણુના ત્રણે ખુણા મળી બે કાટખૂણા બરાબર છે

---

* ફુલડીવાળા પ્રશ્નેા વધારે ઉપયેાગી છે તેમજ ઘણી વખત કઠણુ પણુ છે એવા અને મેાટા અક્ષરેાવાળા પ્રશ્નેાના આધાર આગળના પ્રશ્નેાની સિદ્ધતામાં કેાઈ કેાઈ જગ્યાએ લીધા છે.

૨૦.* એક ત્રિકોણના બે શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુને સમા-ન્તર લીટી દોરી એક સ ચ. પુરો કરી બતાવો કે ત્રિકોણના ત્રણ ખૂણા મળી બે કાટખૂણા બરાબર છે.

સિધ્ધતાનો પ્રકાર.

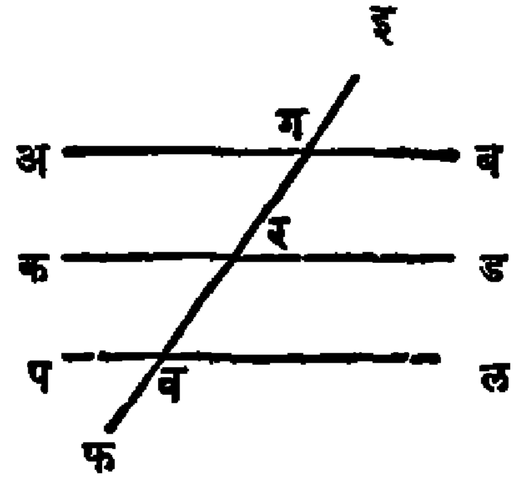
સિધ્ધાત ૬ઠ્ઠા ઉપરથી માલમ પડશે કે પહેલા પાચ સિધ્ધાંતમાં જે રીતની સિધ્ધતા વાપરી છે તેનાથી એ સિધ્ધતા જુદીજ છે. પહેલા પાંચની સિદ્ધતા સુલટી છે અને ૬ઠ્ઠામા એ સિધ્ધતા ઉલટી છે. કોઇ પણ સિધ્ધાત આપણે સિદ્ધ કરવાનો છે અને જ્યારે આપણે બતાવીએ છીએ કે એ સિધ્ધાત ખોટો નથી, કારણકે જો ખોટો હોય તો કાંઇ વિપરીત પરિણામ આવે છે, ત્યારે તે ઉલટી સિધ્ધતા કહેવાય છે. ૬ઠ્ઠા સિધ્ધાતમા આપણે સાધ્યને ખોટો માની તેથી ઉલટું પરિણામ આણ્યુ છે અને જ્યા જ્યા આવી ઉલટી સિધ્ધતા અગીકાર કરવામાં આવે છે ત્યા ત્યા એવા ઉલટા અને વિપરીત પરિણામ આવે છે-

પ્રતીપ યા વ્યત્યાસ સિધ્ધાંતો.

જ્યારે એક સિદ્ધાતનો પક્ષ ભાગ બીજા સિદ્ધાતનો સાધ્ય ભાગ હોય અને પહેલાનો સાધ્ય ભાગ બીજાનો પક્ષ ભાગ હોય ત્યારે એવા સિદ્ધાનો એક બીજાના **પ્રતીપ** યા **વ્યત્યાસ** કહેવાય છે. સિદ્ધાત ૪ના ને ૫ના પક્ષમા ખુણાઓનો સબધ આપેલો છે અને સાધ્યમા લીટી ‖ કરવાની છે ત્યારે સિધ્ધાત ૬ઠ્ઠાના પક્ષમા લીટી ‖ આપેલી છે અને સાધ્યમા ∠ઓનો સબધ શોધવાનો છે તેથી એ બે સિધ્ધાનો પ્રતીપ યા વ્યત્યાસ છે 'પ્રતીપ' યા 'વ્યત્યાસ' નો અર્થ 'ઉલટો' છે આ ઉપ-રથી સમજાશે કે કોઇપણ સિદ્ધાતનો પ્રતીપ સિદ્ધાત હોઈ શકે છે, પણ એક સિધ્ધાત સત્ય હોય તો તેનો પ્રતીપ સિદ્ધાત હમેશા સત્ય છે એવું નથી, જેમકે બે ત્રિકોણોમા ત્રણે બાજુ અનુક્રમે બરાબર હોય તો ખુણા પણ બરાબર છે. પણ તેનો પ્રતીપ ખુણા બરાબર હોય તો બાજુઓ પણ બરાબર છે એ હમેશા સત્ય નથી.

પ્રમેય સિધ્ધાંત ૭.

જે સીધી લીટીઓ એકજ સીધી લીટીને સમાન્તર છે તે પરસ્પર સમાન્તર છે.



अब અને कड લીટી બન્ને पलને ‖ છે તો अब, कड ‖ થશે.

રચના इफ આડી લીટી ત્રણે લીટીને અનુક્રમે ग, र, वમાં છેદે તેમ દોરો.

સિધ્ધતા ∵ अब ‖ पल, અને इफ બન્નેને છેદે છે,

∴ ∠अगर = ∠गवल (પ્ર૦ સિ૦ ૬)

અને ∵ कड ‖ पल અને इफ બન્નેને છેદે છે,

∴ ∠गरड = ∠गवल. (પ્ર૦ સિ૦ ૬)

પણ ∠अगर = ∠गवल, (સિધ્ધતા)

∴ ∠अगर (એટલે ∠अगव) = ∠गरड, (?)

પણ આ વ્યુત્ક્રમ ખુણા છે

નિગમન .. अब ‖ कड છે (પ્ર૦ સિ૦ ૪). પ્ર૦ સિ૦

નોંધ સિધ્ધાત ૭માં જ્યારે पल લીટી अब અને कडની મધ્યે હોય ત્યારે સિધ્ધતા નહિજ જેવી છે, કારણકે

अब ‖ पल અને कड ‖ पल છે.

∴ अब, पल અને कड, पल કદી પણ મળશે નહિ તો અશક્ય છે કે पलની બહારની લીટીઓ, अब, कड મળી શકશે.

પ્રશ્નો.

૧. જો એક લીટી બીજી બે સમાન્તર લીટીમાથી એકને સમાન્તર હોય તો બીજીને પણ તે સમાન્તર છે એમ બતાવો.

૨ જો એક લીટી બીજી બે સમાન્તર લીટીમાથી એકને લબ હોય તો બીજીને પણ તે લબ છે એમ બતાવો

૩. સિદ્ધાત ૭ને પ્લેફેરના પ્રત્યક્ષ પ્રમાણથી સિદ્ધ કરો.

૪ સિદ્ધાત ૭મામા "સમાન્તર" ને બદલે "સરખી" અને "લબ" શબ્દ મૂકીએ તો એથી થતા સિદ્ધાતો પણ ખરા છે કે નહિ તે બતાવો.

૫. કોઇ પણ સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમા જો એક બાજુને સમાન્તર લીટીઓ દોરી હોય તો આ પ્રમાણે થતા ચતુષ્કોણો પણ સમાન્તરબાજુ છે.

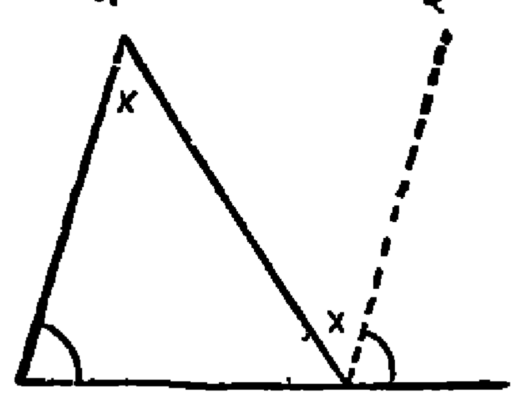
૬ લંબચોરસની બાજુના મધ્યબિંદુમાથી બાજુઓને સમાન્તર દોરેલી લીટીઓ મોટા લંબ ચોરસના ચાર સરખા લબ ચોરસો બનાવે છે.

૭ પ્રશ્ન ૬ઠ્ઠામા જો ચોરસ લઇએ તો ચાર નાના ચોરસ થશે

§ ૧૫ ત્રિકોણના બધા ખુણાનુ અને બહુકોણના અંતર્ખુણાનુ અને બાહ્યખુણાનું એકંદર મહત્ત્વ.

પ્રમેય સિધ્ધાંત ૮.

કોઈપણ ત્રિકોણના ત્રણે ખુણા મળીને બે કાટખુણા બરાબર છે.



अबक એક ત્રિકોણ છે, તો ∠अ + ∠ब + ∠क = બે કાટખુણા થશે.

રચના. बकने ड સુધી લબાવો, અને ધારો કે कइ, अबने ∥ છે.

સિધ્ધતા ∵ अब ∥ कइ, ∴ ∠अ = ∠ अकइ, (પ્ર० સિ० ૬)

અને ∵ अब ∥ कइ, ∴ ∠ ब = ∠इकड, (પ્ર० સિ० ૬)

∴ ∠अ + ∠ब = ∠ अकइ + ∠ इकड, (પ્ર० પ્ર०).

હવે બન્ને જોડમા ∠ अकब ઉમેરો.

∴ ∠અ + ∠બ + ∠અકબ = ∠અકઇ + ∠ઇકડ + ∠અકબ;
પણ ક આગળના ત્રણ ખુણા બે કાટખુણા બરાબર છે (પ્ર૦ સિ૦ ૧)
નિગમન. ∴ ∠અ + ∠ બ + ∠ અકબ = ૨ ⌊ છે
એટલે ત્રિકોણના ∠ અ + ∠ બ + ∠ ક = બે કાટખુણા પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિદ્ધાત ૧. કોઇપણ ત્રિકોણની એક બાજુ લંબાવીએ તો બહારનો ખુણો માહેના સામેના બે ખુણાની બરાબર છે, અને તે માહેના સામેના કોઇપણ ખુણાથી મોટો છે.

ઉપસિદ્ધાત ૨. જો બે ત્રિકોણમાં એકના બે ખુણા બીજાના બે ખુણાની અનુક્રમે બરાબર હોય તો ત્રીજા ખુણા પણ બરાબર છે.

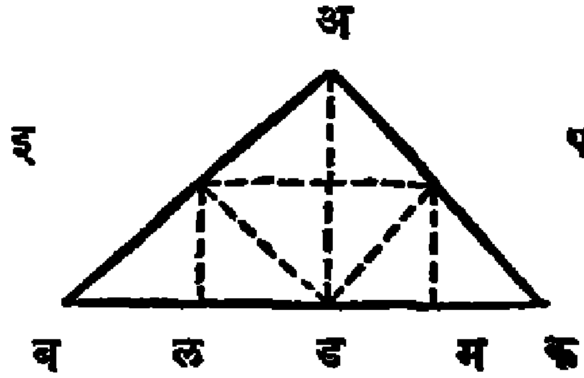
ઉપસિદ્ધાત ૩ કોઇપણ ત્રિકોણમા બે ખુણા મળી બે કાટખુણા કરતા ઓછા છે

ઉપસિદ્ધાંત ૪ કોઇપણ ચતુષ્કોણમા બધા ખુણાનો સરવાળો ચાર કાટખુણા બરાબર છે

ઉપસિદ્ધાત ૫ કોઇપણ ત્રિકોણમાં ઓછામાં ઓછા બે ખુણા સાકડા ખુણા હોય છે

પ્રશ્નો.

૧ નીચે પ્રમાણે ત્રિકોણ રચના કરી પ્ર સિ ૮મો સિધ્ધ કરો
[△ અબકમા અડ, બક પર ⊥ છે અને ઇ, અબનુ અને ફ, અકનુ મધ્યબિંદુ છે, ને ઇલ અને ફમ, બક ને ⊥ છે]



૨ કોઇપણ કાટખુણ △મા બે સાકડા ખુણા કોટિખુણા છે.

૩ જો કોઇપણ ત્રિકોણમાં બે ખુણા મળી ત્રીજાની બરાબર હોય તો ત્રિકોણ કાટખુણ ત્રિકોણ છે.

૪. કાટખુણુ ત્રિકોણમા કર્ણ ઉપર જો કાટખુણામાથી લબ દોર હોય તો બન્ને ત્રિકોણો મૂળ ત્રિકોણ સાથે સમકોણ છે

૫. अबक △મા बक ની ‖ લીટી अમાથી દોરી પ્ર૦ સિ૦ સિધ્ધ કરો.

૬ △ अबकમા बक લબાવતા બહારનો ∠अकड = ૧૨૨° અ ∠अ = ૫૨° છે તો બીજા ખુણા કેવડા ?

૭. બે લીટીઓ અનુક્રમે બીજી બે લીટીને લબ હોય તો પહે જોડની વચ્ચેનો સાકડો ખુણો બીજી જોડની વચ્ચેના સાકડા ખુણાની બરાબર છે

૮. કોઈપણ ત્રિકોણના પાયાને બન્ને બાજુ લબાવીએ તો બહાર ખૂણાઓ બે કાટખુણા અને પાયાની સામેના ખુણાના સરવાળા બરાબર

૯* △ अबकમા ∠ब, ∠कने बड, कड અનુક્રમે દુભાગે છે ∠बडक = ૯૦° + ∠अ/૨.

૧૦* △ अबकમા अब, अकने લબાવતા બહારના ખૂણાને ब कड દુભાગે છે તો ∠बडक = ૯૦°− ∠अ/૨

૧૧ * બે સમાન્તર લીટીને એક આડી લીટી છેદે તો તેની એક બાજુના માહેના ખુણાને દુભાગનારી લીટીઓ કાટખુણે મળે છે

૧૨ * △ अबकમા अब = अक અને बअने ड સુધી લબાવ अक = अड હોય તો डक, बक ને લબ છે એ સિધ્ધ કરો

૧૩ કોઇપણ ચતુષ્કોણમા પાસેપાસેના ખુણાને દુભાગનારી લીટી થતો અતર્ખુણો બાકીના ખુણાના સરવાળાથી અર્ધો છે એમ બતાવો

૧૪ * કોઇપણ ત્રિકોણની એક બાજુને બને બાજુ લબાવી તો બહારના ખુણા બે કાટખુણા કરતા મોટા છે એ સિદ્ધ કરો

૧૫ કોઇપણ પાયા ઉપર બે ત્રિકોણો એક બીજાની અદર છે પાયાની સામેનો ત્રિકોણનો ખુણો અદરના ત્રિકોણના ખુણા કરતા નાનો

૧૬* अबक△મા ∠अ, ∠बने દુભાગનારી લીટીઓ डमा તો ∠अडब એક ∟થી મોટો છે એ સિદ્ધ કરો

૧૭ अबकड ચતુષ્કોણમા अक કર્ણ ∠अ અને ∠कने દુભ છે તો ब અને ड આગળના બહારના ખુણા બરાબર છે.

૧૮ પાયા આગળથી △ની બે બાજુ લબાવતા થતા બહારના ખૂણાએ મળી બે કાટખુણા કરતા મોટા છે

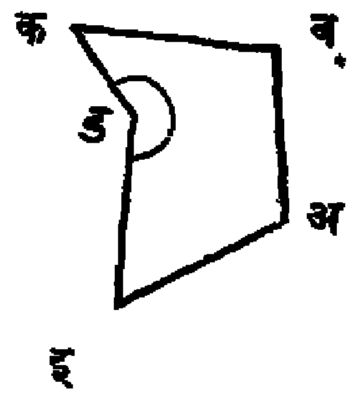
૧૯. એક △મા ત્રણે ખુણા બરાબર હોય તો દરેક ખુણો કેવડો ?

૨૦. એક △મા બે ખુણા બરાબર છે અને ત્રીજો પહેલા કરતા ૩૦ અશ મોટો છે તો દરેક ખુણો કેવડો ?

૨૧ अबकड ચતુ૦મા अब, डक લબાવતા મળે છે, તો ब, क આગળના બહારના ∠ઓ મળી अ, ड આગળના અંદરના ∠ઓ બરાબર છે.

૨૨. પચકોણના બધા ખુણા મળી ૬ કાટખુણા બરાબર છે.

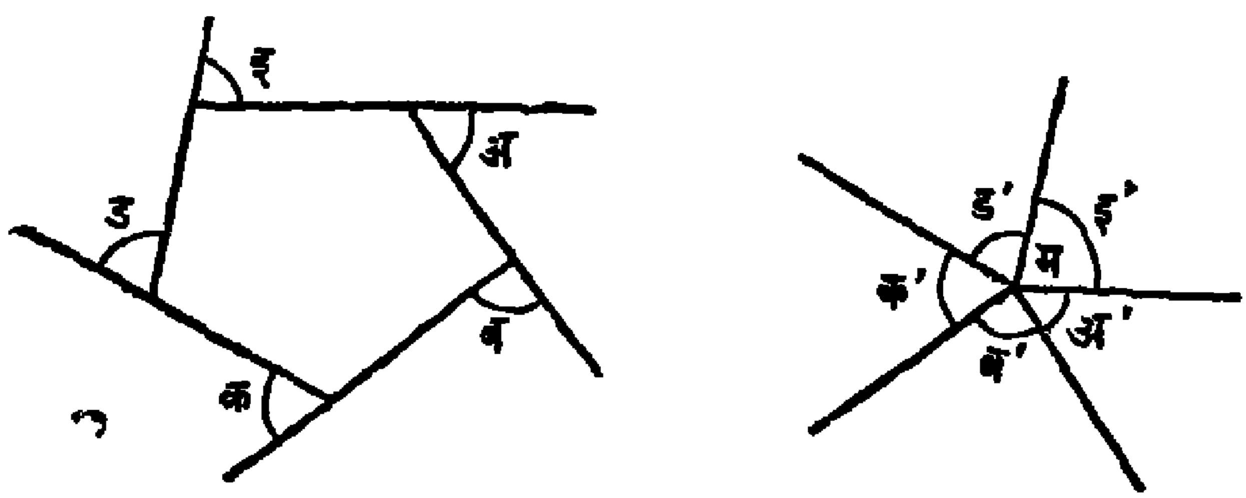
૨૩ નિયમિત ષટ્કોણ અને અષ્ટકોણમા દરેક ખુણાનુ શુ મહત્ત્વ છે?



નોંધ—પાસેની આકૃતિમા બતાવેલો ड ખુણો અતિદ્વિકાટખુણ યા અતર્ગામી યા 'રીફ્લેક્ષ' ખુણો છે જુઓ કર્તવ્ય ભાગમા. એ ખુણો બે કાટખુણાથી મોટો છે.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૯.

કોઇપણ સીધીલીટીઆકૃતિ એવી હોય કે તેનો કોઈ-પણ ખુણો અંતર્ગામી ન હોય તો તેની બધી બાજુ અનુક્રમે બહાર લંબાવીએ ત્યારે આ પ્રમાણે થતા બધા બહારના ખુણાનો સરવાળો ચાર કાટખુણા બરાબર છે.



સાધન अबकडइ એક એવી સીધીલીટીઆકૃતિ છે કે તેનો કોઇપણ ખુણો અંતર્ગામી નથી, અને તેની બધી બાજુ અનુક્રમે વધારવાથી બહારના ∠अ, ∠ब, ∠क, ∠ड, ∠इ, ખુણા થાય છે.

ત્યારે ∠अ + ∠ब + ∠क + ∠ड + ∠इ = ४ કાટખુણા થશે.

રચના म જેવા કોઇપણ બિંદુમાથી આપેલી આકૃતિની બાજુઓની દિશામાજ એ બાજુઓની સમાન્તર લીટીઓ દોરો.

∠अ, ∠ब, ∠क, ∠ड, ∠इ, ખુણાઓ કરતી બાજુઓની સમાન્તર જે લીટીઓ मમાથી દોરી છે તેની વચ્ચે अ′, ब′, क′, ड′, इ′, ખુણાના નામ આપો

સિદ્ધતા. એકજ દિશામા જતી બબ્બે સમાન્તરોની વચ્ચે સરખા ખુણા હોય છે,

. ∠अ = ∠अ′, ∠ब = ∠ब′, ∠क = ∠क′, ∠ड = ∠ड′, ∠इ = ∠इ′ છે (પ્ર સિ. ९, ૬૫)

આકૃતિના બધા બહારના ખુણાનો સરવાળો = म આગળના બધા ખુણાઓનો સરવાળો છે

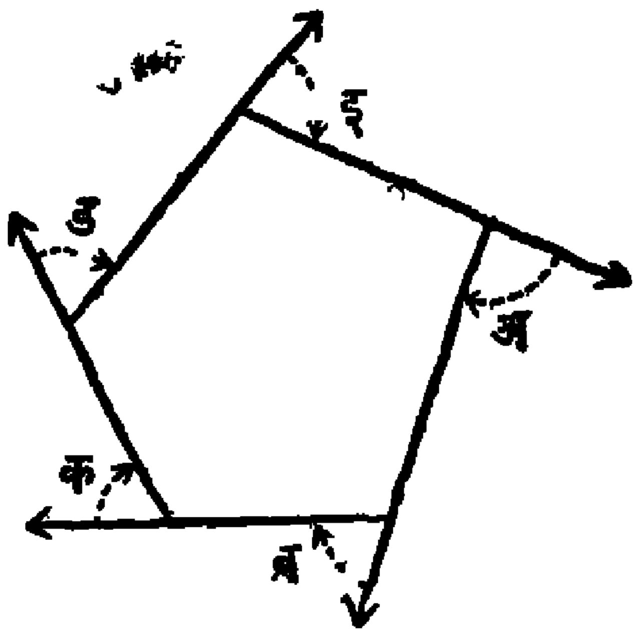
પણ म આગળના બધા ખુણાઓનો સરવાળો = ४ કાટખુણા.
(પ્ર સિ ૧, ૬૫)

આકૃતિના બધા બહારના ખુણા મળી ચાર કાટખુણા બરાબર છે પ્ર. સિ.

ટીપ,–ઉપલી આકૃતિમા બહુકોણની ગમે તેટલી બાજુ લઇ શકાય છે.

ઉપસિદ્ધાંત કોઇપણ સીધીલીટીઆકૃતિના અંદરના બધા ખુણા અને ચાર કાટખુણાનો સરવાળો આકૃતિની જેટલી બાજુ છે તેનાથી બમણા કાટખુણા બરાબર છે.

અથવા, સીધીલીટીઆકૃતિની બાજુની સંખ્યા અ હોય તો બધા અંદરના ખુણા મળી (૨×અ–૪) કાટખુણા બરાબર છે.



અબકડઇ કોઇપણ સીધી લીટી આકૃતિ લો, તેની બાજુઓ અનુક્રમે લંબાવો

∵ આકૃતિની જેટલી બાજુ છે તેટલા શિરોબિંદુ છે અને દરેક શિરોબિંદુ આગળના બહારના અને અંદરના ખુણા મળી બે કાટખુણા છે

∴ બધા બહારના અને બધા અંદરના ખુણા મળી આકૃતિની જેટલી બાજુ છે તેટલા બમણા કાટખુણા બરાબર છે.

પણ બધા બહારના ખુણા મળી ચાર કાટખુણા બરાબર છે

(પ્ર૦ સિ૦ ૯)

∴ આકૃતિના બધા અંદરના ખુણા અને ચાર કાટખુણા મળી જેટલી બાજુ છે તેનાથી બમણા કાટખુણા બરાબર છે

∴ બધા અંદરના ખુણા મળી=(૨×અ–૪) કાટખુણા છે.

પ્રશ્નો.

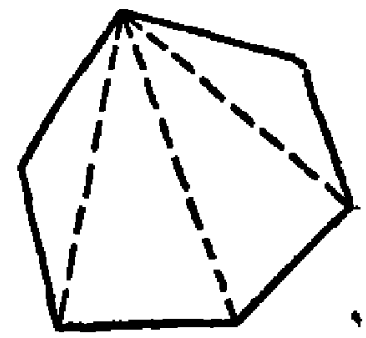
૧ એક ચતુષ્કોણના બહારના ખુણા ૭૨°, ૧૧૨°, અને ૫૫° છે તો ચોથો બહારનો ખુણો કેવડો ? અને અંદરના બધા ખુણા કેવડા ?

૨ એક પંચકોણના ત્રણ બહારના ખુણા ૬૭°, ૨૫°, અને ૩૮° છે અને બાકીના બહારના ખુણા સરખા છે તો સઘળા ખુણા કેવડા ?

૩ * કોઇપણ બહુકોણમાં અ બાજુની સંખ્યા હોય તો તેના અંદરના ખુણા (૨ × અ–૪) કાટખુણા બરાબર છે એમ બતાવો.

૪ * કોઇપણ સમકોણમા અ બાજુ હોય તો દરેક અંદરનો ખુણો (૨ × અ – ૪) – અ કાટખુણા બરાબર છે એમ બતાવો.

૫. એક △મા પાયા ઉપરનો ખુણો અનુક્રમે સામેના ખુણાથી ત્રણગણો અને પાંચગણો છે તો દરેક ખુણો કેવડો ?



૬. * કોઈપણ બહુકોણમાં ગમે તે શિરોબિંદુને બીજાં બધા શિરોબિંદુ સાથે સાંધી ઉપલો ઉપસિદ્ધાંત સાબિત કરો.

૭. એક △ના પાયા ઉપરના ખુણાઓ ૬૫° અને ૮૩° છે તો તેની સામેનો ખુણો કેવડો ? સામેના ખુણાને દુભાગનારી લીટી પાયા સાથે કેવડા ખુણા કરે છે ?

૮ પ્રશ્ન ૭માના પાયા ઉપરના ખુણાઓને દુભાગનારી લીટીની વચ્ચેનો ખુણો કેવડો ?

૯ એક ચતુષ્કોણમા ત્રણ ખુણાઓ અનુક્રમે ચોથાથી પાચગણા, ચારગણા અને આઠગણા છે તો દરેક ખુણો કેવડો ?

૧૦ * એક સમબહુકોણમા દરેક ખુણો (૧) ૧૦૮°, (૨) ૧૭૦°, (૩) ૧૭૫°, (૪) ૧૭૭$\frac{1}{2}$° છે તો તેની કેટલી કેટલી બાજુઓ છે ?

૧૧. ઓછામા ઓછી બાજુવાળા સમકોણમા દરેક ખુણો કેવડો ?

૧૨ કોઈ સમબહુકોણમા બહારનો દરેક ખુણો (૧) ૩૦°, (૨) ૧૨°, (૩) ૪૦°, (૪) ૯°, (૫) ૧૫°, (૬) ૩૬°, (૭) ૯૦°, (૮) ૨૪°, (૯) ૪°, અને (૧૦) ૧૦° છે તો તેની કેટલી કેટલી બાજુ હશે ?

૧૩. ૧૨, ૧૦, ૫ અને ૩ બાજુના સમકોણમા બહારનો અને અંદરનો દરેક ખુણો કેવડો ?

૧૪. ૭°, ૧૧°, ૧૩°, ૧૫°, ૨૧° અને ૩૩°નો બહારનો ખુણો હોય તો એવા સમબહુકોણ બની શકે ? કારણ આપો.

૧૫ બહારનો ખુણો પહોળો ખુણો હોઈ શકે એવો સમકોણ કયો ?

૧૬ ૩, ૪, ૫, ૬, ૮, ૧૦, ૧૨ અને ૧૫ બાજુના સમબહુકોણના અંદરના અને બહારના ખુણાના માપનો કોઠો બનાવો.

૧૭ પ્રોટ્રેક્ટરથી ૨·૦"ની બાજુ ઉપર એક સમષટ્કોણ બનાવો.

૧૮. પ્રશ્ન ૧૭માના બાજુ ૪·૨ સે મી. હોય ત્યારે સમષટ્કોણ બનાવો.

૧૯. ૧૦૪″ની બાજુ ઉપર એક સમદ્વાદશકોણ બનાવો.

૨૦. પ્રશ્ન ૧૭મામા એકેક શિરોબિંદુ છોડી દઈ બીજા શિરોબિંદુઓ અનુક્રમે જોડી એક આકૃતિ બનાવો, આ આકૃતિ કેવી છે? તેના બાજુ અને ખુણાના માપ કાઢો.

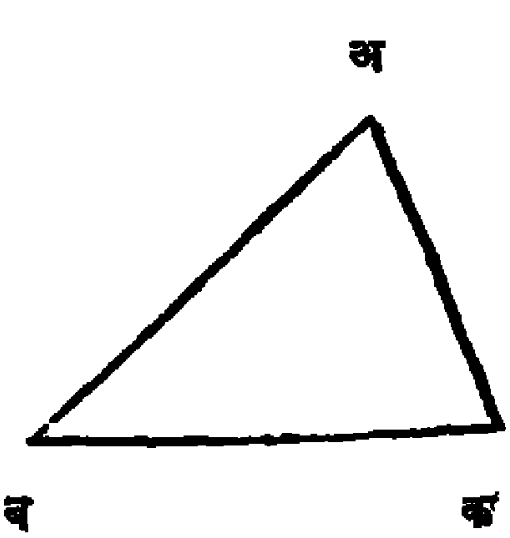
૨૧. એક ત્રિકોણની ત્રણે બાજુ અનુક્રમે લબાવતા બે બહારના ખુણાનો સરવાળો ત્રીજા બહારના ખુણાથી બમણો હોય તો ત્રિકોણમાં એક ખુણો ૬૦°નો છે

§૧૬. ત્રિકોણની સર્વ સમાનતા અને સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ.

જ્યારે એક આકૃતિને ઉંચકીને બીજી ઉપર સમાનતા બતાવવાને મુકવામા આવે ત્યારે એ રીતિને **સ્થાનોપરિ** યા **સમાધાન સ્થિતિ** કહે છે. આ પ્રમાણે જ્યારે આકૃતિઓ **સ્થાનોપરિ** સ્થિતિથી એક બીજીની બરાબર થાય છે ત્યારે તેઓ "બરાબર" થાય છે એટલે "**સર્વ રીતે બરાબર**" થાય છે

આકૃતિઓ જ્યારે સ્થાનોપરિ સ્થિતિથી બરાબર થાય છે ત્યારે ક્ષેત્રફળમા પણ તેઓ બરાબર છે પણ જો આકૃતિઓ ક્ષેત્રફળમા બરાબર હોય તો હમેશા તે સર્વ રીતે બરાબર થતી નથી એમ આગળ બતાવવામા આવશે

વળી કોઈપણ ત્રિકોણ પર નજર નાખતા માલમ પડે છે કે તેના છ "તત્વો" યા "અંગો" છે, ત્રણ ખુણાઓ ∠अ, ∠ब, ∠क અને ત્રણ બાજુઓ અ,બ,ક (ખુણાની સામેની) છે જ્યારે એક ત્રિકોણ બીજાની બરાબર છે ત્યારે એક ત્રિકોણના છ અંગો તે બીજા ત્રિકોણના છ અંગોની બરાબર



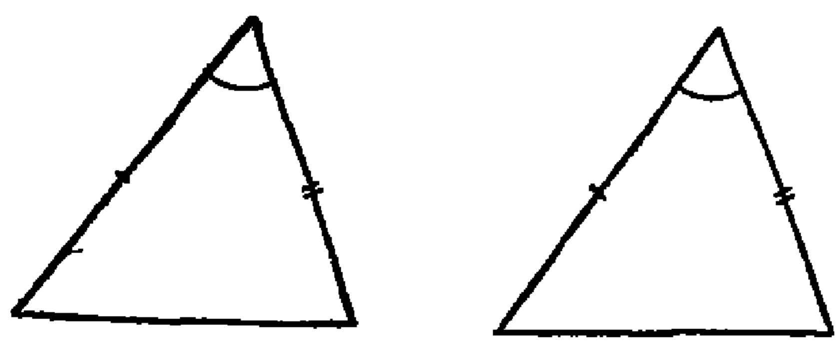
અનુક્રમે છે, અને ત્રિકોણોના ક્ષેત્રફળો પણ બરાબર છે. જ્યારે આકૃતિઓ સર્વ અંગોમા બરાબર હોય છે ત્યારે સરખી બાજુઓ સરખા ખુણાની

સામેની હોય છે અને સરખા ખુણાઓ સરખી બાજુની સામેના હોય છે આકૃતિઓ સવ અગમા બરાબર છે એમ બતાવવાને માટે

"એક આકૃતિ ≡ બીજી આકૃતિ" લખાય છે, એટલે એક આકૃતિ સર્વ અંગમાં બીજી આકૃતિની બરાબર છે, એટલે બન્ને એકરૂપ છે.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૦.

જો એક ત્રિકોણની બે બાજુ બીજા ત્રિકોણની બે બાજુની અનુક્રમે બરાબર હોય અને આ બાજુથી થતા અંતર્ખુણાઓ પણ બરાબર હોય તો તે બન્ને ત્રિકોણ સર્વ રીતે બરાબર છે



સાધન. अबक અને डइफ ત્રિકોણોમાં अब = डइ અને अक = डफ અને ∠अ = ∠ड છે, તો △अबक ≡ △डइफ થશે.

સિદ્ધતા. △अबकને ઉંચકીને △डइफ ઉપર એવી રીતે મૂકો કે अ, ड ઉપર પડે અને अब, डइ ઉપર પડે, અને

∵ अब = डइ, ∴ ब, इ ઉપર પડે છે.

વળી ∵ ∠अ = ∠ड, તેથી अक, डफ ઉપર પડે છે.

અને ∵ अक = डफ, ∴ क, फ ઉપર પડે છે

અને ∵ ब, इ ઉપર અને क, फ ઉપર પડે છે

∴ बक, इफ ઉપર પડે છે, ∵ बक, इफ સીધી લીટીઓ છે

∵ △ अबक, △डइफ ઉપર બરાબર પડે છે,

નિગમન ∴ △ अबक ≡ △डइफ. પ્ર૦ સિ૦

સૂચના—ઉપરના સિદ્ધાતમા અવશ્ય યાદ રાખવાનુ છે કે બાજુની વચ્ચેના અતર્ખુણાજ બરાબર આપ્યા છે. સમકોણ △ઓમા સરખા ખુણાઓની સામેની બાજુને 'મળતી આવતી' કે 'સગત બાજુ' કહે છે

પ્રશ્નો.

૧ સિદ્ધાત ૧૦મો કાગળમાથી બે ત્રિકોણો કાપી સ્થાનોપરિસ્થિતિમા મૂકી સાબિત કરો

૨ સિ૦ ૧૦મા કયા કયા ખુણા અને બાજુ બરાબર થયા છે ?

૩ સિ૦ ૧૦મો બીજી બે બાજુ અને તેનો અતર્ખુણો લઇ સિદ્ધ કરો

૪* કોઇપણ બે ત્રિકોણ લઇ તેમાં બબ્બે બાજુ બરાબર લઇ અને અતર્ખુણા સિવાયના ખૂણા બરાબર લઇ △ ઓ બરાબર છે કે નહિ તે બતાવો.

૫. કોઇપણ ત્રિકોણમા મધ્યગા પાયાને લંબ હોય તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે એમ બતાવો.

૬ ચતુષ્કોણમા કર્ણો કાટખુણે દુભાગાય તો ચ૦ રોમ્બસ કે ચોરસ છે.

૭ अबના મધ્યબિંદુ कમાંથી अब ઉપર कड લંબ દોરીએ તો कडનુ કોઇપણ બિંદુ अ અને बથી સમાન અંતરે છે એમ સિદ્ધ કરો.

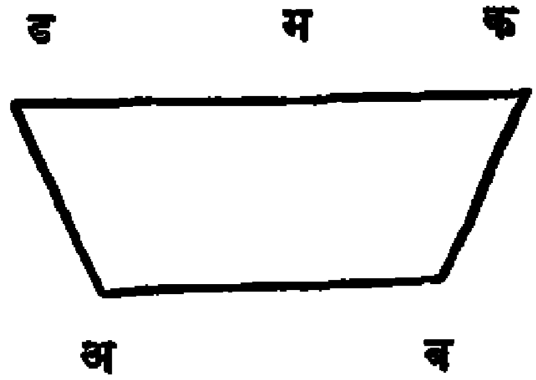
૮ अब અને कड અરસપરસ મધ્યે દુભાગે તો △ अमक ≡ △ बमड.

૯ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમા સમ બાજુના અંતર્ખુણાને દુભાગનારી લીટી પાયાને લબ છે એમ સિદ્ધ કરો.

૧૦. △ अबकમા अब = अक અને अब અને अक માથી અનુક્રમે अड = अइ કાપી છે, તો कड = बइ છે એમ બતાવો

૧૧ अबकड ચોરસમા ल, म, फ અનુક્રમે अब, बक, कडના મધ્યબિંદુ છે તો (૧) अफ = बम, (૨) बफ = डम, (૩) लम = मफ, અને (૪) अम = डम છે એ સિદ્ધ કરો.

૧૨. △अबक ≡ △डइफ છે અને म, बकનુ અને ल, इफનુ મધ્યબિંદુ હોય તો अम = डल અને ∠ अमब = ∠ डलइ છે એ સિદ્ધ કરો



૧૩ अबकड ટ્રાપિઝ્યમમા अड = बक અને ∠ड = ∠क, અને डकमा म એવુ છે કે मड = मक તો अम = बम સિદ્ધ કરો.

૧૪ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણુમા સમ બાજુઓ શિરોબિંદુની બહાર સરખી લબાવીએ તો આ પ્રમાણે થતા ત્રિકોણો સર્વ રીતે બરાબર છે

૧૫ △ अबकमा अड મધ્યગા છે, અને अडने લબાવતાં अड = डइ તો △कडइ ≡ △ बडअ અને △बडइ ≡ △कडअ

૧૬ * अब, कड, मभा દુભાગે તો अक ‖ बड, અને अड ‖ बक

૧૭ अब, कड કાટખુણે દુભાગે તો अकबड રોમ્બસ કે ચોરસ છે

૧૮ *अब = અને ‖ कड તો अक = અને ‖ बड છે.

૧૯.* अबक △ની अब, अक બાજુઓ ઉપર अबइ અને अकड સમબાજુ △ઓ બહારથી દોર્યા હોય તો कइ = बड છે એ સિદ્ધ કરો.

૨૦ अबकडइ નિયમિત પચકોણુમા अक=बड=कइ=डअ=इब છે.

૨૧ * अबकडइफ નિયમિત પટ્કોણુમા अकइ અને बडक સમબાજુ △ ઓ છે એમ બતાવો

૨૨ બે લીટીઓ અરસપરસ દુભાગે તો તે સ૦ ચ૦ના કર્ણો છે.

૨૩. એક ચતુષ્કોણુમા સામસામેની બાજુઓ બગબર છે અને સામ॰ સામેના ખુણાની એક જોડ બરાબર છે તો ચતુષ્કોણુ સ૦ ચ૦ છે

૨૪ ચોરસના કર્ણો તેના ખુણાઓને દુભાગે છે.

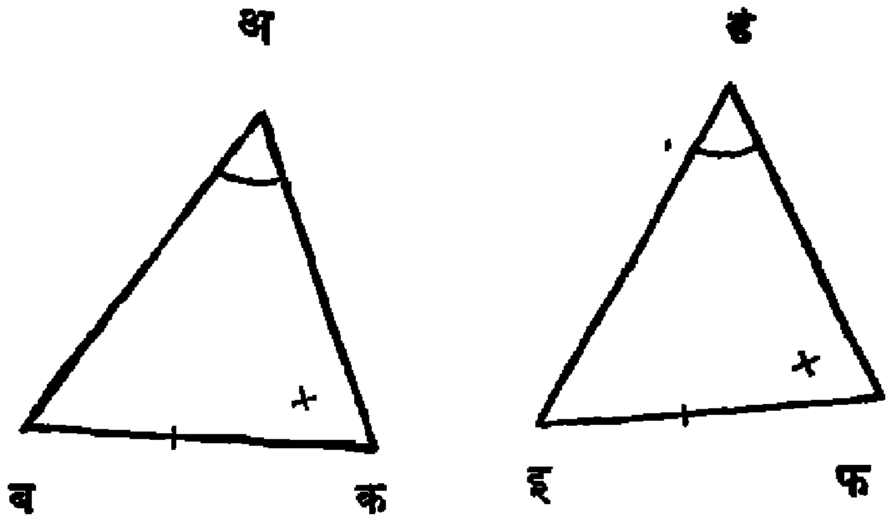
૨૫ अबक ત્રિકોણુની अब, अक ઉપર બહારથી अबहइ, अकलर ચોરસ દોર્યા હોય તો बर = इक છે એમ બતાવો

૨૬. अबकड ચોરસમા म કોઇપણુ બિંદુ છે मअ ઉપર अबनी સામેની બાજુએ अमरल ચોરસ દોર્યો હોય તો बम = डल છે એમ બતાવો.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૧.

જો કોઈ ત્રિકોણુનાં બે ખુણા અને એક બાજુ બીજા

ત્રિકોણુનાં બે ખુણા અને મળતી આવતી બાજુની અનુક્રમે બરાબર હોય તો ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા છે.



अबक અને डइफ △ઓમા बक = इफ અને પહેલાના બે ખુણાઓ બીજાના બે ખુણાની અનુક્રમે બરાબર છે તો △ अबक ≡ △ डइफ થશે

સિદ્ધતા. ∵ △ अबकના ત્રણ ખુણા = ૨ કાટખુણા = △ डइफના ત્રણ ખુણા છે, (પ્ર૦ સિ૦ ૮)

અને ∵ △ अबकના બે ખુણાઓ = △ डइफના બે ખુણાઓ,

∴ △ अबकનો ત્રીજો ખુણો = △ डइफનો ત્રીજો ખુણો. (પ્ર૦ સિ૦ ૮ ઉ.)

∴ ∠ अ = ∠ ड, ∠ ब = ∠ इ, ∠ क = ∠ फ છે.

હવે △ अबकને △ डइफ ઉપર એવી રીતે મૂકો કે ब, इ ઉપર પડે અને बक, इफ ઉપર પડે,

અને ∵ बक = इफ, ∴ क, फ ઉપર પડે છે.

અને ∵ ∠ ब = ∠ इ, ∴ बअ, इड ઉપર પડશે.

અને ∵ ∠ क = ∠ फ, ∴ कअ, फड ઉપર પડશે.

∴ बअ અને कअनु સામાન્ય બિંદુ इड અને फडના સામાન્ય બિંદુ ઉપરજ પડશે, કારણ કે તે બધી સીધી લીટીઓ છે.

∴ △ अबक, △ डइफ ઉપર બરાબર પડે છે

∴ △ अबक ≡ △ डइफ છે. પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્નો.

૧. કાગળમાથી બે ત્રિકોણો પક્ષ પ્રમાણે કાપી સિદ્ધાંત ૧૧ સિદ્ધ કરો.

૨ अबक, डइफ બે △ ઓમા अब = इफ અને ∠ अ = ∠ इ અને ∠ ब = ∠ ड તો △ ઓ સરખા છે? કારણ આપો

૩. *△ अबकમા ∠ ब = ∠ क અને अड, ∠ અને દુભાગે છે તો बड = कड સિદ્ધ કરો

૪ એક ત્રિકોણમાં શિરોબિંદુખુણાને દુભાગનારી લીટી પાયાને કાટખુણે મળે છે તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે.

૫. △ अबक ≡ △ डइफ અને ∠ अ અને ∠ डને દુભાગનારી લીટીઓ પાયાને અનુક્રમે प, लમા મળે છે તો अप = डल સિદ્ધ કરો.

૬. કોઇપણ ખુણાને દુભાગનારી લીટીના એકજ બિંદુમાંથી શાખાલીટીઓ પર દોરેલી લબ બરાબર છે એમ બતાવો

૭ કોઇપણ સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમા સામસામેની બાજુ સરખી છે

૮ કોઇપણ લીટીના મધ્યબિંદુમાથી જતી લીટી પર પહેલી લીટીના છેડામાથી દોરેલી લબ બરાબર છે

૯ કોઇપણ ત્રિકોણમા શિરોબિદુ ખુણાને દુભાગનારી લીટીની સામેના પાયા ઉપરના ખુણા સરખા હોય તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે.

૧૦ अबकड ચતુષ્કોણમા अक, ∠ अ, ∠ कને દુભાગે તો ચતુષ્કોણમા સરખી બાજુના બે જોડકા છે, અને अक ⊥ बड એ સિદ્ધ કરો.

૧૧ કોઇપણ બે સમાન્તર લીટીની વચ્ચે જો કોઈપણ લીટીનો અતર્ભાગ હોય તો આ અંતર્ભાગનુ મધ્યબિદુ સમાન્તર લીટીથી સમાન અતરે છે એમ બતાવો

૧૨ પ્રશ્ન ૧૧માંમા મધ્યબિદુમાથી બીજી કોઇ પણ લીટી સમાન્તર લીટી સુધી દોરીએ તો તે ત્યા દુભાગાય છે

૧૩ પ્રશ્ન ૧૧માંમા મધ્યબિદુમાથી બીજી કોઇપણ બે લીટી સમાન્તર લીટી સુધી દોરીએ તો તેઓની વચ્ચેના સમાન્તર લીટીના અંતર્ભાગ સરખા છે

૧૪ નીચે પ્રમાણે ભૂમિતિ રચના કરવાથી કોઇપણ નદીની પહોળાઇ ઓળંગ્યા વિના નીકળી શકે છે એમ બતાવો —

એક માણસ કિનારા પર અ બિંદુ આગળથી તદ્દન સામેના કિનારા પર બ ઝાડ અથવા કોઇ સ્પષ્ટ દેખાય એવી વસ્તુ જુએ છે આ કિનારા પર તે અથી કિનારાની સમાન્તર અમુક અતર જાય છે અને આ લીટી અબને કાટખુણે આવે તે પ્રમાણે એની ઉપર ક બિંદુ લાકડીથી યા શકુથી નક્કી કરે છે વળી અકની સીધી લીટીમા વધારે દૂર કડ = અક થાય તેમ જઈ તે ડ આગળ અટકે છે, અને ડથી બની સામેની દિશામા અબની સમાન્તર એટલે અડને કાટખુણે જાય છે, અને ઇ બિંદુ આગળ આવી જુએ છે તો બ, ક, ઇ, એકજ સીધી લીટીમા આવેલા છે, તો નદીની પહોળાઇ ડઇ જેટલી છે

૧૫ પાયા ઉપરના ખૂણામાથી સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમા સામેની બાજુને દોરેલી લબો બરાબર છે એમ બતાવો

૧૬. અબકડ ચતુષ્કોણમા અઇ, કફ બન્ને ⊥ બડ છે તો જ્યારે અઇ = કફ ત્યારે બડ, અકને દુભાગે છે એમ બતાવો

૧૭ ફગહ △મા ફગ = ફહ, ને ગક ⊥ ફગ હોઈ ફહને કમા અને હલ ⊥ હફ હોઇ ફગને લમા મળે છે તો ગલ = હક સિદ્ધ કરો

૧૮. * કોઇપણ ત્રિકોણની બહાર ત્રણ એવા બિંદુઓ છે કે જેમાનુ દરેક ત્રણે બાજુથી એકજ અતરે છે અને ત્રિકોણની અદર પણ એવુ એક બિંદુ છે તે શોધી કાઢો

૧૯ સર્વસમાન ત્રિકોણોમા સમાન ખુણાઓમાથી સામેની બાજુ ઉપર દોરેલી લબ બરાબર છે એ સિદ્ધ કરો.

૨૦. અબક △મા ∠ અ = ∠ બ, તો અ, બમાથી સામેની બાજુ ઉપર દોરેલી લબ બરાબર છે.

૨૧ એક આપેલી લીટીમા એવુ એક બિંદુ શોધી કાઢો કે તે બીજી બે આપેલી લીટીઓથી સમાન અતરે હોય

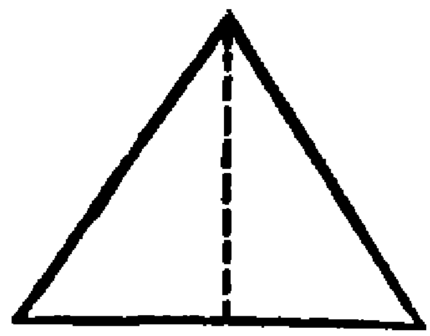
૨૨ * સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમા સામસામેની બાજુઓ બરાબર છે, અને કર્ણો એક બીજાને દુભાગે છે એમ સિદ્ધ કરો

૨૩ અબ લીટીના અ, બમાથી અબને અડ, બઇ લબ દોરી છે. અને અબના મ મધ્યબિંદુમાથી દોરેલી કોઇપણ લીટી આ લબને ડ, ઇમાં છેદે તો અડ = બઇ અને મડ = મઇ છે એમ સિદ્ધ કરો.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૨.

સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં પાયા ઉપરના ખુણા બરાબર છે.

अ



ब फ क

સાધન △ अबक મા अब = अक તો ∠ अकब = ∠अबक થશે.

રચના. ધારો કે अफ, ∠बअकने દુભાગી बकने फमा મળે છે.

સિદ્ધતા. ∵ △ बअफ અને △ कअफमा

बअ = कअ અને अफ સામાન્ય છે, (પ્રતિજ્ઞા)

અને ∠ बअफ = ∠ कअफ, (રચના)

△ बअफ ≡ △ कअफ, (પ્ર० સિ० ૧૦)

∴ ∠ अबफ = ∠ अकफ.

એટલે . अबक △મા ∠ क = ∠ब છે પ્ર० સિ०

ઉપસિદ્ધાંત ૧. સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણની સરખી બાજુ अब, अकने ड, इ સુધી અનુક્રમે લંબાવીએ તો ∠डबक = ∠ इकब.

(∵ આ ખુણા સરખા ब, क ખુણાના દ્વિકાટખુણપૂર્ણી છે)

ઉપસિધ્ધાંત ૨ સમબાજુ ત્રિકોણ સમકોણ છે, કારણ કે ગમે તે સ્થિતિમાં સમબાજુ ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે.

ઉપસિદ્ધાત ૩ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમા પાયાની સામેના ખુણાને દુભાગનારી લીટી પાયાને કાટખુણે દુભાગે છે.

સૂચના. સમદ્રિબાજુ △મા બાજુ એટલે સરખી બાજુ, પાયો એટલે ત્રીજી બાજુ, શિરોબિંદુ એટલે પાયાની સામેનું શિરોબિંદુ અને શિરોબિંદુ આગળનો ખૂણો એટલે પાયાની સામેનો ખૂણો સમજવો.

વ્યા૦—કોઇપણ ત્રિકોણમા કોઇપણ શિરોબિંદુમાથી સામેની બાજુના મધ્યબિંદુ સુધી દોરેલી લીટી મધ્યગા કહેવાય છે.

પ્રશ્નો.

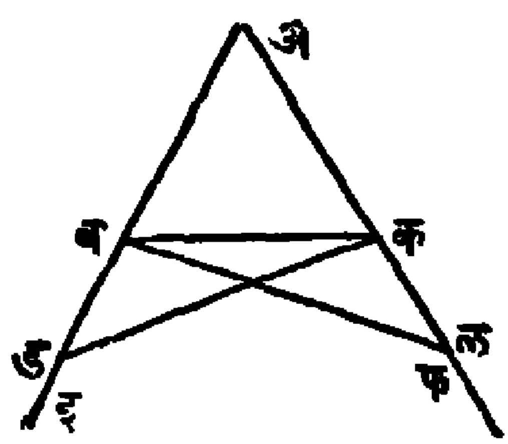
૧. પ્ર૦ સિ૦ ૧૨મા △ अबक, अफनी આસપાસ સમ્મિતરૂપ છે

૨ સમબાજુ ત્રિકોણ કોઇપણ મધ્યગાની આસપાસ સમ્મિતરૂપ છે.

૩ ઉ૦ સિ૦ ૧મા જો (૧) ∠अबक = ૭૨° તો ∠डबक કેવડો ? અને (૨) ∠अकब = ૬૭° તો ∠इकब કેવડો ?

૪. એક ત્રિકોણમા ∠अ = ૩૨°, अब = अक = ૫.૨″ તો પાયા ઉપરના ખુણા કેવડા ?

૫ अबक સમદ્વિબાજુ △ ની સરખી બાજુ अब, अक લબાવતા बड = कल છે તો (૧) △ अबल ≡ △ अकड અને (૨) △ डबक ≡ △ लकब. આ ઉપરથી સિદ્ધ કરો કે ∠अबक = ∠अकब.



૬ સમદ્વિબાજુ △ अबक અને △ डबक વિરૂદ્ધ બાજુએ છે તો (૧) ∠अबड = ∠अकड (૨) ∠बअड = ∠कअड અને ∠बडअ = ∠कडअ

૭ પ્ર૦ સિ૦ ૧૨મા બતાવો કે अफ અને बक એક બીજાને લબ છે.

૮ अबक અને लबक △ ઓ बक પાયા પર એકજ બાજુએ સમદ્વિબાજુ છે તો (૧) ∠अबल = ∠अकल, (૨) △ अकल ≡ △ अबल, (૩) ∠बअल = ∠ कअल, એ સિદ્ધ કરો

૯. अबक △ મા अब = अक = ૭.૫ સે. મી. અને ∠क = ૭૮° છે તો બાકીના ખુણા શોધી કાઢો

૧૦. △ अबक સમદ્વિબાજુ છે અને ड, इ, फ બાજુઓના મધ્યબિંદુ છે તો △ डइफ પણ સમદ્વિબાજુ છે એમ બતાવો.

૧૧ △ अबक સમદ્વિબાજુ છે, इ, फ, સરખી બાજુ अक અને अबના મધ્યબિંદુ છે તો बइ = कफ અને △ बइक ≡ △ कफब.

૧૨ △ अबकमा अब = अक છે અને बइ અને कफ પાયા ઉપરના ખુણાને દુભાગી સામેની બાજુને મળે છે તો बइ = कफ સિદ્ધ કરો.

૧૩. △ अबकमा अब = अक છે અને ∠ क, ∠ बने દુભાગી कड, बड લીટીઓ डમા અનુક્રમે મળે તો डअ, ∠अने દુભાગે છે.

૧૪ अबक △મા अब = अक અને डब, इक પાયાને (बकने) લબ છે અને अक, अबने ड, इमा મળે છે તો △डबक ≡ △ इकब.

૧૫ સમબાજુ ચતુષ્કોણુમા સામસામેના ખુણા બરાબર છે

૧૬ સમ ચોરસમા કર્ણું અને બાજુની વચ્ચેનો અ તર્ખુણો ૪૫° છે.

૧૭ अबकड સમબાજુ ચતુષ્કોણુ છે અને बड કર્ણું છે તો (૧) ∠अडब = ∠कडब, (૨) ∠कबड = ∠अबड, (૩) ∠अबक = ∠अडक છે.

૧૮.* સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણુની સરખી બાજુ લબાવીએ તો બહારનો ખુણો એક કાટખુણા કરતા મોટો છે એમ સિદ્ધ કરો

૧૯* કોઇપણુ સીધી લીટી સુધી બહારના કોઇ બિંદુથી બે કરતાં વધારે સરખી લીટી દોરી શકાય નહિ એમ બનાવો

૨૦* કોઇપણુ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણુમા પાયાને લબાવતા થનો બહારનો ખૂણો અ દરના કોઇપણુ ખુણા કરતા મોટો છે એમ બતાવો.

૨૧* કોઇપણુ સમદ્વિબાજુ △મા પાયા ઉપરના ખુણા સાકડા છે.

૨૨.* પાયા ઉપરના ખુણામાથી સમદ્વિબાજુ કે સમબાજુ ત્રિકોણુમા સામી બાજુ ઉપર દોરેલા લબો બરાબર છે.

૨૩. કોઇપણુ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણુમા પાયાના મધ્યબિંદુમાથી સામેની બાજુ ઉપર દોરેલી લબો બરાબર છે એમ બતાવો.

૨૪* કાટખુણુ ત્રિકોણુની કર્ણુનું મધ્યબિંદુ ત્રણે શિરોબિંદુથી સરખે અતરે છે એમ સિદ્ધ કરો.

૨૫ સમબાજુ △મા દરેક ખુણો ⅔ કાટખુણાની બરાબર છે.

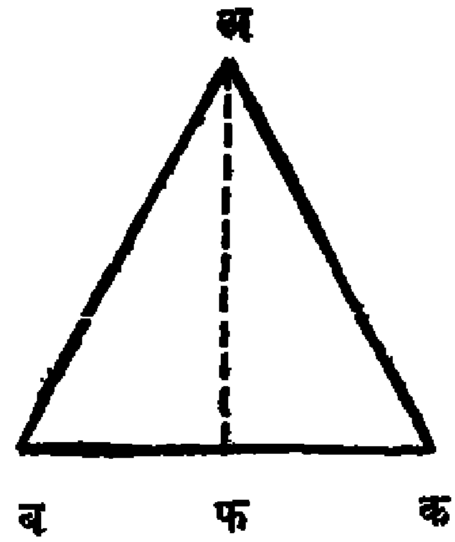
૨૬. કાટખુણુ સમદ્વિબાજુ △મા દરેક ખુણો ½ કાટખુણો છે.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૩.

કોઇપણુ ત્રિકોણુમા જો બે ખુણા બરાબર હોય તો તેની સામસામેની બાજુઓ પણુ બરાબર છે, એટલે કે ત્રિકોણુ સમદ્વિબાજુ છે.

अबक △માં ∠ क = ∠ ब તો अब = अक થશે

રચના ધારો કે अफ લીટી ∠ बअकने દુભાગે છે. (સ્વી. ૬)



સિદ્ધતા હવે ∵ △ अबफ અને △ अकफમા

{ ∠ ब = ∠ क, (પ્રતિજ્ઞા)
∠ बअफ = ∠ कअफ. (રચના)
અને अफ સામાન્ય છે,

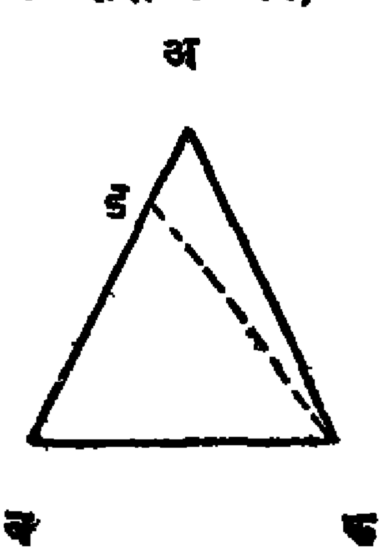
∴ △ अबफ ≡ △ अकफ; (પ્ર૦ સિ૦ ૧૧)

∴ अब = अक. પ્ર૦ સિ૦

અથવા :—

સાધન अबक ત્રિકોણમા ∠अकब = ∠अबक છે તો अब = अक થશે.

રચના. अब, अकની બરાબર ન હોય તો તેમાથી એક બાજુ બીજીથી મોટી હોવી જોઇએ ધારો કે अब, अकથી મોટી છે.



अबमाथी अक = बड कापो અને कड સાધો. (સ્વી૦ કૃ૦)

સિધ્ધતા. હવે ∵ △अकब અને △डबकमा

अक = डब (રચના), अकब ખુણો = अबक ખુણો (પ્રતિજ્ઞા)
અને बक સામાન્ય છે

∴ △ अकब = △डबक છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૧૦)

એટલે આખો ત્રિકોણ તેના એક ભાગની બરાબર છે,
પણ એ અશકય છે

તેથી अब, अकथी મોટી નથી, તેમજ તે નાની પણ નથી.
∴ अब = अक. પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિધ્ધાંત. સમકોણ ત્રિકોણ સમબાજુ છે

પ્રશ્નો

૧. △अबकनी બે બાજુ લંબાવતા બહારના ખુણા બરાબર છે તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે

૨. △अबकमा अब = अक અને क ને ब ખુણાને દુભાગનારી कड અને बड લીટી डमा મળે તો △डबक સમદ્વિબાજુ છે.

૩ પ્રશ્ન ૨મા डअ લીટી अ ખુણાને દુભાગે છે એમ બતાવો

૪ अबकडमा अब =अड અને ∠ब =∠ड તો कब = कड છે.

૫. △अबकमा बकमा प અને ड એવા બિંદુ છે કે ∠बअप = ∠कअड અને अप = अड તો अब = अक છે એમ સિદ્ધ કરો

૬. △अबकमा ∠ब =∠क = ૨ ∠अ, અને ∠बने દુભાગનારી बड લીટી अकને डमा મળે છે તો अड = बड છે એમ સિદ્ધ કરો

૭. જો કોઇ △ના બહારના ખુણાને દુભાગનારી લીટી સામેની બાજુને ‖ હોય તો △ સમદ્વિબાજુ છે એમ સિદ્ધ કરો.

૮.* સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણના પાયાને દોરેલી ‖ લીટી બાજુઓને છેદે તો બીજો સમદ્વિબાજુ △ થાય છે એમ સિદ્ધ કરો.

૯.* કોઇપણ ખુણાને દુભાગનારી લીટીના કોઇપણ બિંદુમાથી એક શાખાલીટીને સમાન્તર લીટી દોરી હોય તો તે બીજી શાખા લીટી સાથે સમદ્વિબાજુ △ કરે છે એમ બતાવો.

૧૦ * સમદ્વિબાજુ △ના પાયા ઉપરનો લંબ એક બાજુને અંદરથી અને બીજીને બહારથી છેદે છે તો બીજો △ સમદ્વિબાજુ છે

૧૧ * કોઇપણ ખુણાને દુભાગનારી લીટીના કોઈ પણ બિંદુમાથી શાખા લીટીને ‖ દોરેલી લીટી રોમ્બસ કે ચોરસ બનાવે છે

૧૨ * अब લીટી कबड़ને बमा મળે છે અને बप, ∠कबअને અને बम, ∠डबअને દુભાગે છે. જો पम ‖ कड હોય તો अम = अब = अप છે અને △ बपम કાટખુણુ છે એમ સિદ્ધ કરો

૧૩ * अब વ્યાસ ઉપરના अपब અર્ધવર્તુળ ઉપર प બિંદુ છે તો ∠अपब કાટખુણો છે એમ સિદ્ધ કરો.

૧૪. अबक સમબાજુ ત્રિકોણની अब, अक બાજુ ઉપર બહારથી अबल, अकर સમબાજુ ત્રિકોણો કાઢ્યા હોય તો लअर એક સીધી લીટી છે

૧૫. સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમા સરખી બાજુના મધ્યબિંદુને સામેના શિરોબિંદુ જોડે સાધનારી લીટીઓ બરાબર છે એમ બતાવો.

૧૬ કોઈપણ ત્રિકોણમા મધ્યગા જે બાજુને તે દુભાગે તેનાથી અર્ધી હોય તો તે કાટખુણુ ત્રિકોણ છે એમ બતાવો.

૧૭. अबक ત્રિકોણના बक પાયા ઉપર ड એક એવુ બિંદુ શોધી કાઢો કે अड = कड હોય

૧૮. अबकड ચતુષ્કોણમા ∠अ, ∠ब પહોળા ખુણા છે અને સરખા છે. જો अब ‖ कड, હોય તો अड = बक છે એમ સિદ્ધ કરો.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૪.

જો એક ત્રિકોણની ત્રણે બાજુઓ અનુક્રમે બીજા ત્રિકોણની ત્રણે બાજુની બરાબર હોય તો ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા છે.

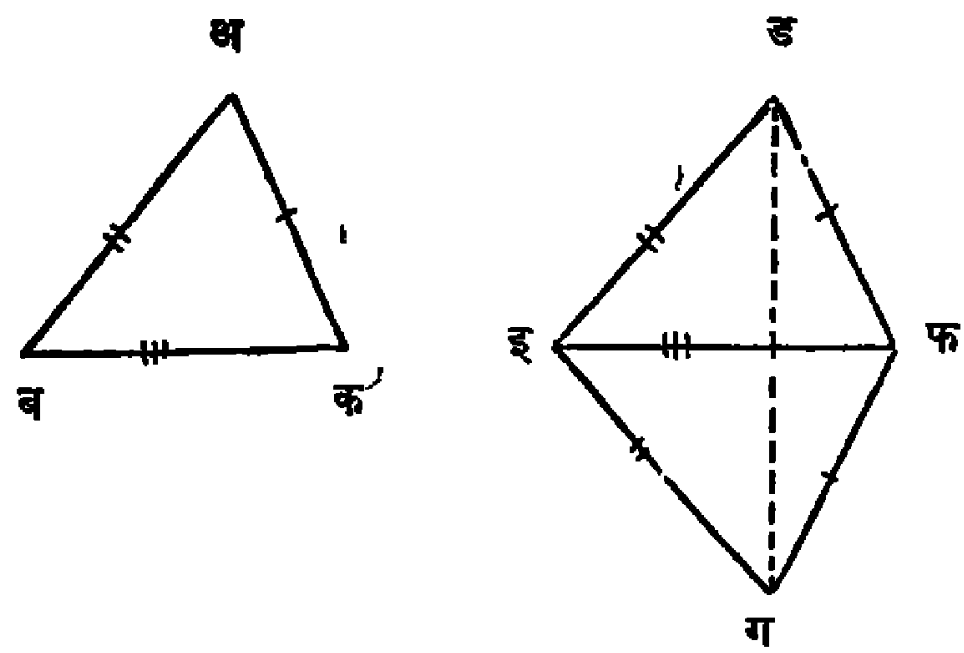
સાધન. अबक અને डइफ ત્રિકોણોમાં अब = डइ, बक = इफ અને कअ = फड છે, તો △ अबक ≡ △ डइफ થશે.

સિદ્ધતા. △ अबकને ઉંચકીને એવી રીતે મૂકો કે ब, इ ઉપર અને बक, इफ ઉપર પડે,

અને ∵ कब = इफ, તેથી क, फ ઉપર પડે છે —

પણ એવી રીતે કે अ, ड તરફ ન પડતા તેની સામેની બાજુએ પડે ધારો કે ग ઉપર अ પડે છે डग સાધો

પહેલો ભાગ. डग, इ અને फની વચ્ચે પડે છે



હવે ∵ इडग ત્રિકોણમા इग (એટલે बअ) = इड

∴ ∠इडग = ∠इगड, (પ્ર૦ સિ૦ ૧૨)

અને ∵ फडग ત્રિકોણમા, फग = फड (?)

∴ ∠फडग = ∠फगड, (પ્ર૦ સિ૦ ૧૨)

આખો ∠इडफ = આખો ∠इगफ, (પ્ર૦ પ્ર૦)

પણ ∵ ∠इगफ = ∠कअब છે, (?)

∴ ∠बअक = ∠इडफ. (પ્ર૦ પ્ર૦)

વળી ∵ △ अबक અને △ डइफमा

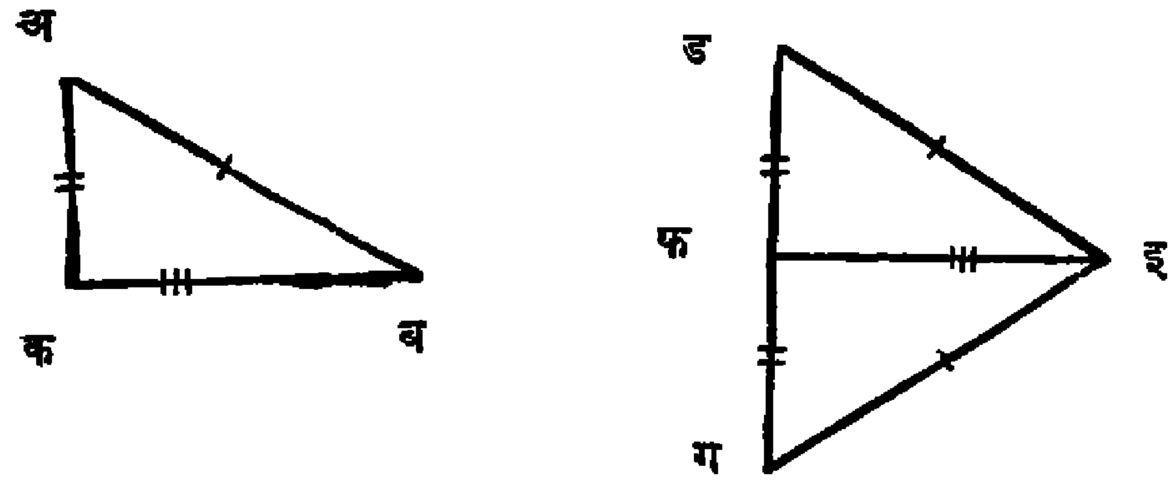
अब = डइ અને अक = डफ, (પ્રતિજ્ઞા)

અને ∠बअक = ∠इडफ, (સિદ્ધતા)

∴ △ अबक ≡ △ डइफ (પ્ર૦ સિ૦ ૧૦)

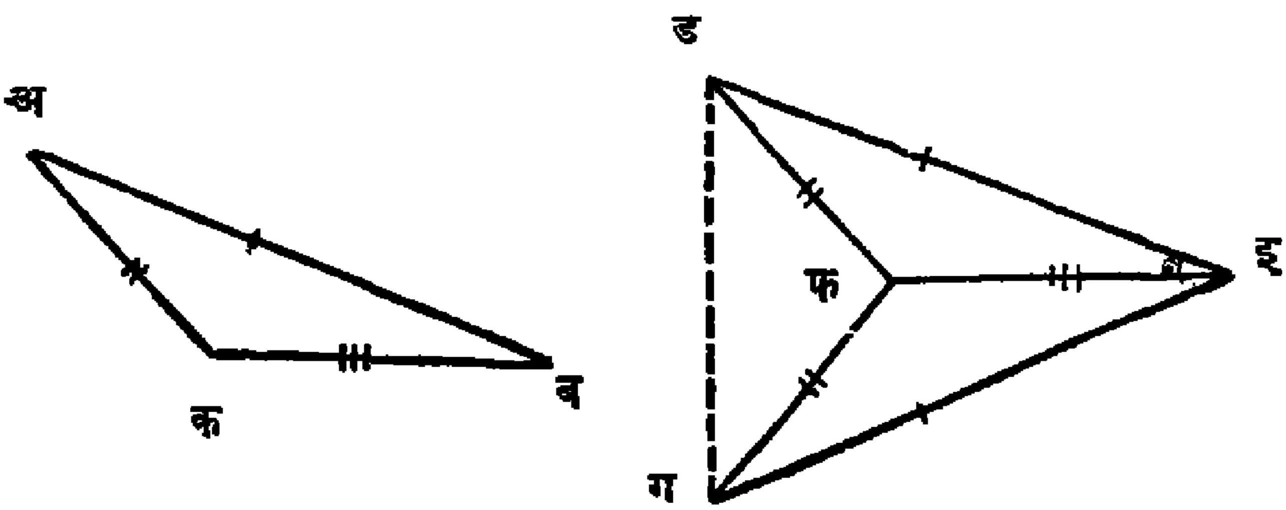
નોધ—આ સિદ્ધાતમા પહેલા ભાગમા આપેલી સિદ્ધતાજ કરે તો ચાલશે નીચેના બે ભાગો વધારા તરીકેજ છે. પરીક્ષામા એની જરૂર નથી.

બીજો ભાગ. डग પાયાના फ છેડામાથી જાય છે



હવે ∵ इडग △મા इड = इग (?)
∴ ∠इगड = ∠इडग (પ્ર સિ. ૧૨)
પણ ∠इगड = ∠बअक
∴ ∠बअक = ∠इडफ
∴ △ अबक ≡ △ डइफ (પ્રથમ ભાગ)

ત્રીજો ભાગ. डग પાયાની બહાર પડે છે



હવે ∵ इडग ત્રિકોણમા इग = इड (?)
∴ ∠इडग = ∠इगड, (પ્ર. સિ ૧૨)
અને ∵ डफग ત્રિકોણમા फग = फड, (?)
∴ ∠फडग = ∠फगड, (પ્ર. સિ ૧૨)
∴ બાકીનો ∠इडफ = ∠इगफ. (પ્ર૦ પ્ર૦)
પણ ∠इगफ = ∠बअक, તેથી ∠बअक = ∠इडफ,
∴ △अबक ≡ △ डइफ. (પ્રથમ ભાગ). **પ્ર. સિ.**

પ્રશ્નો.

૧. સિદ્ધાત ૧૪નો પ્રતીપ સિધ્ધાત કહો તે સત્ય છે? (જુઓ પાનું ૧૮૩)

૨. એક વર્તુળમા બે જ્યા બરાબર છે તો તેઓની સામેના મધ્યબિંદુ આગળના ખુણા પણ બરાબર છે

૩. अबक વર્તુળમા પરિધ ઉપર अ, ब, क, ड ચાર બિંદુઓ છે અને $\angle$ अमब = $\angle$ कमड તો अक = बड (म મધ્યબિંદુ છે)

૪. अबक વર્તુળમા अब જ્યા છે અને ड, अबનું મધ્યબિંદુ છે; તો જો म, વર્તુળનુ મધ્યબિંદુ હોય તો मड, अबને $\perp$ છે

૫ એકજ પાયા ઉપર પણ વિરુદ્ધ બાજુ પર બે સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણો છે, તો તેના શિરોબિંદુને સાધનારી લીટી પાયાની સામેના ખુણાઓને દુભાગે છે એમ બતાવો

૬ डअ પાયા ઉપર એકજ બાજુએ इडअ અને फडअ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણો છે તો इफ, डअને કાટખુણે દુભાગે છે

૭ પ્રશ્ન ૬મા ત્રિકોણો વિરુદ્ધ બાજુએ હોય તો પણ પ્રશ્ન ખરો છે.

૮* બે વર્તુળો अ, कमा છેદે છે તો તેના મધ્યબિંદુને સાધનારી લીટી अकને કાટખુણે દુભાગે છે

૯ अबकड ચતુષ્કોણમા अब = अड અને बक = कड તો अक, $\angle$अ અને $\angle$कને દુભાગે છે અને अक $\perp$ बड

૧૦ अबकड ચતુષ્કોણમા अड = बक અને अक = बड તો $\angle$अडक = $\angle$बकड, અને જો अक, बड લીટીममा છેદે તો मकड $\triangle$ સમદ્વિબાજુ છે

૧૧. ચતુષ્કોણમાં સામસામેની બાજુઓ બરાબર હોય તો સામસામેના ખુણાઓ પણ બરાબર છે એમ બતાવો

૧૨. રોમ્બસમા કર્ણો ખુણાઓને દુભાગે છે,

૧૩ રોમ્બસમા કર્ણો અરસપરસ કાટખુણે દુભાગાય છે,

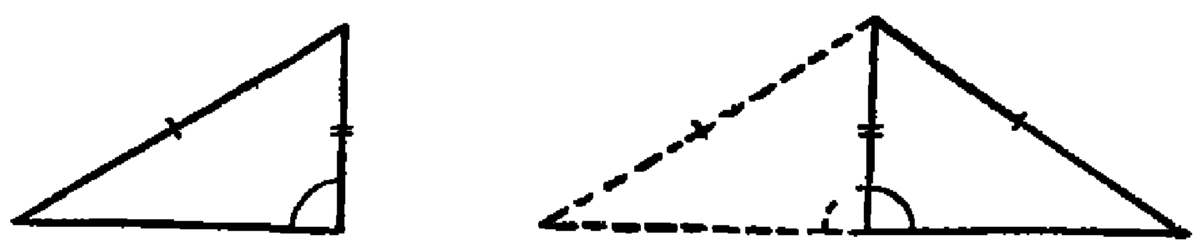
૧૪.* સમકેંદ્ર વર્તુળોને એક લીટી अ, ब, અને क, डमा છેદે છે તો अक = बड અને તેઓની સામેના મધ્યબિંદુ આગળ ખુણાઓ સરખા છે.

૧૫.* ત્રિકોણોની બાજુને દુભાગનારા લબ એકબિંદુગામી છે.

૧૬.* ત્રિકોણના શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુ ઉપર દોરેલા લબ એકબિંદુગામી છે

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૫.

જો બે કાટખુણુ ત્રિકોણુની કર્ણુ સરખી હોય અને એકની એક બાજુ બીજાની એક બાજુની બરાબર હોય તો ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા છે.



अबक અને डफइ બે △ઓમા ∠क અને ∠इ કાટખુણા છે. અને अब કર્ણું = डफ કર્ણું અને अक બાજુ = डइ બાજુ છે, તો

△ अबक ≡ △ डफइ થશે.

સિધ્ધતા △ डफइને △ अकबની સાથે એવી રીતે મૂકો કે ड, अ ઉપર પડે અને डइ, अक ઉપર પડે અને

∵ डइ = अक, ∴ इ, क ઉપર પડશે

અને फ, ब તરફ ન પડતા બની વિરૂદ્ધ બાજુએ फ' ઉપર પડે;

ત્યારે △ अकफ' △ डइफनी નવી સ્થિતિ થઇ

હવે ∵ ∠ अकब, = ૯૦° અને ∠ अकफ' = ૯૦° (?)

∴ ∠ अकब + ∠ अकफ' = ૨ કાટખુણા

∴बकफ' એક સીધી લીટી છે (પ્ર૦ સિ૦ ૨)

અને ∵ △ अबफ'મા अब = अफ' ∴ ∠ फ' = ∠ ब (પ્ર૦ સિ૦ ૧૨)

હવે ∵ अबक અને अफ'क △ઓમા

∠ब = ∠फ' અને ∠ अकब = ∠ अकफ' અને अब = अफ',

∴△ अबक ≡ △अफ'क એટલે (પ્ર૦ સિ૦ ૧૧)

∴△अबक ≡ △ डफइ. પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્નો.

૧ સિધ્ધાંત ૧૫ સિ૦ ૧૧ની મદદ વિના સ્થાનોપરિ સ્થિતિથી સિધ્ધ કરો

૨ अबक △મા अक, अब ઉપર અનુક્રમે बम, कर લબ છે, જો बम = कर તો अब = अक છે એમ સિદ્ધ કરો

૩ △ अबकमा ∠ ब અને ∠ कने દુભાગનારી લીટીઓ डमां મળે તો डअ, ∠अने દુભાગે છે એમ બતાવો

૪ △अबकमा अब = अक અને अड, बकને કાટખુણે મળે છે તો △अबड ≡ △ अकड એ સિદ્ધ કરો

૫ કોઇપણ ખુણાની શાખાલીટીઓ પર દોરેલી લબ સરખી હોય તો તે લબનુ છેદનબિંદુ તે ખુણાને દુભાગનારી લીટી ઉપર છે એમ બતાવો

૬ કોઇપણ વર્તુળમા મધ્ય બિંદુમાથી જ્યા ઉપર દોરેલી લબ જ્યાના બે સરખા ભાગ કરે છે એમ સિદ્ધ કરો

૭ પ્રશ્ન ૬ની મદદથી બતાવો કે બે જ્યા જો સરખી હોય તો મધ્ય બિંદુમાથી તેઓ પર દોરેલી લંબ પણ સરખી છે

૮ કોઇપણ ત્રિકોણમા ખુણાઓમાથી સામેની બાજુ ઉપર દોરેલી લબ બરાબર હોય તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે

૯ કોઇપણ ત્રિકોણમા પાયાના મધ્ય બિંદુમાથી સામેની બાજુ પર દોરેલી લબ બરાબર હોય તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે

૧૦ अबक અને डइफ△ઓમા बक અને इफ ઉપર अप અને डम લબ છે જો अप = डम, अब = डइ અને अक = डफ તો △ अबक ≡ △ डइफ છે એમ સિદ્ધ કરો

૧૧ પ્રશ્ન ૧૦મા अप = डम, अब = डइ અને बक = इफ તો △ अबक ≡ △ डइफ છે એમ સિધ્ધ કરો

૧૨ એક વર્તુળમા પરિઘ પરના प અને क બિંદુમાથી अब વ્યાસ ઉપર पम, कड બે સરખા લબ દોર્યા છે તો अपब △ ≡ बकअ△ છે.

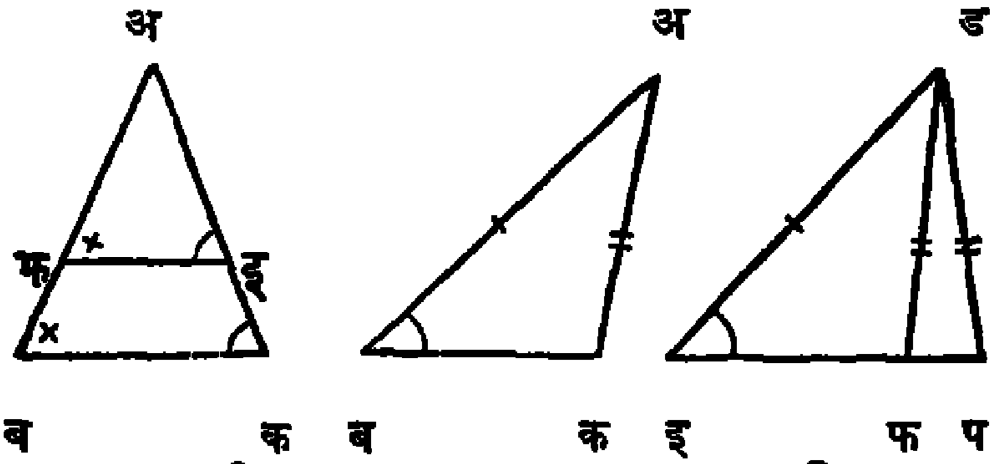
ત્રિકોણોની સમાનતા ઉપર નોટ

ઉપલા સિધ્ધાંતો ઉપરથી માલમ પડ્યુ હશે કે બે ત્રિકોણોમાં નીચે પ્રમાણે પક્ષ હોય તો તે ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા છે—

૧. બે બાજુ અને અંતર્ખુણો સરખા —પ્ર૦ સિ૦ ૧૦,
૨. બે ખુણા અને મળતી આવતી બાજુ સરખા—પ્ર૦ સિં૦ ૧૧,
૩ ત્રણે બાજુ સરખી —પ્ર૦ સિ૦ ૧૪,
૪ કાટખુણ △ ઓમા કર્ણ અને એક બાજુ સરખા–પ્ર૦ સિ૦ ૧૫

ઉપર પ્રમાણેનો પક્ષ બન્ને ત્રિકોણોમાં અનુક્રમે સરખો હોય તો તે ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા હોય છે દરેક ત્રિકોણમા ત્રણ બાજુ અને ત્રણ ખુણા મળી ૭ તત્ત્વ યા અગ હોય છે આમાથી ગમે તે સરખા આપ્યા હોય તો ત્રિકોણો સરખા છે એમ નથી, કારણ કે,

(૧) નીચે બતાવેલી આકૃતિમા બન્ને ત્રિકોણમા ખુણાઓ અનુક્રમે સરખા છે પણ કાઇ ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા નથી



(૧)ની આકૃતિ (૨)ની આકૃતિ.

(૨) તેમજ વળી ઉપરની આકૃતિમા બે બાજુઓ અને તેમાની એકની સામેનો ખુણો અનુક્રમે બરાબર છે પણ હમેશા બન્ને ત્રિકોણો સરખા નથી. કારણ કે △ अबक ≡ △ डइफ, પણ △ अबक, △ डइप સરખા નથી, જો કે બન્નેમા ઉપરનો પક્ષ છે આ ઉપરથી માલમ પડે છે કે આવા પ્રશ્ન ઉપરથી બે ત્રિકોણો કોઇ વખતે સરખા હોઈ શકે છે, કારણ કે अकने મળતી આવતી બાજુ इफने બે બિન્દુમા મળી શકે છે અને તેમાની એકજ સ્થિતિમા (જ્યારે डफमा હોય છે ત્યારે) બન્ને ત્રિકોણ બરાબર છે. વળી જ્યારે △ઓ બધી રીતે સરખા નથી ત્યારે ∠ अबक અને ∠ डपइ ન્યૂનતાપૂરક છે ∵ ∠ अकब = ∠ डफइ = ૧૮૦°–∠ डफप =૧૮૦° – ∠ डपइ.

આ પ્રમાણે જ્યારે બે બાજુ અને સામેના ખુણાનો પક્ષ આપ્યો હોય ત્યારે નક્કી કહી શકાય નહિ કે ત્રિકોણો સરખા છે કે નહિ, માટે આ

સિદ્ધાંતને "ત્રિકોણોની સમાનતાનો અનિશ્ચિત સિદ્ધાંત" કહેવામા આવે છે. જ્યારે આપેલા ખુણાઓ કાટખુણા હોય છે ત્યારે એ સિદ્ધાત ૧૫માનુ ૩૫ છે અને સઘળી અનિશ્ચિતતા જતી રહે છે.

ત્રિકોણ પરના સામાન્ય પ્રશ્નો.

૧ નીચેના પક્ષ ઉપરથી કયા કયા ત્રિકોણો સરખા છે તે કહો·–

△ अबक અને △ अ ब'क'મા

(અ) ∠अ = ∠ अ' = ૭૫°, અ = અ'= ૩·૪", બ = બ' =૨·૧".

(બ) ∠ब = ∠ब' = ૫૫°, બ = બ'=૩·૫ સે, ક = ક' = ૫·૮ સે.

(ક) ∠अ=∠अ' = ૪૨°, ∠ब = ∠ब = ૧૧૨°,∠क=∠क =૨૬°

(ડ) અ = અ' = ૪·૦", બ = બ' = ૪·૫", ક = ક' = ૫·૪"

(ઈ) ∠क = क' = ૯૦°, ક = ક' = ૪·૦", અ = અ' = ૩·૭".

(ફ) ∠क = ∠क' =૭૫°, બ=બ' = ૨·૪ સે, અ= અ'=૪·૨ સે.

(ક્ષ) ∠अ = अ' = ૯૦°, અ = અ' = ૫·૨ સે, બ=બ' =૩·૭ સે

(પ) ∠ब = ∠ब' = ૬૧°, ક = ક' = ૩·૯", બ = બ' = ૨·૭".

(ય) અ = અ' = ૫·૫", બ = બ' = ૬·૮", ∠क = ∠क=૧૧૨°.

૨ પ્રશ્ન ૧મા જ્યા ત્રિકોણો સરખા ન હોય ત્યા કારણ બતાવો.

૩ કોઈપણ ત્રિકોણના માહેના ખુણાનો શો ગુણ ?

૪ કોઈપણ ત્રિકોણના બહારના ખુણાનો શો ગુણ છે?

૫ પ્રશ્ન ૪, પ્ર સિ. ૯મા આવી શકે કે નહિ તે બતાવો.

૬. લીટી અને બાજુના પક્ષ ઉપરથી ખુણાનુ સાધ્ય કયા કયા સિદ્ધાતમા છે તે કહો તે સિદ્ધાતની પ્રતિજ્ઞા કહો

૭ કયી કયી વખતે બે ત્રિકોણો સરખા થવાજ જોઈએ?

૮ કયી કયી વખતે બે ત્રિકોણો સરખા થાય યા ન થાય ?

૯ બાજુ પ્રમાણે ત્રિકોણના વિભાગ પાડો

૧૦ ખુણા પ્રમાણે ત્રિકોણના વિભાગ પાડો

૧૧ સિદ્ધાત ૧૫મામા લબના એકજ (अ) બિંદુમાથી દોરેલી લીટી આડી સીધી લીટી સાથે સરખા ખુણા કરે છે તે સરખી છે.

૧૨ સિદ્ધાત ૧૫મામા લબના કોઈ પણ એકજ બિંદુમાથી જે લીટી લબ સાથે સરખા ખુણા કરે છે તે સરખી છે.

૧૩ કોઇ બે ત્રિકોણુમાં એકની બે બાજુ બીજાની બે બાજુની બરાબર હોય અને સરખી બાજુના એક જોડકાની સામેના ખુણાઓ પણ સરખા હોય તો સરખી બાજુના બીજા જોડકાની સામેના ખુણા સરખા છે યા ન્યૂનતાપૂરક છે.

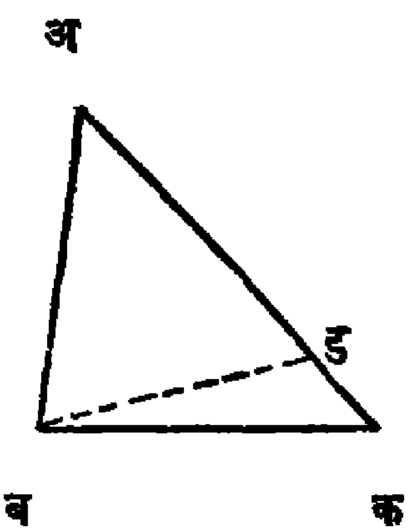
૧૪ ઉપલા પ્રશ્નમા આપેલા સરખા ખુણાની સામેની બાજુ સિવાયની સરખી બાજુની સામેના ખુણાઓ બન્ને સાકડા, પહોળા અથવા કાટખુણા હોય તો △ઓનો શો સબંધ છે? આપેલા સરખા ખુણાઓ કાટખુણા કે પહોળા ખુણા હોય તો △ઓનો શો સંબંધ છે?

નોધ ત્રીજા વિભાગમા ત્રિકોણો બનાવવાની જે જે રચનાઓ આપી છે તેને ત્રિકોણુની સર્વસમાનતા વિષેના પ્રમેય સિદ્ધાતોના પક્ષભાગ સાથે સરખાવો

§ ૧૭. ત્રિકોણુમાં બાજુ અને ખુણાનો સંબંધ.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૬.

જો કોઇપણ ત્રિકોણુમાં એક બાજુ બીજી કરતાં મોટી હોય તો મોટી બાજુની સામેનો ખુણો નાની બાજુની સામેના ખુણા કરતા મોટો છે.



△ अबकમા अक > अब છે, તો ∠अबक > ∠अकब થશે.

રચના. મોટી अकમાથી अब = अड કાપી बड સાધો

સિધ્ધતા. ∵ बकड △ની कड બાજુ अ સુધી લબાવી છે;

∴ ∠अडव > ∠ वकड, (પ્ર૦ સિ૦ ૮ ઉ૦)
પણ ∵ △अवडમા अड = अव, (રચના)
∴ ∠अवड = ∠अडव, (પ્ર૦ સિ૦ ૧૨)
પણ ∠अडव > वकड,
∴ ∠ अवड પણ > ∠अकव (∠ वकड),
∴ ∠अवक પણ ∠अकवથી ઘણો મોટો છે પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્નો.

૧ કોઇપણ △મા સૌથી મોટો અને સૌથી નાનો ખૂણો કયો?

૨ કોઇપણ △મા સૌથી મોટી બાજુ પરના ખુણા સાકડા ખુણા છે.

૩- अवकड ચતુષ્કોણમા अव સૌથી નાની અને कड સૌથી મોટી છે તો ∠अ > ∠क અને ∠ड < ∠व છે એ સિદ્ધ કરો

૪ △ अवकमा अव > अक અને अवमा अड = अक અને अइ, ∠अने દુભાગી वकने इमा મળે છે તો બતાવો કે ∠व < ∠क બતાવો

૫. કોઇપણ △મા એક બાજુ બીજી કરતા મોટી હોય અને શિરોબિંદુમાથી પાયા સુધી કોઈ પણ લીટી △મા દોરીએ તો તે < મોટી બાજુ.

૬ પ્રશ્ન ૫માંમા બન્ને બાજુ સરખી છે તો પણ સાધ્ય સત્ય છે.

૭ △अवकमा अव > अक અને अकने વધારી अड = अव કરીએ તો ∠अकव > ∠अवक એ સિદ્ધ કરો

૮.* કોઇપણ △મા બે ખૂણા બરાબર હોય તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજૂ છે એમ પ્રમેય સિદ્ધાત ૧૬થી સાબિત કરો

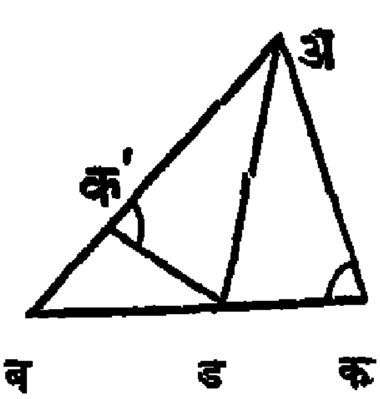
૯ * પ્ર૦ સિ૦ ૧૬ની આકૃતિમા∠अने દુભાગનારી લીટી ⊥ वड છે, તો ∠डवक=½∠ (व-क) અને ∠अवड=½∠ (व+क) છે એમ બતાવો

૧૦ * ચતુષ્કોણમા अव, वक, कड, डअ ઉતરતા ક્રમમા હોય તો ∠ड > ∠व એ સાબિત કરો.

૧૧. अवक△ મા अव > कअ લો,

△ને अड ઉપર ખેવડ વાળી બતાવો કે

∠क > ∠व છે

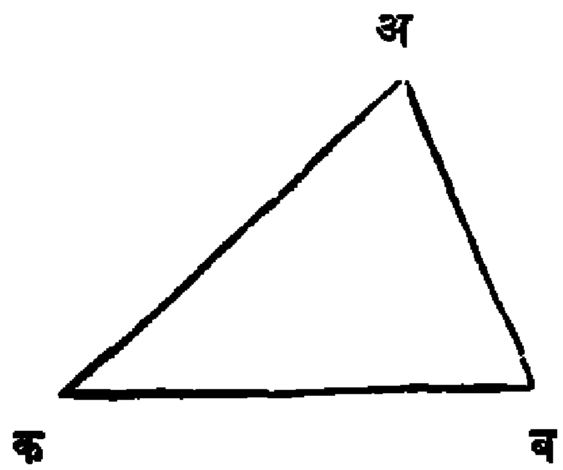


૧૨ अबकड સ૦ ચ૦મા अब > अड છે તો ∠अडब > ∠बडक છે.

૧૩.* ત્રિકોણમા એક બાજુ બીજી કરતા મોટી હોય તો ત્રિકોણના શિરોબિંદુને પાયાના મધ્યબિંદુને સાંધનારી લીટી ત્રિકોણની મોટી બાજુ અને શિરોબિંદુ ખુણાને દુભાગનારી લીટીની વચ્ચે આવવી જોઇએ

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૭.

જો કોઇપણ ત્રિકોણમાં એક ખુણો બીજા ખુણા કરતાં મોટો હોય તો મોટા ખુણાની સામેની બાજુ નાના ખુણાની સામેની બાજુ કરતા મોટી છે.



अबक ત્રિકોણમા ∠ अबक > ∠ अकब છે તો कअ > अब થશે

સિધ્ધતા. (૧) अक > अब, અથવા (૨) अक = अब, અથવા (૩) अक < अब હોવી જોઇએ

જો अक < अब હોય તો ∠ ब < ∠ क છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૧૬)
પણ પક્ષ પ્રમાણે તે અશક્ય છે તેથી (૩) અસત્ય છે.

તેમજ જો अक = अब, તો ∠ ब = ∠ क છે (પ્ર૦ સિ૦ ૧૨)
પણ તે અશક્ય છે માટે (૨) પણ અસત્ય છે

∴ (૧)લુજ ખરૂ હોવુ જોઇએ,

∴ अक, अब કરતા મોટી છે

ટીપ—ઉપલા સિદ્ધાતમાં જે જાતની સિદ્ધતા વાપરી છે તેને "અવચ્છેદક કે ક્રમવિરૂધ્ધ સિદ્ધતા" કહે છે એ સિદ્ધતામા સિદ્ધાતના સાધ્યને એક રીત સિવાય બીજી બધી રીતે ખોટો ઠેરવી તે એકજ રીત સત્ય ઠેરવવામા આવે છે

પ્રશ્નો.

૧. કાટખૂણુ ત્રિકોણમા કયું મોટામા મોટી બાજુ છે

૨. अबकड ચતુષ્કોણમા कड સૌથી મોટી અને अब સૌથી નાની છે તો ∠ अ > ∠ क અને ∠ ब > ∠ ड છે એમ બતાવો,

૩. પહોળખુણુ△મા પહોળા ખુણાની સામેની બાજુ સૌથી મોટી છે.

૪ કોઇપણ△મા સૌથી મોટા∠ની સામેની બાજુ>બીજી કરતાં

૫. એકજ બિંદુમાથી લબ અને બીજી એક સીધી લીટી એક બીજી સીધી લીટી સુધી દોરીએ તો તેમા લંબ નાની છે.

૬. △ अबक સમદ્વિબાજુ છે અને अब = अक અને ड, बक પર લબાવીને યા લબાવ્યા વગર લઇએ તે પ્રમાણે अड > < अब (अक).

૭. △ अबकमा ∠ ब અને ∠ क ને દુભાગનારી લીટીઓ ममा મળે છે જો अब > < अक તો તે પ્રમાણે मब > < मक છે એમ બતાવો.

૮. अबक △મા ∠अને દુભાગનારી લીટી बकને डમા મળે છે તો अब > बड અને अक > कड છે એમ બતાવો.

૯. अबक △માં अड, बकने લબ છે તો अब > बड અને अक > कड છે એમ બતાવો

૧૦ अबक △મા अब, बकने લબાવી થતા બહારના ખુણાને દુભાગનારી લીટી डમા મળે તો જો अब > अक, તો डक > डब છે.

૧૧ *अबक સમબાજુ △મા કોઇપણ લીટી બે સરખી બાજુને इ અને फ મા છેદી बक પાયાને क તરફ લબાવતા डમા મળે છે તો તે જો अबને इમા છેદે તો अइ < अफ છે એ સિદ્ધ કરો.

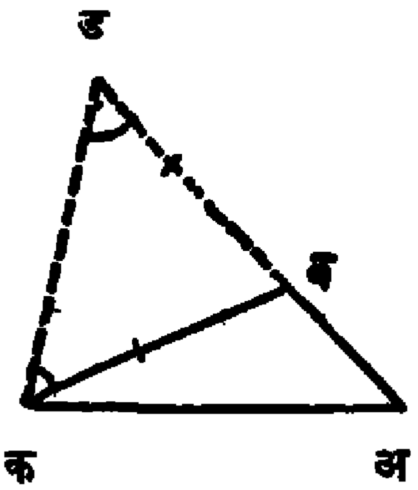
૧૨ अबक △મા बड, कइ સામેની બાજુ પર દોરેલી લબ ममां છેદે છે તો જ્યારે अब > अक ત્યારે मब > मक છે એ સિદ્ધ કરો.

૧૩ अबक △મા अब = अक, मर એ બાજુઓને म, र મા અને પાયાને क તરફ લબાવતા लमा છેદે તો अर > अम છે એ સિદ્ધ કરો.

૧૪ એક આપેલા બિંદુમાથી આપેલી લીટી સુધી બેજ સરખી લીટી દોરી શકાય છે.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૮.

કોઇપણ ત્રિકોણુની બે બાજુ મળીને ત્રીજી કરતાં મોટી છે.



अबक ત્રિકોણમા (૧) अब + बक > अक;
(૨) बक + कअ > अब;
(૩) अक + अब > बक થશે

રચના. अबને લબાવી कब = बड કરો અને डक સાધો (સ્વી૦ ૬૦)

સિદ્ધતા. △ बडकमा

∵ बक = बड, ∴ ∠ बडक = ∠ बकड, (પ્ર૦ સિ૦ ૧૨)

પણ ∠ अकड > ∠ बकड, ∴ ∠ अडक > ∠ अकड (∠ बडक).

વળી △ अडकमा

∵ ∠ अकड > ∠ अडक, ∴ अड > अक; (પ્ર૦ સિ૦ ૧૭)

પણ अड = अब + बड = अब + बक; (રચના)

∴ अब + बक > अक છે; એજ પ્રમાણે बक + कअ > अब;
અને अक + अब > बक છે પ્ર૦ સિ૦

નોંધ—આ સિદ્ધાત કેવળ એક પ્રત્યક્ષ પ્રમાણુ છે. કારણુ કે अથી ब સુધી જઇને क સુધી આવવુ એ પ્રત્યક્ષ રીતે अથી क સુધી સીધુ આવવાના કરતા વધારે છે.

પ્રશ્નો.

૧. ∠ अबकने દુભાગી પ્ર૦સિ૦ ૧૭ની મદદથી પ્ર૦સિ૦ ૧૮ સિદ્ધ કરો

૨. કોઈ પણ ત્રિકોણુમાં બે બાજુનો તફાવત ત્રીજી કરતાં નાનો છે. (પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૮ ના ૧૯ની મદદ લો).

૩. કોઈપણ પાયા ઉપર બે ત્રિકોણો એકજ બાજુએ એક બીજાની અંદર હોય તો અંદરના △ની બાજુનો સરવાળો બહારના △ની બાજુના સરવાળા કરતાં નાનો છે એમ બતાવો.

૪ કોઇપણ ત્રિકોણમાના એક બિંદુને શિરોબિંદુઓ સાથે સાધીએ તો આ લીટીઓનો સરવાળો △ની બાજુની અર્ધી પરિમિતિથી વધારે છે.

૫ ૪ ૩ સે મી, ૩ ૫ સે. મી ને ૭ સે મી ની બાજુવાળો △ કરો.

૬ કોઇપણ ચતુષ્કોણમા બધી બાજૂનો સરવાળો કર્ણના સરવાળા કરતા મોટો છે એમ બતાવો

૭ પ્રસ્ન ૪મા જોડેલી લીટીઓનો સરવાળો પરિમિતિથી ઓછો છે

૮. કોઇપણ ચતુષ્કોણમા ત્રણ બાજુનો સરવાળો ચોથી કરતા મોટો છે.

૯. △ अबकમાં ड બિંદુ એવુ છે કે अड = अब અને ∠बअडને દુભાગનારી લીટી कबને मમા મળે છે તો बम = डम અને कब લીટી कड કરતા મોટી છે એમ સિદ્ધ કરો

૧૦ △ अबकની अक બાજુમા ड બિંદુ છે તો अब + अक > डब + कड છે એમ બતાવો.

૧૧ કોઇપણ વર્તુળમા જ્યા વ્યાસ કરતા નાની છે

૧૨* કોઇપણ △માં બે બાજુઓ મળી ત્રીજી બાજુને મળતી મધ્યગાની બમણાઈથી મોટી છે એમ સિદ્ધ કરો.

૧૩* કોઇપણ △મા બાજુનો સરવાળો મધ્યગાના સરવાળા કરતાં મોટા છે એમ સિદ્ધ કરો

૧૪* अबक △મા बकમા ड બિંદુ લીધુ હોય તો अड લીટી △ની અર્ધી પરિમિતિથી નાની છે એમ સિદ્ધ કરો.

૧૫.* अबकड ચતુષ્કોણમા प કોઇપણ બિંદુ હોય તો સામસામેની બાજુનુ એક જોડકુ અથવા કર્ણોનો સરવાળો पअ + पब + पक + पड કરતાં નાનો છે એમ બતાવો

૧૬. કોઇપણ સીધીલીટીઆકૃતિમા એક બાજુ કરતા બીજી બધી બાજુઓનો સરવાળો મોટો છે એમ બતાવો.

૧૭. ત્રિકોણુની અંદરના કોઇપણુ બિંદુના શિરોબિંદુ સુધીનાં અંતરોનો સરવાળો ત્રિકોણુની બાજુના અર્ધાથી મોટો છે એમ બતાવો.

૧૮ પ્રશ્ન ૧૭ કોઇપણુ સીધીલીટીઆકૃતિને પણુ લાગુ પાડો.

૧૯. △ની મધ્યગા અને જે બાજૂને તે દુભાગે (પાયાને) તેનુ અર્ધું મળી △ની બાકીની બાજુના અર્ધા સરવાળાથી મોટી છે એ સિદ્ધ કરો.

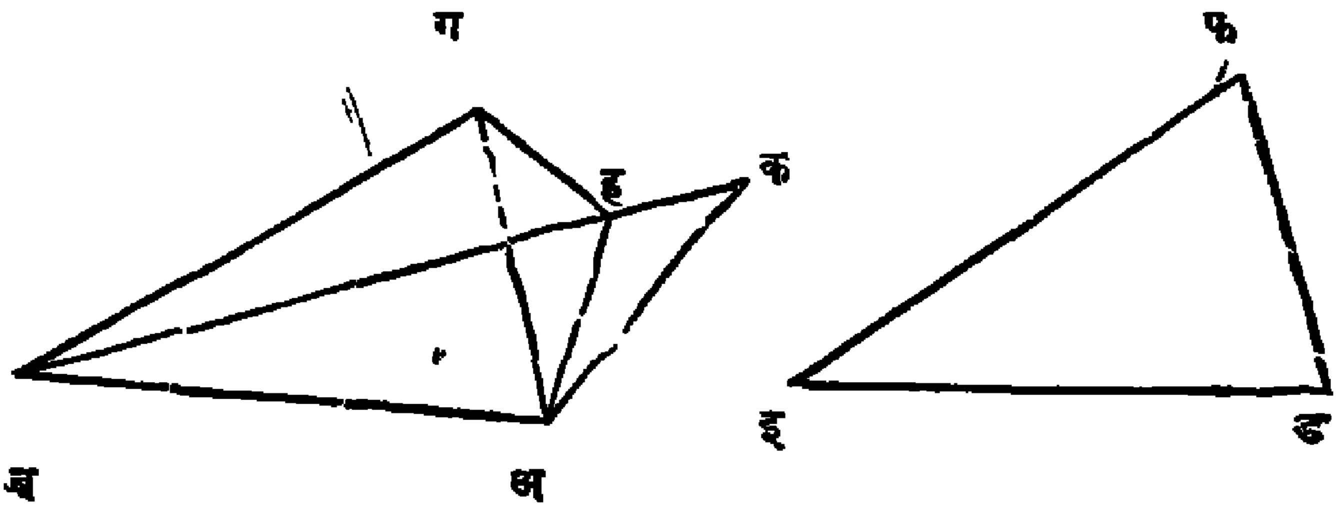
૨૦. △મા બાજૂઓનો સરવાળો મધ્યગાના બમણા સરવાળા કરતા ઓછો છે એ સિદ્ધ કરો.

૨૧ ચતુષ્કોણુમા અર્ધી પરિમિતિ કરતા કર્ણોનો સરવાળો મોટો છે.

§ ૧૮ અસમાન ત્રિકોણો; અને સીધી લીટી ઉપર પડતા લંબનુ મહત્વ.

પ્રમેય સિધ્ધાંત ૧૯.

જો એક ત્રિકોણુની બે બાજુઓ બીજા ત્રિકોણુની બે બાજુની અનુક્રમે બરાબર હોય અને તેઓના અંતર્ખુણા બરાબર ન હોય તો મોટા અંતર્ખુણાવાળા ત્રિકોણુનો પાયો નાના અંતર્ખુણાવાળા ત્રિકોણુના પાયા કરતા મોટો છે



અબક, ડઇફ △ઓમા અબ = ડઇ, અક = ડફ,

અને ∠ અ >< ડ છે તો બક પાયો > ઇફ પાયો થશે.

સિધ્ધતા. ડઇફ △ને અબગ △ની સ્થિતિમાં મૂકી ગ ને અબ ની એકજ બાજુ પર આવવા દો,

∵ ∠बअक > ∠ बअग, ∴ अग, ∠ बअक ની અંદર પડે છે.

રચના. ∠ कअग ને अहथी દુભાગો. हग સાંધો

હવે ∵ अकह, अगह △ ઓમાં, अक = अग, (પ્રતિજ્ઞા)

अह સામાન્ય છે, અને ∠ कअह = ∠गअह, (રચના)

∴ अकह, अगह △ ઓ સર્વસમાન છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૧૦)

∴ कह = हग

∴ बह + हग = बह + हक = बक,

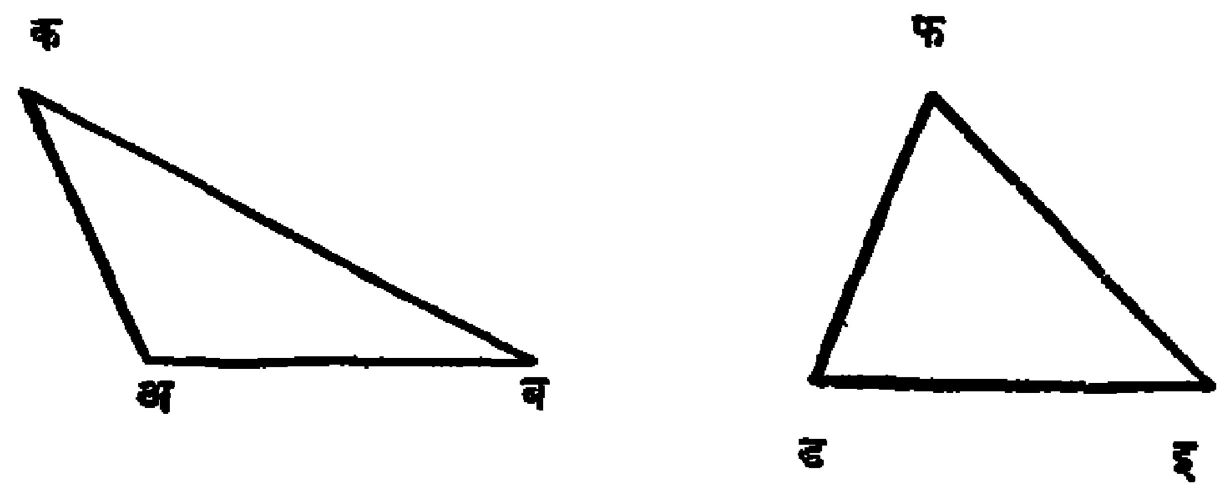
અને ∵ △ बहगमां बह + हग > बग (પ્ર૦ સિ૦ ૧૮)

અને ∵ बह + हग = बक,

∴ बक > बग, . बक > इफ પ્ર૦ સિ૦

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૨૦.

જો એક ત્રિકોણની બે બાજુ બીજા ત્રિકોણની બે બાજુની અનુક્રમે બરાબર હોય અને તેઓના પાયા અસમાન હોય તો મોટા પાયાવાળા ત્રિકોણનો શિરોબિંદુ ખુણો નાના પાયાવાળા ત્રિકોણના શિરોબિંદુ ખુણાથી મોટો છે



સાધન. अबक, डइफ △ઓમાં

अब = डइ, अक = डफ અને बक > इफ,તો ∠ अ > ∠ड થશે.

સિદ્ધતા. જો ∠अ, ∠डथी મોટો ન હોય ત્યારે

કાંતો ∠अ = ∠ड હોવો જોઈએ, પણ ત્યારે बक = इफ (પ્ર૦ સિ૦ ૧૦)

પણ આ અશક્ય છે. [પ્રતિજ્ઞા]

અથવા ∠અ < ∠ડ, પણ ત્યારે બક < ઇફ (પ્ર૦ સિ૦ ૧૮)
પણ આ અશક્ય છે. [પ્રતિજ્ઞા]
∴ માગેલુ સાધ્યજ સત્ય છે.
∴ ∠અ > ∠ડ છે. પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્નો. (સિ૦ ૧૯ ને ૨૦ ઉપર.)

૧ અબ, ડઇ જ્યાના બે સરખા વર્તુળના ક, ફ મધ્યબિંદુ છે જો અબ > ડઇ તો ∠ અકબ > ∠ડફઇ છે એમ બતાવો

૨ અબક △મા અક > અબ જો અબ, અકને લબાવતા તેમાં ડ, ઇ બે એવા બિંદુ હોય કે બડ = કઇ છે તો બઇ > કડ

૩ એક વર્તુળનો અબ વ્યાસ વર્તુળમાના ક બિંદુમાથી જાય છે અને મ મધ્યબિંદુ અકમા છે તો કમાથી પરિધ સુધી દોરેલી લીટીઓમા કઅ સૈાથી મોટી છે, અને

૪. ક થી પરિધ સુધી દોરેલી લીટીઓમા કબ સૈાથી નાની છે, અને

૫ જ્યારે કપ, કડ લીટીઓ કમાથી પરિધ સુધી દોરી હોય અને ∠પમક > ∠ડમક હોય ત્યારે કપ > કડ, અને ઉલટુ.

વર્તુળની બહાર ક બિંદુ છે અબ વ્યાસ લબાવતા તે કમાથી જાય છે અને અકમા મ મધ્ય બિંદુ છે તો,

૬ કમાથી પરિધ સુધી દોરેલી લીટીઓમા કઅ સૈાથી મોટી છે. અને કબ સૈાથી નાની છે, અને

૭. જ્યારે કપ, કડને ક માથી પરિધ સુધી દોરીએ અને ∠પમક > ∠ડમક હોય ત્યારે કપ > કડ, અને ઉલટુ

૮. અબક △મા અબને પમા દુભાગી છે અને અક > કબ તો ∠ અપક < ૧L અને જો કપમા કોઈ ડ બિંદુ હોય તો અડ > બડ

૯. સમદ્વિબાજુ △ની દરેક સરખી બાજુ પાયા કરતા મોટી હોય તો સરખી બાજૂઓનો અતર્ખુણો સમબાજુ ત્રિકોણના ખુણા કરતા નાનો છે

૧૦. અબક △મા મ બિંદુ એવુ હોય કે મઅ = અબ તો અક > અબ

૧૧ અબક△મા બાજુઓમા ડ, ઇ, ફ બિંદુઓ હોય તો ડઇફ △ની પરિમિતિ અબક △ની પરિમિતિથી નાની છે એમ બતાવો.

૧૨.* ત્રિકોણની અ, બ, ક બાજૂ ઉપર ત્રિકોણની માંહેના કોઈપણ બિંદુમાથી દોરેલા લબના અતર ડ, ઈ, ફ, હોય તો અ+બ+ક > ડ+ઈ+ફ

૧૩.* કોઇપણ ચતુષ્કોણની કર્ણો મળી ચતુષ્કોણની અર્ધી પરિમિતિથી મોટી છે, અને આખી પરિમિતિથી નાની છે એમ બતાવો.

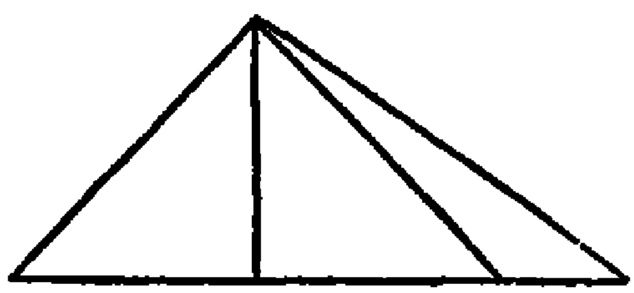
૧૪.* ચતુષ્કોણના શિરોબિંદુથી કોઇ અમુક બિંદુ સુધીના અંતરોનો સરવાળો લઘુતમ હોય તો તે બિંદુ શોધો

૧૫ * સૌથી મોટી બાજુથી મોટી હોય એવી કોઇપણ લીટી ત્રિકોણમા દોરી શકાય નહિ

૧૬ * अबकडइफ ષટ્કોણમા કોઇપણ ખુણો અતિદ્વિકાટખુણુ નથી તો તેની પરિમિતિ अकइ $\triangle$ની પરિમિતિથી મોટી છે

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૨૧.

એક આપેલી સીધી લીટી સુધી તેની બહાર આપેલા બિંદુમાંથી દોરેલી સીધી લીટીઓમા જે તેના ઉપર લંબ છે તે ટુંકામા ટુંકી છે.



अब એક આપેલી લીટી છે અને म એક આપેલુ બિંદુ છે मक, अब ઉપર લંબ છે અને मड એક બીજી કોઇપણ લીટી છે, તો मक લીટી मडથી નાની થશે

સિદ્ધતા. ∵ $\triangle$ मकडમા $\angle$ मकड = ૧ કાટખુણો

∴ $\triangle$ मकडમા $\angle$मडक < એક કાટખુણો છે, (પ્ર સિ ૮ ૭)

∴ $\angle$ मडक < $\angle$ मकड;

. मडक $\triangle$મા मड > मक છે (પ્ર૦ સિ૦ ૧૭)

એ પ્રમાણે બીજી કોઇપણ લીટી मथी अब સુધી દોરીએ તો તે मकथी મોટી છે.

એટલે मक ટુંકામા ટુંકી છે. પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિદ્ધાંત ૧. મમાંથી અબ ઉપર એકજ લંબ દોરી શકાય છે, અને એકજ ટુંકામાં ટુંકી લીટી દોરી શકાય છે; તેથી કોઈપણ બિંદુમાંથી કોઈપણ લીટી પર દોરેલી ટુંકામાં ટુંકી લીટી તેના ઉપર લંબ છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૨. જો કડ = અક તો મડ = મબ છે

∵ △ મડક ≡ △ મઅક છે

ઉપસિદ્ધાંત ૩. જો મબ જેવી બીજી કોઈપણ લીટી મડ કરતા મકથી વધારે અંતરે અબને મળે તો મબ > મડ છે.

∵ ∠મબડ > એક L

અને ∠મડબ > ∠મબડ. (પ્ર૦ સિ૦ ૮ ઉ૦ સિ૦)

નોંધઃ—કોઈપણ બિંદુથી એક સીધી લીટી ઉપર દોરેલી લંબ ટુંકામા ટુંકી છે તેથી તે તેનુ "અંતર" કહેવાય છે

પ્રશ્નો.

૧ કોઈપણ ત્રિકોણમા શિરોબિંદુમાથી પાયા પર લંબ દોરી તેની બાજુ અને લંબ માપી ઉપરનો સિદ્ધાંત સિદ્ધ કરો.

૨ ઉપરના સિદ્ધાંતની મદદથી બતાવો કે કાટખુણ △મા કર્ણ ગમે તે બાજુથી મોટી છે

૩ ઉપરના સિદ્ધાંતમા લંબની બંન્ને બાજુએ બેજ સરખી સીધી લીટી આપેલી લીટી સુધી દોરી શકાય છે

૪ કોઈપણ લીટીના મધ્ય બિંદુમાથી દોરેલી લીટીથી આપેલી લીટીના છેડાઓ સરખે અંતરે છે એ સિદ્ધ કરો

૫. કોઈપણ ત્રિકોણમા બે બાજુના મધ્ય બિંદુમાથી તેની ઉપર દોરેલા લંબનુ છેદનબિંદુ ત્રિકોણના બધા શિરોબિંદુથી સમાન અંતરે છે.

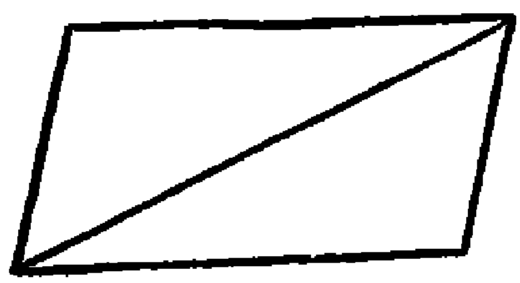
૬. પ્રશ્ન ૫ની મદદથી ત્રિકોણનાં શિરોબિંદુમાથી જતા (પરિલગ્ન) વર્તુળનું મધ્ય બિંદુ શોધી કાઢી વર્તુળ દોરો

૭. કોઈપણ સીધી લીટી વર્તુળને બે બિંદુથી વધારે બિંદુમાં છેદી શકતી નથી એમ બતાવો.

§ ૧૯. સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ; અને આડી લીટી ઉપર સમાન્તર લીટીથી થતા અંતર્ભાગોનો સંબંધ

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૨૨.

સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમા સામસામેની બાજુઓ સરખી છે તથા સામસામેના ખુણાઓ સરખા છે, અને દરેક કર્ણ સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણને દુભાગે છે.



अबकड એક સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ છે અને बड એક તેની કર્ણ છે.

ત્યારે (૧) अब = कड, અને अड = बक થશે

(૨) ∠अबक = ∠अडक, અને ∠डअब = ∠डकब થશે

અને (૩) △अबड, △कडब બરાબર થશે

સિધ્ધતા ∵ अब ∥ डक, અને बड તેને મળે છે,

∴ ∠ अबड = ∠कडब, (પ્ર૦ સિસ ૬)

અને ∵ अड ∥ बक, અને बड તેને મળે છે

∴ ∠ अडब = ∠कबड. (પ્ર૦ સિ૦ ૬)

વળી ∵ △अबड અને △कडब મા

∠अबड = ∠कडब, ∠ अडब = ∠कबड

અને बड સામાન્ય છે,

∴ △ अबड ≡ △ कबड. (પ્ર૦ સિ૦ ૧૧)

∴ अब = डक, અને अड = बक, અને ∠ अ = ∠ क.

વળી ∵ ∠ अबड = ∠ कडब અને ∠ अडब = ∠ कबड (સિદ્ધતા)

∴ આખો ∠ अडक = આખો ∠ अबक, (પ્ર૦ પ્ર૦)

અને △ અબડ ≡ △ કડબ,

∴ બડ કર્ણ સ૦ ચ૦ને દુભાગે છે. પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિદ્ધાંત ૧. સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણનો એક ખુણો કાટખુણો હોય તો બધા ખુણા કાટખુણા છે.

ઉપસિદ્ધાત ૨ સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણની પાસેપાસેની બાજુ સરખી હોય તો બધી બાજુઓ સરખી છે.

ઉપસિદ્ધાત ૩ સમચોરસની બધી બાજુઓ સરખી છે અને બધા ખુણાઓ સરખા છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૪. સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણના કર્ણો અરસપરસ દુભાગે છે.

∵ જો ઉપલા સિદ્ધાતની આકૃતિમા અક, બડ, મમાં છેદે તો

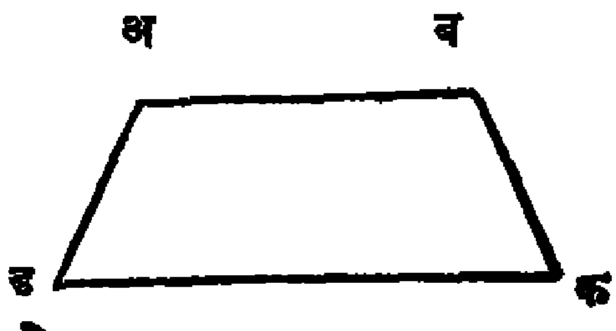
△ કડમ અને △ અબમમા અબ = કડ, અને

∠ અબડ = ∠ બડક, અને ∠ બઅક = ∠ ડકઅ,

∴ △ કડમ ≡ △ અબમ ∴ મડ = મબ અને મઅ = મક. (પ્ર. સિ. ૧૧)

ઉપ૦ ૫ સમાન્તર લીટીઓ હમેશાં એકજ અતરે રહે છે.

વ્યાખ્યા જે ટ્રાપિઝ્યમની સમાન્તર બાજુ સિવાયની બીજી બન્ને બાજુઓ સરખી હોય તેને સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિઝ્યમ કહે છે



પાસેની આકૃતિમા ડઅ = કબ,

∴ અબકડ સમદ્વિબાજુ ટ્રા છે

પ્રશ્નો.

૧ △ અબકમા અબ = અક અને ડઇ ‖ બક અને ડઇ લીટી અબ અને અકને ડ ઇમા છેદે તો ડઇકબ સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિઝ્યમ છે.

૨ અબકડ સ૦ ચ૦મા અબ અને અડને છેદે તેમ બાજુને સમાન્તર લીટી દોરી છે તો કયા ખુણા અને કયી બાજુઓ બરાબર છે?

૩ કોઇપણ સ૦ ચ૦મા પાસેપાસેના ખુણાને દુભાગનારી લીટી કાટખુણે મળે છે એમ સિદ્ધ કરો.

૪. કોઇપણ સ૦ ચ૦મા સામસામેના ખુણાને દુભાગનારી લીટીઓ સમાન્તર છે કે એકજ છે એ સિદ્ધ કરો.

૫ अबकड એક સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિઝ્યમમા अड = बक તો ∠क = ∠ड છે (નોંધ. बमाथी अड ‖ बइ દોરો)

૬. પ્રશ્ન ૫મા अब અને कडना प અને म મધ્ય બિંદુ હોય તો पम, अबने ⊥ છે એમ બતાવો.

૭ સામસામેના ખુણા સરખા હોય એવો ચતુષ્કોણ સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ છે એમ બતાવો.

૮. સામસામેની બાજુનુ એક જોડકુ સમાન્તર અને સરખુ હોય તો ચતુષ્કોણ સ૦ ચ૦ છે એમ બતાવો.

૯. સામસામેની બાજુઓ સરખી હોય તો ચતુષ્કોણ સ. ચ. છે.

૧૦. કર્ણો એક બીજાને દુભાગે તો ચતુષ્કોણ સ ચ.છે.

૧૧ કોઇપણ લીટી ઉપર સરખી ઉંચાઇની બે લબ એકજ બાજુએ દોરી હોય તો તેના બીજા છેડાને સાધનારી લીટી આપેલી લીટીને સમાન્તર છે.

૧૨. રોમ્બસના કર્ણો એક બીજાને કાટખુણે દુભાગે છે.

૧૩ સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણના કર્ણો સરખા હોય તો તે સ૦ ચ૦ લબચોરસ છે એમ બતાવો

૧૪ સ૦ ચ૦મા સામસામેની બાજુના મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટી બીજી બાજુને સમાન્તર છે એમ બતાવો

૧૫ अबकड સ૦ ચ૦મા अब, कडने प, ममा દુભાગી છે તો बपडम સ૦ ચ૦ છે એમ બતાવો.

૧૬ કર્ણો સરખા હોઇ એક બીજાને કાટખુણે દુભાગે તો ચતુષ્કોણ ચોરસ છે એ સિદ્ધ કરો.

૧૭ કોઈ પણ બે સમર્યાદ લીટીઓ એક બીજીને કાટખુણે દુભાગે તો તે રોમ્બસ કે ચોરસના કર્ણો હોવા જોઇએ.

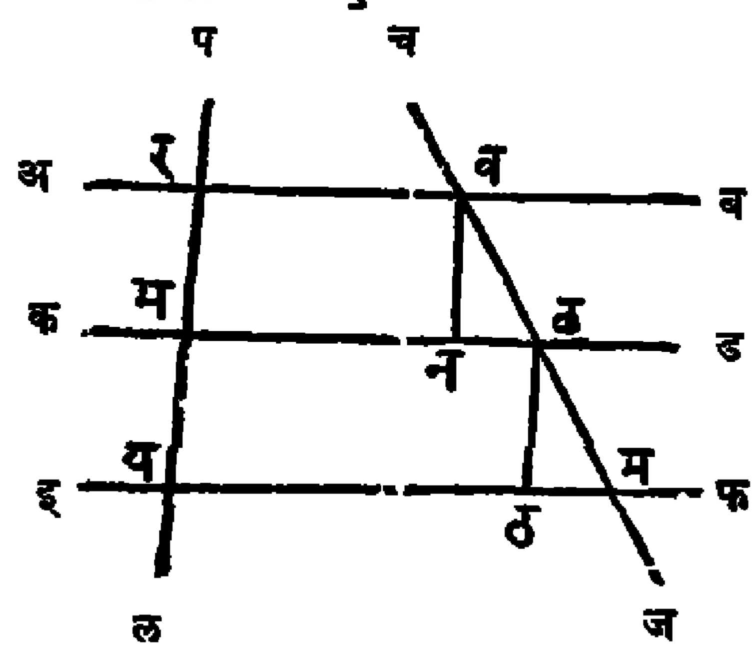
૧૮. સ૦ ચ૦મા કર્ણોના છેદનબિંદુમાથી સામસામેની બાજુ સુધી દોરેલી લીટી તે બિંદુમા દુભાગાય છે.

૧૯. સ૦ ચ૦મા કર્ણુથી તેની સામેના શિરોબિંદુ સમાન અંતરે છે

૨૦* अबक △ની बक બાજુમા इ, ल બિંદુ લેા. अबमा प અને अकमा र એવા બિંદુ શેાધેા કે इल = અને ॥ पर હેાય

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૨૩.

જો એક લીટીને ત્રણ અથવા વધારે સમાન્તર લીટીઓ છેદી અતર્ભાગેા સરખા કરતી હેાય તેા તેમને છેદતી બીજી કેાઇપણ લીટીના અતર્ભાગેા પણ સરખા છે.



पल લીટીને अब, कड, इफ સમાન્તર લીટીઓ છેદી रम, मय અંતર્ભાગેા સરખા કરે છે અને તેનાથી છેદાતી चज જેવી બીજી કેાઇપણ લીટી છે તેા वट = टम થશે

રચના. व અને टमाथी पलने સમાન્તર वन અને टठ લીટીઓ દેારેા

સિદ્ધતા. ∵ रव ∥ मन અને रम ∥ वन છે,

∴ रमनव સ૦ ચ૦ છે, ∴ रम = वन છે (પ્ર૦ સિ૦ ૨૨)

અને ∵ मट ∥ यठ અને मय ∥ टठ છે,

∴ मटठय સ૦ ચ૦ છે, ∴ मय = टठ છે (પ્ર૦ સિ૦ ૨૨)

પણ રમ = મય; ∴ વન = ટઠ.

હવે ∵ △ વનટ અને △ ટઠમમા

∠નવટ = ∠ઠટમ અને ∠નટવ=∠ઠમટ (પ્ર૦ સિ૦ ૭ અને ૬)

અને વન = ટઠ (સિદ્ધતા)

∴ △ વનટ ≡ △ ટઠમ; ∴ વટ = ટમ પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિદ્ધાંત. કોઇપણ ત્રિકોણમા પાયાને સમાન્તર દોરેલી લીટીઓ એક બાજુના સરખા ભાગ કરે તો બીજી બાજુના પણ તેઓ તેટલાજ સરખા ભાગ કરશે.

પ્રશ્નો

૧ કોઇપણ △માં એક બાજુના મધ્ય બિંદુમાથી પાયાને સમાન્તર દોરેલી લીટી બીજી બાજુને દુભાગે છે એમ બતાવો.

૨ કોઇપણ △મા બાજુઓના મધ્ય બિંદુને સાધનારી લીટી પાયાને સમાન્તર છે એમ બતાવો

૩ કોઇપણ △માં બાજુઓના મધ્ય બિંદુને સાધનારી લીટી પાયાથી અર્ધી છે એમ બતાવો.

૪ કોઇપણ △મા બાજુઓના મધ્ય બિંદુઓને સાધનારી લીટીથી ત્રિકોણના ચાર બધી રીતે સરખા ત્રિકોણ થાય છે એમ બતાવો.

૫. કોઇપણ ચતુષ્કોણની બાજુઓના મધ્યબિંદુ અનુક્રમે સાધવાથી થતો ચતુષ્કોણ સ૦ ચ૦ છે એમ બતાવો.

૬ કોઈ પણ ચતુષ્કોણની બાજુઓના સામસામેના મધ્યબિંદુને સાધનારી લીટી એક બીજીને દુભાગે છે એમ બતાવો

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૨૪.

જો કોઇપણ ચતુષ્કોણમા

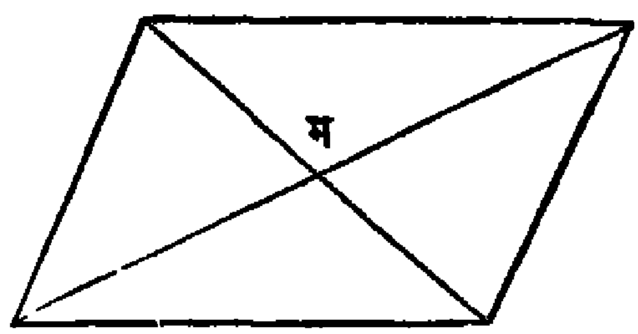
(૧) સામસામેની બાજુની એક જોડ સરખી અને સમાન્તર હોય, અથવા

(૨) સામસામેની બાજુની બન્ને જોડ સરખી હોય, અથવા

(૩) સામસામેના ખુણાની બન્ને જોડ સરખી હોય, અથવા

(૪) કર્ણો એક બીજાને દુભાગે,

તો ચતુષ્કોણ સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ છે.



अबकड આપેલો ચતુષ્કોણ છે

(૧) જો अब = અને ‖ कड, તો अबकड સ૦ ચ૦ થશે. अक સાધો.

∵ अब ‖ कड છે, ∴ ∠ बअक = ∠ अकड (પ્ર૦ સિ૦ ૬)

હવે ∵ △ अबक અને △ अकडમા

अब = कड અને अक સામાન્ય છે અને ∠ बअक = ∠ अकड,

∴ △ अबक ≡ △ अकड, (પ્ર૦ સિ૦ ૧૦)

∴ ∠ बकअ = ∠ डअक, ∵ अड ‖ बक (પ્ર૦ સિ૦ ૪)

अबकड સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ છે

(૨) જો अब = डक અને अड = बक તો अबकड સ૦ ચ૦ થશે.

હવે ∵ △ अबक અને △ अडकમા

अब = डक, अड = बक અને अक સામાન્ય છે.

∴ △ अबक ≡ △ अडक (પ્ર૦ સિ૦ ૧૪)

∴ ∠ बअक = ∠ अकड અને ∠ बकअ = ∠ कअड;

∴ अब ‖ डक અને अड ‖ बक (પ્ર૦ સિ૦ ૪)

∴ अबकड સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ છે.

૩) જો ∠ बअड = ∠ बकड અને ∠ अबक = ∠ अडक,
તો अबकड સ૦ ચ૦ થશે
હવે ∵ ∠ बअड = ∠ बकड અને ∠ अबक = ∠अडक છે.
∴ ∠ बअड+∠अबक = ∠बकड + ∠अडक
પણ अबकडના ચાર ખુણા = ૪ કાટખુણા. (?)
∴ ∠ बअड + ∠अबक = ૨ કાટખુણા =∠ बकड+ ∠अडक;
∴ अड ‖ बक અને अब ‖ कड, (પ્ર૦ સિ૦ ૫)
∴अबकड સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ છે

(૪) જો अक, बड કર્ણો મમા દુભાગે તો अबकड સ૦ ચ૦ થશે
હવે ∵ △ अमब અને △ डमकમા
अम = मक અને बम = मड અને ∠ अमब = સામેના ∠ डमक(?)
∴ △ अमब ≡ △ डमक, (?)
∴ ∠ बअक = ∠ अकड અને ∠ बकअ = ∠ कअड,
∴ अब ‖ कड અને अड ‖ बक, (?)
∴ अबकड સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ છે પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિદ્ધાત કોઈપણ સીધી લીટી ઉપર જો બે સરખા લંબ એકજ બાજુએ દોર્યા હોય તો આ લંબના બહારના છેડાઓને સાધનારી સીધી લીટી આપેલી લીટીને સમાન્તર છે.

પ્રશ્નો.

૧ જો કોઇપણ સીધી લીટી પર ત્રણ અથવા વધારે સરખા લબ એકજ બાજુએ દોર્યા હોય તો આ લંબના બહારના છેડામાથી જતી સીધી લીટી આપેશી લીટીને સમાન્તર છે એ સિદ્ધ કરો

૨ કોઈપણ સીધી લીટી ઉપર છેડાઓમાથી બે સરખા લબ સામસામેની બાજુ ઉપર દોર્યા હોય તો આ લબના બહારના છેડાને સાધનારી લીટી આપેલી લીટીને દુભાગે છે એ સિદ્ધ કરો.

૩ પ્રશ્ન ૨મા જો अब ઉપર पम, यर બે લબ દોરીએ તો मर, पयने દુભાગે છે અને मयरप એક સ૦ ચ૦ છે

૪.* બે સીધી લીટીની વચ્ચે આપેલા अ બિંદુમાંથી એક એવી લીટી દોરો કે તે આપેલી લીટીઓ સુધી જઇ બરાબર દુભાગાય.

૫. જો એક ચતુષ્કોણમા સામસામેની બાજુની એક જોડ સરખી હોય અને બીજી જોડ સમાન્તર હોય તો ચતુષ્કોણ સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિઝ્યમ છે યા સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ છે એમ બતાવો

૬. કોઇપણ સ૦ બા૦ ચ૦મા સામસામેની બાજુના મધ્ય બિંદુને જોડનારી સીધી લીટી બીજી બાજુને સમાન્તર છે એમ બતાવો.

૭ अबकड સ૦ ચ૦મા म, य, અનુક્રમે अब, कडના મધ્ય બિંદુ છે, તો बमडय સ૦ ચ૦ છે એમ બતાવો.

૮ જો એક ચતુષ્કોણમા કર્ણો સરખા હોઈ અરસપરસ દુભાગે તો ચતુષ્કોણ લંબચોરસ છે એમ બતાવો

૯* अबकड એક સ૦ ચ૦ છે અને म અમુક બિંદુ એવુ છે કે मअयब, मबरक, मकलड અને मडवअ સ૦ ચ૦ છે તો यरलव પણ સ૦ ચ૦ છે. તેને આપેલા સ૦ ચ૦ સાથે સરખાવો

૧૦.* अबकड સ૦ ચ૦મા अकमा इ બિંદુ એવુ છે કે इब=इड તો इ, अकને દુભાગે છે અપવાદ હોય તો બતાવો

૧૧* अबकड ચતુષ્કોણમા ∠अ = ∠ब, ∠क = ∠ड તો अबकड સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિઝ્યમ છે अबकड સ૦ બા૦ ચ૦ ક્યારે થશે ?

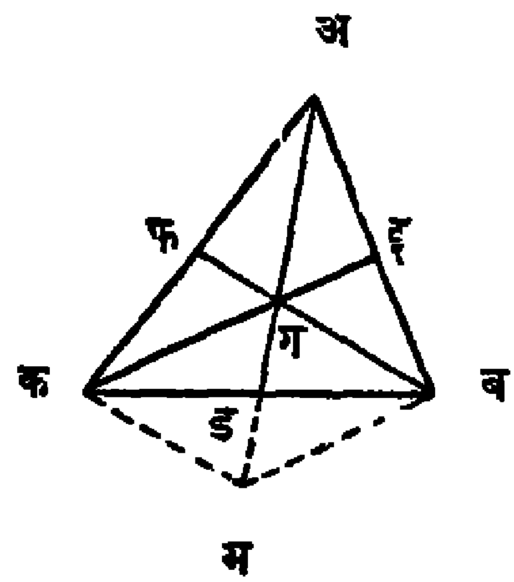
૧૨ * अबक એક આપેલો △ છે. અને डइ, फग બે છેદતી લીટીઓ છે, તો अबक △ની સર્વસમાન હોય એવો એક △ બનાવો કે જેની એક બાજુ डइ ઉપર હોય અને જેનુ એક કોણ બિંદુ फगમા હોય.

૧૩* જે ચતુષ્કોણમા બાકીના કોણ બિંદુથી એક કોણ બિંદુના અંતરો બધાજ કોણ બિંદુને માટે એકજ હોય તો તે લંબચોરસ છે

૧૪* સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમા કર્ણોના છેદનબિંદુમાથી દોરેલી લીટી સ૦ ચ૦ના બે સરખા ભાગ કરે છે એમ બતાવો.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૨૫.

" કોઇપણ ત્રિકોણની મધ્યગાઓ એકજ બિંદુમાં મળે છે; અને દરેક મધ્યગા તે બિંદુમા ત્રીજે ભાગે છેદાય છે.



△ अबकमा कइ, बफ મધ્યગાઓ गमा છેદે છે अग સાંધી बक સુધી લબાવો, તો अगड ત્રીજી મધ્યગા થશે, અને गमा દરેક મધ્યગા ત્રીજે ભાગે છેદશે

अगडने म સુધી લબાવી इग ‖ बमने मभा મળવા દો कम સાંધો.

સિધ્ધતા इग ‖ बम અને अइ = बइ ∵ अग=गम (પ્ર સિ ૨૩)

વળી कम ‖ फमाथी દોરેલી લીટી अमने દુભાગે છે, અને આવી સમાન્તર લીટી એકજ દોરી શકાય છે, (પ્ર સિ ૨૩ પ્ર. ૨)

∴ बगफ ‖ मक છે ∴ गबमक સ૰ ચ૰ છે.

∴ गम, बक અરસપરસ દુભાગે છે (પ્ર૰ સિ૰ ૨૨ ઉ૰)

∴ अगड, बकने દુભાગનારી મધ્યગા છે.

વળી मग = २ गड અને मग = अग, ∴ अग = २ गड;

∴ गमा अड ત્રીજે ભાગે છેદાય છે.

અને એજ પ્રમાણે

गमा कइ અને बफ ત્રીજે ભાગે છેદાય છે પ્ર૰ સિ૰

ટીપ. ત્રિકોણની મધ્યગાના છેદનબિંદુને ત્રિકોણનુ ગુરૂત્વબિંદુ કહે છે. ∵ એક સરખા કાગળમાથી જો એક ત્રિકોણ કાપી આ બિંદુમાથી એક દોરી બાંધી ત્રિકોણને ઉંચકયો હોય તો તે ક્ષિતિજ સમાન્તર રહેશે.

પ્રશ્નો.

૧ अबक △मा बइ, कफ મધ્યગાઓ गमा મળે છે. જો बगनुं ल, અને कगनु म મધ્યબિંદુ હોય તો फइ, फल, लम, मइ સાંધી

બતાવો કે ગ મા बइ અને कफ દરેક ત્રીજે ભાગે છેદાય છે, અને તે ઉપરથી બતાવો કે મધ્યગાઓ એકબિંદુગામી છે

૨ કોઈપણ ટ્રાપિઝ્યમની વિષમ બાજુના મધ્ય બિંદુને સાધનારી લીટી સમાન્તર બાજુને સમાન્તર છે

૩. કોઇપણ △મા બે મધ્યગાઓ બરાબર હોય તો △ સમદ્વિબાજુ છે

૪ જો કોઇપણ △મા ત્રણ મધ્યગા બરાબર હોય તો △ સમબાજુ છે

૫ अबक કાટખુણુ △નો अब કર્ણ ड મા દુભાગાય છે તો कड, अबथी અર્ધી છે

૬. अबकड સ૦ચ૦મા अबનુ મધ્યબિંદુ इ છે कइ, इड સાધો અને જો ∠कइड એક કાટખુણો હોય તો अब = ૨ बक.

૭ * अबकड સ૦ ચ૦ મા इ, फ, अब, अडના મધ્યબિંદુ છે, તો फइ ‖ बड છે, અને फइ, कफ લીટીઓ बडને ત્રિભાગે છે

૮ * કોઇપણ ચતુષ્કોણની સામસામેની બાજુના મધ્યબિંદુને જોડનારી અને કર્ણોના મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટી અરસપરસ દુભાગે છે.

૯ * રોમ્બસની બાજુના મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટી એક લબ-ચોરસ બતાવે છે

નવી ભૂમિતિ ભાગ ૧લાનો પ્રમેય ભાગ સમાપ્ત,

નવી ભૂમિતિ ભાગ ૧લો. સિદ્ધ ભાગ.

વિભાગ ૩જો. કૃત્ય ભાગ.

કૃત્યોના કોઇપણ ભાગમા અમુક માપ લેવાની જરૂર પડશે નહિં. પણ કરેલુ કૃત્ય ખરૂં છે કે નહિ તે હમેશા ગમે તે કોઇ ડૉઇંગના સાહિત્યની મદદથી તપાસી જોવુ અને ખાત્રી કરવી. જે જે રચનાઓ કરવી તેમા આંકેલી આકૃણી તથા પ્રોટ્રેક્ટર વાપરવા નહિ. કોઇપણ આકૃતિ યા આકૃતિનો ભાગ બહુ બારીકિથી દોરવો કે જેથી સાહિત્યથી માપ

લેતી વખતે કોઇપણ જાતની ભૂલ પડે નહિં જે જે કૃત્યો કર્યાં છે તે ફક્ત સિદ્ધાત તરીકેજ શીખવાના નથી પણ બારીક માપ પર હમેશા વિશેષ લક્ષ આપવાનુ છે દરેક કૃત્ય સિદ્ધાતમા પણ સિદ્ધતા આપી છે અને એવી સિદ્ધતા વિદ્યાર્થીએ પ્રશ્નોમા પણ આપવી કે જેથી કૃત્યનુ કામ સતોષકારક રીતે થઇ શકે અને ભૂમિતિ કાર્યની વિશેષ દૃઢ માહિતી થાય.

આકૃણીનો ઉપયોગ નીચે પ્રમાણે કરવો —

(૧) કોઇપિણ આપેલા બે બિંદુને સાધવા, અને

(૨) કોઇપણ સીધી લીટીને ગમે તે દિશામા લબાવવી.

કપાસનો ઉપયોગ નીચે પ્રમાણે કરવો —

(૧) એક આપેલુ બિંદુ લઇ આપેલી સમર્યાદ લીટી બરાબર ત્રિજયા લઈ વર્તુળ દોરવો, અને

(૨) એક આપેલી સમર્યાદ લીટી બરાબર બીજી એક આપેલી લીટીમાથી ભાગ કાપવો

કપાસના ઉપયોગમા (૨), (૧)મા સમાએલો છે કૃત્યોની સિદ્ધતાનો મુખ્ય હેતુ એ છે કે એવી સિદ્ધતાથી બનાવેલી રચનાઓ ખરી છે એમ નક્કી થાય, અને સિદ્ધ ભાગમા કોઈ જગ્યાએ રચના કરી તેની માફક મનમા નિશ્ચયનો અભાવ રહે નહિ.

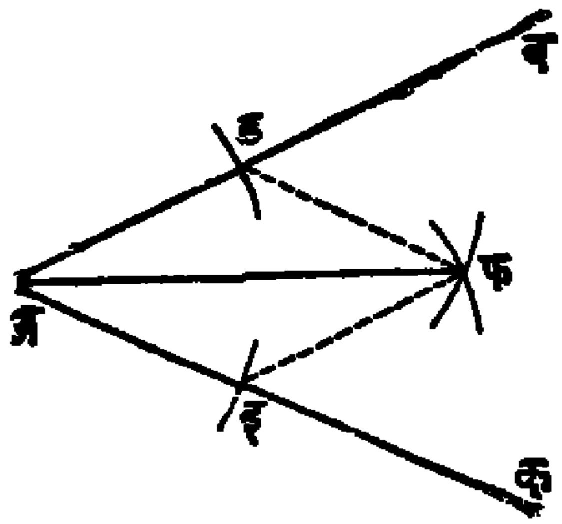
દરેક આકૃતિમા સામાન્ય રીતે સિદ્ધતાને માટેજ વપરાએલી લીટી તુટેલી છે અને પક્ષ, સાધ્ય વગેરેને માટે સહેજ જાડી લીટી વાપરી છે. રચના ભાગમા જ્યા જ્યા વર્તુળ દોરવાનો છે ત્યા ત્યા વર્તુળનું જોઇએ તેટલું કૈાંસજ દોરવામા આવ્યુ છે કે જેથી વિદ્યાર્થીને ગુચવણ પડે નહિ અને વખત બચે

કૃત્ય ઉપર આપેલા પ્રશ્નોમા પણ કૃત્યમા કહ્યુ છે તેમજ સિદ્ધતા કહેવી, રચના કરવી અને સાહિત્યોની મદદથી સાધ્ય પૂર્ણ છે કે નહિ તે તપાસી જોવુ. કૃત્યો અને પ્રમેયો સાથે સાથે લેવાય તો સારૂં.

§ ૨૦ દ્વિભાગ રચના અને લબ રચના.

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૧.

એક આપેલા ખુણાને દુભાગવેા.



बअक એક આપેલેા ખુણેા છે, અને તેને દુભાગવાનેા છે

રચના. अ મધ્ય બિંદુ લઇ बअ, कअने ड, इ બિંદુમા છેદે એવેા એક વર્તુળ દોરેા (સ્વી કૃ)

ड, इ મધ્યબિંદુ લઇ જોઇએ તેટલી સરખી ત્રિજ્યા લઇ એક બીજાને फमा છેદે તેમ બે વર્તુળેા દોરેા.

अफ, डफ, इफ સાધેા ત્યારે अफ લીટી ∠बअकने દુભાગશે.

સિધ્ધતા ∵ △ अडफ અને △ अइफमा

अड = अइ અને फड = फइ અને अफ સામાન્ય છે, (રચના)

△ अडफ ≡ △ अइफ, (પ્ર૦ સિ૦ ૧૪)

∠ बअफ = ∠ कअफ. ∴ अफ ∠ बअकने દુભાગે છે. કૃ.કૃ.

સૂચના. "જોઇએ તેટલી ત્રિજ્યા"નેા અર્થ એવેા છે કે એવી ત્રિજ્યા લેવી કે, ड, इ મધ્યબિંદુ લઇ દોરેલા કૌંસેા એક બીજાને છેદી શકે આ શબ્દસમૂહનેા અર્થ નીચેના કૃત્યેામા પણ એવેાજ લેવેા

પ્રશ્નેા.

૧ કૃ૦ સિ૦ ૧લાની આકૃતિ કયી લીટી સાથે *સમ્મિતરૂપ છે, અને તે કેવી રીતે છે ?

* કોઈ આકૃતિ તેની અંદરની કોઈ લીટીની આજુબાજુ એવી રીતે

૨. કૃ૦ સિ૦ ૧લામા ફ બિંદુ ∠અની બહાર પાડી બતાવેા કે ∠ અ, ફઅ લબાવ્યાથી દુભાગાય છે.

૩ કૃ૦ સિ૦ ૧લામા બીજો કયેા ખુણેા દુભાગાય છે ?

૪ કેાઇપણુ ખુણાના ચાર સરખા ભાગ કરેા

૫. ૮૫°નેા ખુણેા કરી તેને પ્રેાટ્રેકટરથી દુભાગેા અને કૃ૦ સિ૦ ૧લા પ્રમાણે દુભાગેા.

૬. ૧૫°, ૩૦°, ૭૫°ના ખૂણા પ્રેાટ્રેકટર વિના બનાવેા.

[ટીપ સમબાજુ ત્રિકેાણનેા ખૂણેા ૬૦°નેા છે]

૭. એક કાટખુણાના ત્રણુ સરખા ભાગ કરેા.

૮. પ્રશ્ન ૭ની મદદ લઇ ૪૫°ના ત્રણુ સરખા ભાગ કરેા

૯ કૃ૦ સિ૦ ૧લામા બતાવેા કે અફનુ કેાઇપણુ બિંદુ અબ, અકથી સમાન અતરે છે

૧૦. ઉપલા કૃત્ય સિ૦ ૧લાની આકૃતિમા જો ડઇને સાધીએ તેા ડઇ અને અફ એક બીજીને કાટખુણે મળે છે

૧૧.* એક ત્રિકેાણુના ત્રણે અદરના ખુણાને દુભાગેા.

ટીપ.—આ દુભાગનારી લીટીએાનુ સામાન્ય છેદનબિંદુ બધી બાજુને અદરથી સ્પર્શ કરતા અતર્લગ્ન વર્તુળનુ મધ્ય બિંદુ છે.

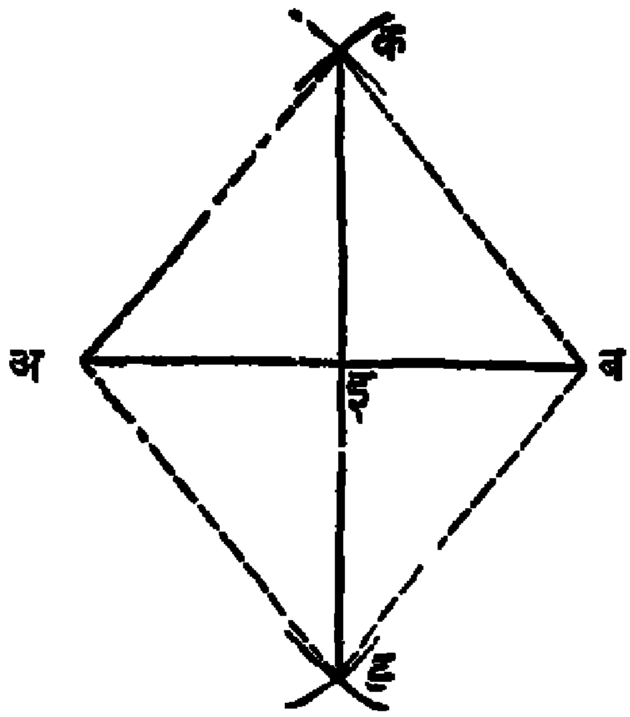
૧૨ * અબક △ના ∠અને અને અબ, અક લબાવતા થતા બહારના ∠ બ, ∠ કને દુભાગેા

ટીપ—આ દુભાગનારી લીટીએાનુ સામાન્ય છેદનબિંદુ બક અને લંબાવેલી અબ, અકને સ્પર્શ કરતા ઉપલગ્ન વર્તુળનુ મધ્ય બિંદુ છે.

૧૩.* અબક △માં બીજા ખુણાએાને અદરથી અને સામેના ખુણાને બહારથી દુભાગેા.

આવી હેાય કે તે આકૃતિના બે ભાગેા તે લીટીની આસપાસ સર્વસમાન થઈ રહે તેા તે સમ્મિતરૂપ આકૃતિ છે.

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૨
એક આપેલી સમર્યાદ લીટીને દુભાગવી



अब એક આપેલી સમર્યાદ લીટી છે અને તેને દુભાગવાની છે.

રચના अ મધ્યબિંદુ લઇ જોઇએ તેવડી अक ત્રિજ્યાથી બન્ને બાજુએ એક એક વર્તુળનું ક્રોસ દોરો (સ્વી૦ કૃ૦)

અને ब મધ્યબિંદુ લઇ कअ ત્રિજ્યા લઇ બન્ને બાજુએ એક એક વર્તુળનું ક્રોસ દોરો આ વર્તુળો क, डमा છેદે છે (સ્વી૦ કૃ૦)

कड, अक, अड, बक, बड, સાંધો

ત્યારે अबने कड, इमां દુભાગશે.

સિદ્ધતા. ∵ △ अकड અને △ बकडमा

अक = बक, અને अड = बड, (રચના)

અને कड સામાન્ય છે

∴ △ अकड ≡ △ बकड ∴ ∠ अकड = ∠ बकड (પ્ર૦ સિ૦ ૧૪)

વળી ∵ △ अकइ અને △ बकइमा

अक = बक અને कइ સામાન્ય છે,

અને અંતર્ખુણો अकइ = અંતર્ખુણો बकइ, (સિદ્ધતા)

∴ △ अकइ ≡ △ बकइ (પ્ર૦ સિ૦ ૧૦)

. अइ = बइ   अब, इमा દુભાગાય છે   કુ૦ કુ૦

ઉપસિદ્ધાત એક આપેલી લીટીને દુભાગનારો લબ દોરવો.

પ્રશ્નો.

૧ ઉપલી આકૃતિની સમ્મિતરૂપતા બતાવો

૨ ઉપલી આકૃતિમા કેટલી સમ્મિતરૂપ લીટી છે ?

૩ કોઈપણ લીટીના ચાર અને આઠ સરખા ભાગ કરો

૪ ઉપલી આકૃતિમા બતાવો કે कड्नु કોઈપણ બિંદુ अ, बथी સમાન અતરે છે

૫ કોઇપણ વર્તુળની જ્યાને દુભાગનારો લબ દોરો

૬ * એક આપેલી લીટીમા એક એવુ બિંદુ શોધી કાઢો, કે તે ને આપેલા બે બિંદુથી સમાન અતરે હોય આ ક્યારે અશક્ય છે ?

૭. * એક આપેલી લીટીમા એક એવુ બિંદુ શોધી કાઢો કે આપેલી બે લીટીથી સરખે અતરે હોય આ ક્યારે અશક્ય છે ?

૮ એક આપેલી લીટીને બેવડી કરો, તેવડી કરો, પાચગણી કરો.

૯ △ अबकमा अब = अक તો ∠अने દુભાગનારી લીટી પાયાનો દુભાગનાર લબ છે

૧૦ अब=૨ ૬ સે મી, अबने कमा દુભાગો અને क આગળ कड =૧.૫ સે મી ૪૫° ને ખુણે દોરો, ∠ अकड અને ∠डकबने डर्क અને कफथी દુભાગો, ∠ इकफने માપો.

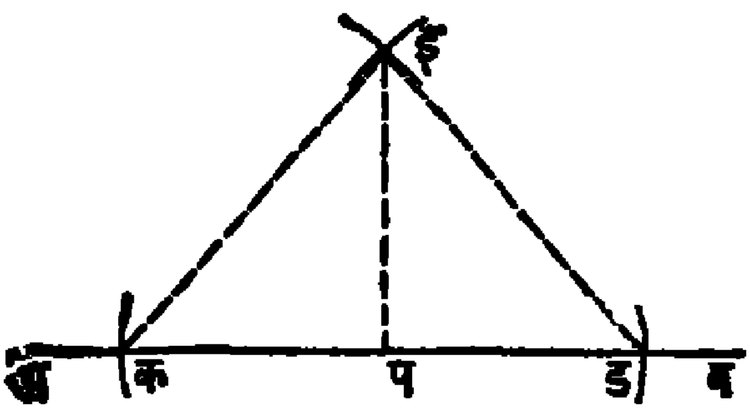
૧૧ કૃત્ય સિદ્ધાત ૨ अक વિના બીજી કોઈ ત્રિજ્યા લઇ કરો.

૧૨ કૃત્ય સિદ્ધાત ૨ अक, अडना જુદા માપ લઇ કરો

૧૩. કૃત્ય સિદ્ધાત ૨ अब ઉપર સમબાજુ △ દોરી તેની સામેના ખુણાને દુભાગી સાબિત કરો.

કૃત્ય સિધ્ધાંત ૩.

એક આપેલી લીટીમાં એક આપેલા બિંદુમાંથી તે લીટીને લંબ દોરવો.



अब એક આપેલી લીટી છે અને તેમા प એક આપેલુ' બિંદુ છે ત્યારે अब ઉપર पમાથી લબ દોરવાનો છે.

રચના. पअ, पबમાથી पक અને पड સરખી કાપો

क, ड, મધ્યબિંદુ લઇ જોઇએ તેટલી ત્રિજ્યા લઈ બે સરખા વર્તુળ દોરો, અને તે इમા અરસપરસ છેદે છે (સ્વી० કૃ०)

इप, इक, इड સાધો. ત્યારે इप, अबને प આગળથી લબ થશે.

સિધ્ધતા △ कइप અને △डइपમા

कप = पड, અને कइ = डइ, (રચના)

અને पइ સામાન્ય છે

△ कइप ≡ △ डइप ∠कपइ = ∠डपइ (પ્ર સિ ૧૪)

અને આ સરખા ખુણા अब સીધી લીટી ઉપર પાસેપાસેના છે.

. पइ ⊥ अबने છે કૃ० કૃ०

પ્રશ્નો.

૧ સમદ્વિબાજુ △મા પાયાના છેડામાથી પાયા પર દોરેલી લબ સામેની બાજુને લબાવતા મળે તો આકૃતિમા સઘળા અગના માપ કાઢો.

૨. એક લીટીને બીજી લીટી લબ દોરી સેટસ્કવેરથી માપી ખાત્રી કરો

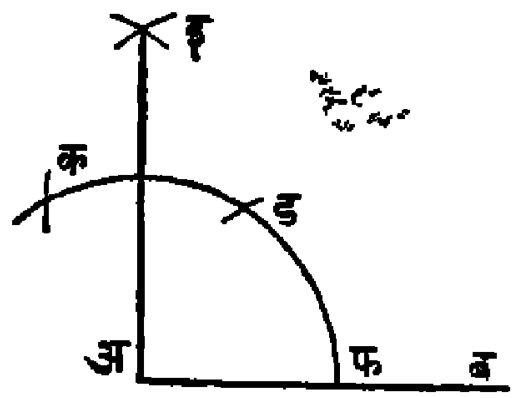
૩ એક વર્તુળમા अब જ્યા છે અને अ, बમાથી દોરેલી લબ વર્તુળને क, डમા છેદે છે તો अक, बड માપો

૪ એક ૩·૫" લાબી લીટીને તેના છેડાથી ·૭" દુર બિંદુમાથી ૧·૩" લાબો લબ દોરો. આવા કેટલા લબ દોરી શકાશે ?

૫ ૪·૦ સે મી ની ત્રિજ્યાના વર્તુળમા अब એક જગા છે, अबने कમા દુભાગી कने म મધ્યબિંદુ સાથે જોડી ∠मकअ અને ∠मकब માપો.

૬ ∠अकब અને कअ = कब લો. अ, बમાથી अम, बम, લીટી अक, बकने લબ છે. બતાવો કે कम, ∠अकबને દુભાગે છે.

૭.* अब એક આપેલી લીટીમા क બિદુ છે, બહાર ड બિંદુ લઇ તે (ड) મધ્યબિંદુથી कड ત્રિજ્યાએ એક વર્તુળ रकप. अबने ફરીથી रमा છેદે તેમ દોરો. रडने લબાવતા તે વર્તુળને प બિંદુમા છેદે છે पक સાધો, બતાવો કે पक, अबने લબ છે



૮* अबमा अ બિદુ છે अ મધ્ય બિંદુથી ગમે તે એક વર્તુળ દોરો फअ ત્રિજ્યાથી વર્તુળ ઉપર फड, डक સરખા ભાગ મૂકો, ड, क, મધ્યબિંદુ લઈ कड ત્રિજ્યાથી બે સરખા વર્તુળો इमा છેદે તેમ દોરો તો इअ, अबने ⊥ છે

૯. આકેલા સાહિત્ય વિના ૪૫° અને ૭૫°ના ખુણા બનાવો

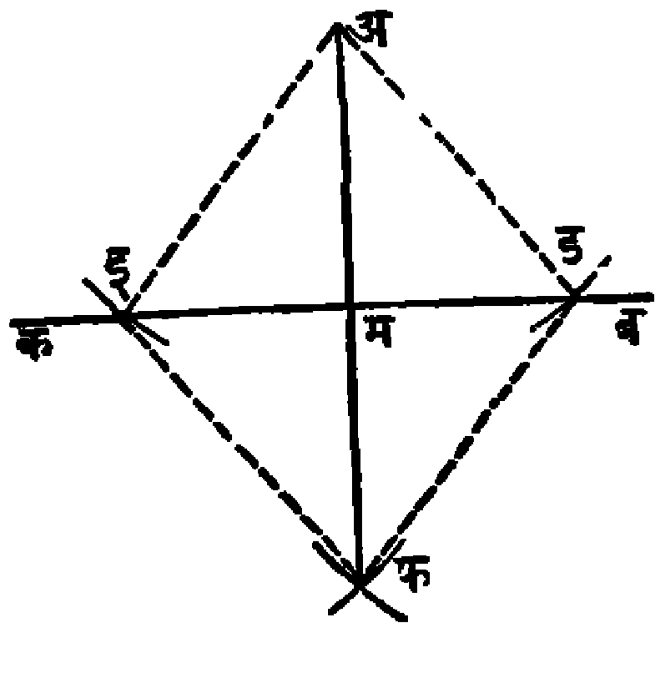
૧૦ કૃત્ય સિદ્ધાત ૩જાની આકૃતિની સમ્મિતરૂપતા બતાવો

૧૧.* કોઈપણ ત્રિકોણની બાજુઓને દુભાગી તેના મધ્યબિંદુમાથી તેજ બાજુ ઉપર લબ દોરો

સૂચના. આ લબનું સામાન્ય છેદનબિંદુ △ના બધા શિગ-બિંદુમાથી જતા પરિલગ્ન વર્તુળનુ મધ્યબિંદુ છે

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૪

એક આપેલી લીટી ઉપર તેની બહારના આપેલા બિદુમાથી લબ દોરવો



बक એક આપેલી લીટી છે અને अ તેની બહાર એક આપેલું બિંદુ છે, તો अमાથી बक ઉપર એક લબ દોરવાનો છે

રચના. अ મધ્યબિંદુ લઈ જોઈએ તેટલી ત્રિજ્યા લઇ बकને ड, इमा છેદે તેમ એક વર્તુળ દોરો (સ્વી० કૃ०)

ड, इ મધ્યબિંદુઓ લઇ જોઇએ તેટલી ત્રિજ્યા લઇ બે સરખા વર્તુળો फमा છેદે તેમ દોરો. (સ્વી० કૃ०)

अफ, अड, अइ, फड, फइ સાધો

ત્યારે अफ, એટલે अम, बकને લબ થશે

સિદ્ધતા ∵ △ अडफ અને △ अइफमा

अड = अइ, અને डफ = इफ અને अफ સામાન્ય છે, (રચના)

∴ ∠डअम = ∠इअम. (પ્ર० સિ० ૧૪)

વળી ∵ △डअम અને इअममा

डअ = इअ અને मअ સામાન્ય છે,

અને અંતર્ખુણો डअम = અંતર્ખુણો इअम,

∴ △डअम ≡ △इअम ∴ ∠डमअ = ∠इमअ. (પ્ર० સિ० ૧૦)

∴ अम, बकને લબ છે કૃ० કૃ०

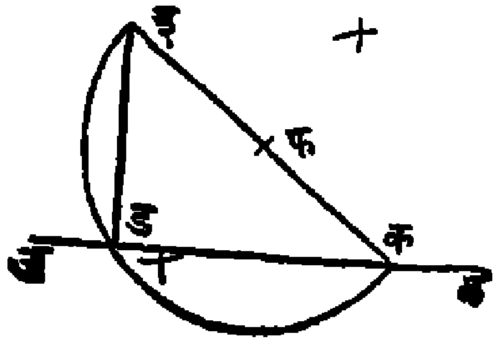
વ્યા०. ત્રિકોણના શિરોબિંદુમાથી સામેની બાજુ ઉપર દોરેલા લબ અરસપરસ જે બિંદુમા છેદે તેને **લંબછેદનબિંદુ** યા **લબસંપાતબિંદુ** કહે છે.

પ્રશ્નો.

૧ ઉપલી આકૃતિની સમ્મિતરૂપતા બતાવો.

૨ એક મોટો સાકડખુણુ ત્રિકોણુ લઈ તેના શિરોબિંદુમાથી સામેની બાજુઓ ઉપર લબ દોરો

૩ કાટખુણુ અને પહોળખુણુ ત્રિકોણુ લઇ પ્રશ્ન ૨ પ્રમાણે કરો.



૪* अब એક આપેલી લીટી છે અને इ એક બહાર આપેલુ બિંદુ છે. अबमा क કોઇપણ બિંદુ છે અને कइ જોડી દુભાગી તેની ઉપર એક અર્ધ વર્તુળ अबने ફરીથી डमा છેદે તેમ દોરો તો डइ લીટી अबने લબ છે.

૫* अब આપેલી લીટી છે અને क બહાર આપેલુ બિંદુ છે; अबમા બે બિંદુઓ ड અને इ છે ड, इ મધ્યબિંદુ લઇ डक, इक ત્રિજ્યાથી બે વર્તુળો ઉલટી બાજુએ पमा છેદે તેમ દોરો તો कप, बअने કાટખુણે છેદશે

૬ ∠अबकने દુભાવી बड દુભાગનારી લીટીના ड બિંદુમાથી अब અને बक ઉપર બે લબ દોરો, તો આ લમ સરખા છે

૭ પ્રશ્ન ૬ ટ્ટો ∠अबक કાટખુણો યા પહોળો ખુણો લઇ કરો

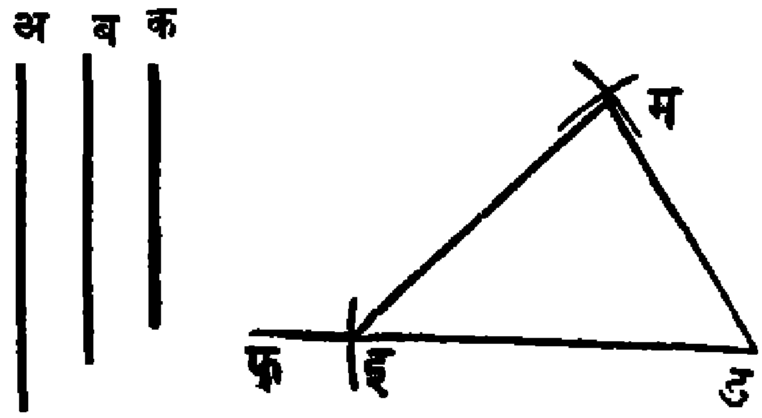
૮ વર્તુળના મધ્યબિંદુમાથી કોઇપણ જ્યા ઉપર લંબ દોરો

૯ એક ત્રિકોણમા બે શિરોબિંદુમાથી સામેની બાજુ ઉપર લબ દોરો આ લબ જે બિંદુમા છેદે તેમાથી ત્રીજી બાજુ ઉપર લબ દેરી આ લબ બાકીના શિરોબિદુ તરફ લબાવો

§ ૨૧. ત્રિકોણ રચના; અને કોણ રચના

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૫.

ત્રણ આપેલી લીટીની બરાબર બાજુવાળો એક ત્રિકોણ બનાવવો.



अ, ब, क ત્રણ આપેલી લીટી છે તો अ, ब कनी બરાબર બાજુ જેની હોય એનો એક ત્રિકોણ બનાવવાનો છે

રચના. डफ કોઇપણ લીટી લઈ તેમાથી अ = डइ કાપો, ड મધ્યબિંદુ લઇ क ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળ દોરો, અને इ મધ્યબિંદુ લઇ ब ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળ દોરો આ બે વર્તુળ ममा છેદે છે. मड, मइ સાધો, ત્યારે मडइ એક માગેલો ત્રિકોણ બશે

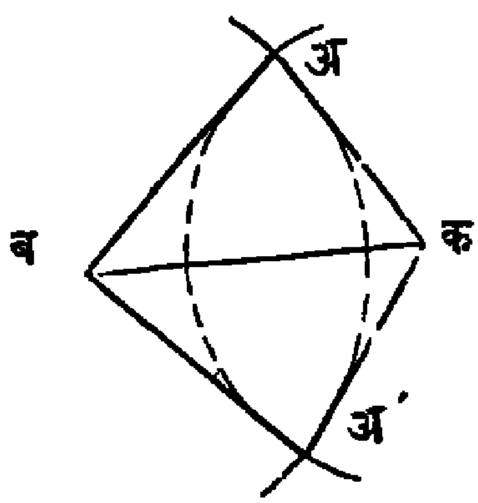
સિદ્ધતા હવે ∵ △मडइमा

डइ = अ, मइ = ब, डम = क, (રચના)

∴ मडइ માગેલો ત્રિકોણ છે કૃ૦ કૃ૦

ટીપ ૧ મોટામા મોટી બાજુ સૌંથી પહેલી દોરવી

ટીપ ૨ ત્રણ આપેલી લીટીમાથી એક જો બીજી બેના સરવાળાથી મોટી અથવા તેની બરાબર હોય તો ત્રિકોણ અશકય છે કારણ કે દોરેલા વર્તુળો એક બીજાને ન છેદતા મોટી લીટી પર એક બીજાની બહારના કે એકજ બિદુમા છેદશે જુઓ પ્રમેય સિધ્ધાત ૧૮



ટીપ ૩ કોઇપણ આકૃતિ માપ વિનાની દોરવાની હોય તો હમેશા મોટી આકૃતિ દોરવી, કારણ કે જે ભૂલ નાની આકૃતિમા માલમ પડે તે મોટીમા માલમ પડવી મુશ્કેલ છે

ટીપ ત્રણ બાજુઓની લબાઇઓ આપી હોય તો એ બાજુઓના જેટલા ત્રિકોણ નીકળે તેટલા દોરવા હોય તો શુ કરીશુ ?

અ, બ, ક, ત્રણ આપેલી લબાઇ લો

સૌથી મોટી અને અ = बक ને પાયા તરીકે લો ब આગળથી ક લબાઇની बअ લીટી દોરો કેટલી લીટીઓ ક લબાઈની દોરાશે ? આ ક = बअ નો अ છેડો જે લીટી ઉપર આવે તે લીટી કેવી આવશે ? ब મધ્યબિંદુ લઇ ક ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળ દોરો આ વર્તુળનું કોઇપણ બિંદુ बથી કેટલુ દૂર છે ? ક જેટલું કારણ ? એ વર્તુળની બધી ત્રિજ્યા = ક છે ત્યારે ब આગળથી લીટીઓ એવી દોરીએ કે તેના બીજા છેડા આ વર્તુળ ઉપર ન આવે તો તે લીટીઓની લબાઇ શી ? ક કરતા નાની કે મોટી એજ પ્રમાણે क આગળથી બ લબાઇની જેટલી લીટીઓ દોરાય તેટલી દોરો આ લીટીઓના બીજા છેડા કયા આવશે ? क મધ્યબિંદુ અને બ ત્રિજ્યા લઇ વર્તુળ દોરો ત્યારે આ બે વર્તુળો કયા કયા છેદે છે ? अ, अ મા એ બિંદુના ब, कथी અતર કેટલા ? બ, ક બરાબર अ, अ સિવાય બીજા કોઇ બિંદુથી ब, कના અતર બ, ક, બરાબર હોય કે નહિ ? નહિ ત્યારે અ = बक પાયા ઉપર ત્રણ આપેલી લબાઇના કેટલા ત્રિકોણ बकની ઉપલી બાજુએ થઇ શકે ? એકજ અને બીજો ત્રિકોણ ઉપલીજ બાજુએ આવી શકે તો તેનુ अ બિદુ કયાં

પડવુ જોઇએ ? ક્ષ ઉપરજ ત્યારે એ બે ત્રિકોણોનુ શુ થાય છે ? એક બીજા ઉપર બરાબર મળી જાય છે. નહિ મળી જાય તેા શું થાય ? બન્ને ત્રિકોણોની બાજુઓ એકી વખતે આપેલી લબાઇઓની હોઇ શકે નહિ એટલે ચક પાયા ઉપર આપેલી લંબાઇઓની હોઈ શકે નહિ એટલે ચક પાયા ઉપર આપેલી લંબાઇઓનેા એકજ ત્રિકોણ થઈ શકે છે.

વળી અ, બ, ક બાજુઓનેા બીજો કોઈ ત્રિકોણ બનાવીએ તેા તે અવફ △ ઉપરજ બરાબર સ્થાનેાપરિસ્થિત થવેા જોઇએ અને તેથી એવુ અનુમાન સિદ્ધ થાય છે કે,

"જે ત્રિકોણોમાં ત્રણે બાજુ અનુક્રમે બરાબર હોય તે ત્રિકોણેા સર્વસમાન છે." (પ્ર સિ ૧૪)

પ્રશ્નેા

૧ એક મોટા ત્રિકોણ બનાવી તેની બરાબર બીજો ત્રિકોણ બનાવેા.

૨. ૩·૧", ૪·૪", ૬·૨"ની બાજુવાળેા એક ત્રિકોણ બનાવેા

૩ ૪ ૩"ની બાજુ ઉપર એક સમબાજુ ત્રિકોણ બનાવી તેના ખુણા દુભાગી આપેા

૪ ૩·૫ સે.મીના પાયા પર ૫·૩ સેમીની બાજુનેા એક સમદ્વિબાજુ △ બનાવેા

૫ ૬૦°, ૧૨૦°, ૩૦°ના ખુણાવાળા △એા સાહિત્યની મદદ વિના બનાવેા (કંપાસ અને આકણી વાપરવી)

૬ પ્રશ્ન પમાની આકૃતિના ખુણાએા દુભાગેા

૭. ભૂમિતિથી અણજાણ્યેા એક છોકરેા પેાતાની કલમના ૧·૦" ૨ ૫", ૩·૬", લાબા ત્રણ કટકાથી એક ત્રિકોણ બનાવવા બેઠેા ત્રિકોણ બનાવેા યા ભૂલ બતાવેા

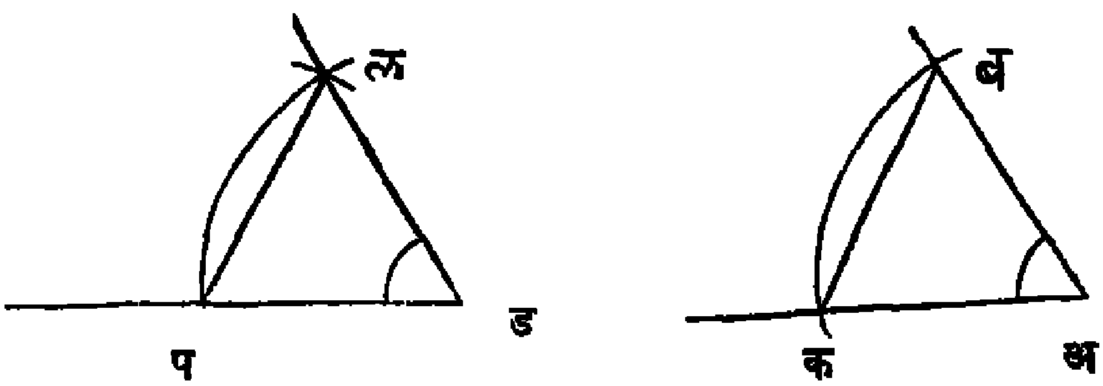
૮ એક આપેલા પાયા ઉપર એક આપેલી બાજુનેા સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ કાઢેા

૯ એક આપેલી લીટી ઉપર એક એવેા સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ કાઢેા કે તેની દરેક સરખી બાજુ પાયાથી બમણી હોય.

૧૦ પાયો અને પરિમિતિ આપ્યા હોય તો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ કાઢો.
૧૧ એક આપેલા પાયા ઉપર સમબાજુ ત્રિકોણ દોરો.
૧૨ કર્ણની બરાબર બાજુવાળો એક રોમ્બસ કાઢો.
૧૩ એક આપેલા પાયા ઉપર એક સમષટ્કોણ કાઢો.

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૬.

એક આપેલા ખુણાની બરાબર એક આપેલી લીટીના આપેલા બિંદુ આગળ એક ખુણો કરવો.



बअक આપેલો ખુણો છે, અને डपમા ड એક આપેલુ બિંદુ છે. ત્યારે डपમા ड આગળ એક ખુણો ∠बअक બરાબર કરવાનો છે

રચના. अ મધ્યબિંદુ લઇ કોઇપણ વર્તુળ દોરી अब = अक કરો. ड મધ્યબિંદુ લઇ તેજ ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળ દોરી डपને पમાં કાપો. અને प મધ્યબિંદુ લઇ कब ત્રિજ્યા લઇ આગળના વર્તુળને लમા છેદે તેમ એક વર્તુળ દોરો कब डल, पल સાધો

ત્યારે ∠बअक = ∠लडप થશે

સિદ્ધતા ∵ △बअक અને △ लडपમા

अब = डल, अक = डप, कब = पल; (રચના)

∴ ∠अ = ∠ड (પ્ર૦ સિ ૧૪) કૃ૦ કૃ૦

પ્રશ્નો.

૧ એક સાંકડો ખુણો કરી તેની બરાબર એક બીજો ખુણો કરો.
૨. એક પહોળો ખુણો કરી તેની બરાબર એક બીજો ખુણો કરો.
૩. એક બાજુ પર એક સમદ્વિબાજુ કાટખૂણુ ત્રિકોણ બનાવો.

૪. ∠અબક = ∠બકડ બનાવેા અને બઅ, કડ જો મમા મળે તેા મડ, મક માપેા

૫. એક △અબકના ખુણા બરાબર ખુણાવાળેા એક △ બનાવેા

૬. એક અબકડ ચતુષ્કેાણના ખુણા બરાબર ખુણાનેા ચતુષ્કેાણ કરેા.

૭ અબ = ૨.૦" છે અને ક બિંદુ ૦ ૫" અંતરે ઉપર છે, કમાથી એવી લીટી દેારેા કે અબ સાથે તે ૫૦°નેા ખુણેા કરે કટલી રચના થઇ શકશે?

૮. ૩.૫ સે મી ના વ્યાસ ઉપર વર્તુળ દેારેા મ મધ્યબિંદુમાથી મઅ, મબ પરિઘ સુધી દેારેા ∠અમબ માપેા. અબની સામેના કૌંસ ઉપર કેાઇપણ પ બિંદુ સાથે અ, બ સાધેા તેા ∠અપબ કેવડેા?

૯ * એકજ બાજુ ઉપર આપેલા પ અને લ બિંદુમાથા અબના એકજ બિંદુ સુધી એવી બે લીટી દેારેા કે તેઓ અબ સાથે સરખા ખુણા કરે

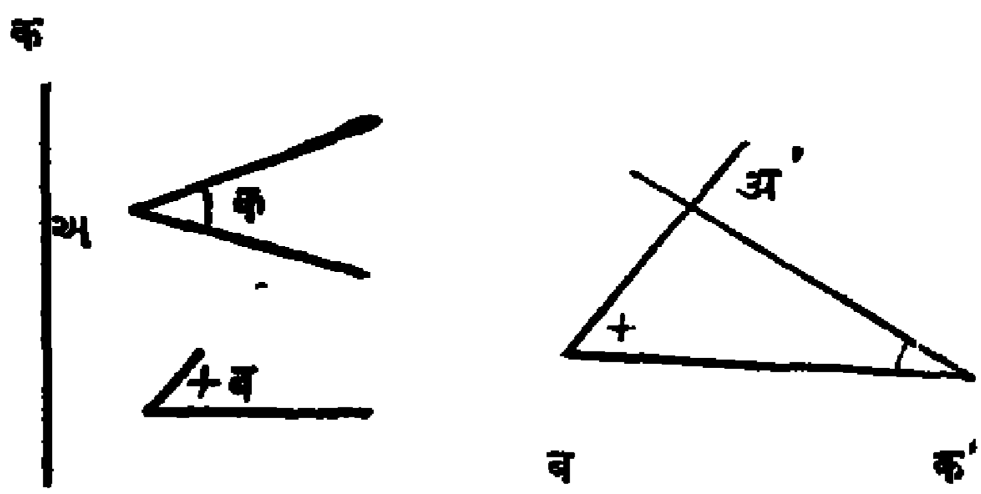
[નેાધ અબ ઉપર પક લબ દેારી પક લબાવી પક = ડક કરેા લડ સાંધી અબને જે બિંદુમા લડ છેદે તે બિંદુ પ સાથે સાધેા]

૧૦ * પમાથી એવી એક લીટી દેારેા કે અ, બમાથી તેની ઉપર દેારેલા લબ સરખા થાય. આ કયારે અશકય છે?

૧૧ * અ બિંદુમાથી એવી એક લીટી દેારેા કે તે બક ને ‖ થાય

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૭.

બે ખુણા અને તેની પાસેની બાજુ આપ્યા હેાય તેા ત્રિકેાણ બનાવવેા.



ब, क આપેલા ખુણા અને बक (અ) આપેલી બાજુ છે,
તેા ∠ब, ∠क, बक અગવાળેા એક ત્રિકેાણ બનાવવાનેા છે
રચના ગમે તે સીધી લીટી દેારી તેમાથી बक = ब'क' કાપેા

ब' આગળ ∠ब = ∠अ'ब'क' બનાવેા અને } (કૃ સિ ૬)
क' આગળ ∠क = ∠अ क ब' બનાવેા }

ब'अ', क अ'ને अ'મા મળવા દેા

ત્યારે अ'ब'क' માગેલેા ત્રિકેાણ થશે

સિદ્ધતા. △ अ'ब क'મા

ब क' = बक, ∠ब' =∠ब, અને ∠क' = ∠क છે, (રચના)

∴ अ ब क' માગેલેા ત્રિકેાણ છે કૃ૦ કૃ૦

ઉપસિદ્ધાંત બે ખુણા અને તેમાના એકની સામેની બાજુ આપ્યા હેાય તેા ત્રિકેાણ બનાવવેા.

ટીપ આપેલી લબાઇની બરાબર ब क' દેાર્યા પછી અમુક બાજુએ ∠ब, ∠क બનાવવા એવુ કાઈ નથી આપેલી बक = અ લબાઈની લીટી લઇ તેના છેડા ઉપર ∠ब, ∠क બરાબર ખુણા ગમે તે એક બાજુ કાઢીએ તેાપણ એ પ્રમાણે થતા બધા ત્રિકેાણને જો એકેક ઉપર સ્થાનેાપરિસ્થિતિથી મુકીએ તેા તે બધા સર્વસમાન છે પ્રશ્નેાત્તર કૃ૦ સિ૦ ૫ની ટીપમા બતાવ્યા પ્રમાણે કરી લેવા આ ઉપરથી એવુ અનુમાન નીકળે છે કે,

"જે ત્રિકેાણમા બે ખુણા અને એક બાજુ અનુક્રમે સરખાં હેાય તે ત્રિકેાણેા સર્વસમાન છે." (પ્ર૦ સિ૦ ૧૧)

પ્રશ્નેા

૧. अब = ૫·૧ સે મી, ∠अ=૭૧°, ∠ब = ૬૭° તેા △ બનાવી બીજા અગ માપેા

૨ बक = ૨·૯", ∠ब = ૯૦°, ∠क = ૨૫° તેા △ બનાવેા.

૩ कअ = ૪·૮ સે મી., ∠अ = ૩૨°, ∠क = ૧૧૭° તેા △ બનાવેા.

૪. અ = ૩·૬″ ∠વ = ૧૧૨°, ∠ક = ૩૩°, તો △ બનાવો.

નીચેના માપ પરથી △ઓ બનાવો —

૫. ક = ૩·૬ સે. મી, ∠અ = ૬૭°, ∠ક = ૭૨°,

૬. બ = ૫·૩ સે મી, ∠વ = ૩૨°, ∠અ = ૬૫°.

૭ ક = ૬·૭ સે. મી, ∠ક = ૩૨°, ∠અ = ૧૧૨°

૮. ક = ૨·૧″, ∠અ = ૫૧°, ∠ક = ૯૯°

૯ બ = ૧·૯″, ∠વ = ૯૯°, ∠અ = ૨૦°

૧૦ અ = ૫·૨ સે મી, ∠અ = ૨૭°, ∠વ = ૨૯°

૧૧. કર્ણ અને એક સાકડો ∠ આપ્યા હોય તો કાટખૂણ △ બનાવો.

૧૨ એક બાજુ અને સાકડો ∠ આપ્યા હોય તો કાટખૂણ △ બનાવો.

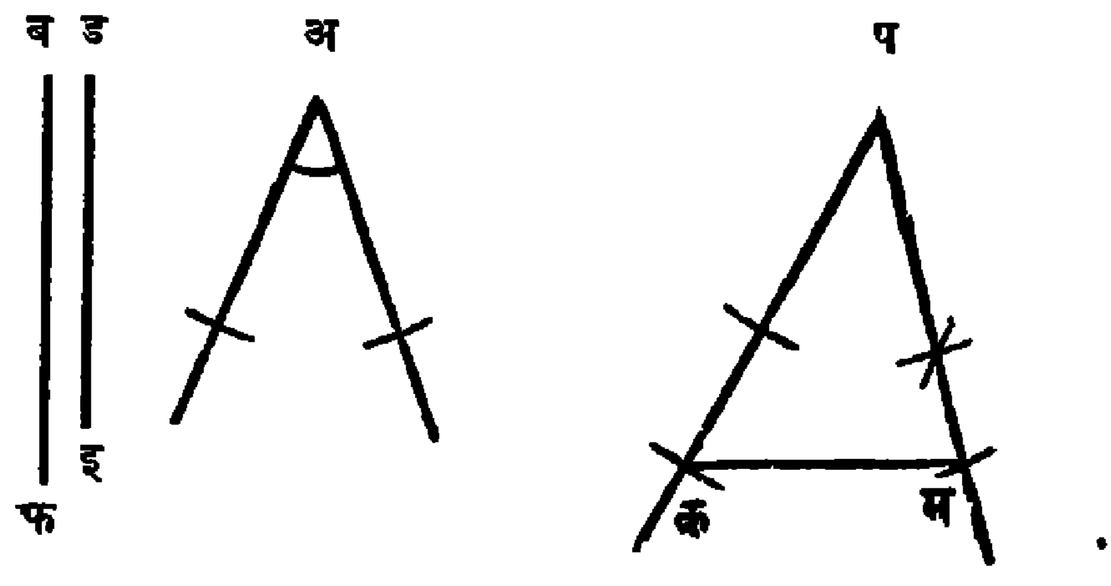
૧૩ એક કાટખૂણ △ મા એક સાકડો ખુણો બીજા સાકડા ખુણાથી બમણો છે તો △ કાઢો

૧૪ કર્ણ આપી છે તો સમદ્વિબાજુ કાટખુણ ત્રિકોણ બનાવો

૧૫ શિરોબિંદુ ખૂણો પાયા ઉપરના ખુણાથી બમણો, અને ચાર ગણો હોય એવા સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણો બનાવો.

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૮

બે બાજુ અને અંતર્ખૂણો આપ્યા હોય તો ત્રિકોણ બનાવવો.



बफ, डइ બે આપેલી બાજુ છે અને अ એક આપેલો અંત-ર્ખુણો છે, તો એ અંગવાળો એક ત્રિકોણ બનાવવાનો છે

રચના. કોઇપણ લીટીમાથી बफ = पक કરો અને प આગળ

∠ अ = ∠ मपक કરો. (કૃ૦ સિ૦ ૬)

અને डइ = पम કરો मप સાધો ત્યારે मपक માગેલો △ થશે.

સિદ્ધતા. ∵ △ मपकमा

पक = बफ, पम = डइ, ∠ प = ∠ अ, (રચના)

∴ △ मपक માગેલો ત્રિકોણ છે કૃ૦ કૃ૦

ટીપ. આપેલા अ અંતર્ખુણા બરાબર કોઇપણ ખુણો બનાવી તેની એક શાખાલીટીમાથી बफ બરાબર અને બીજીમાથી डइ બરાબર, એ ભાગો ખુણાથી શરૂ કરી કાપો અને ત્રિકોણ પુરો કરો ઘણા ત્રિકોણો બનાવી સ્થાનોપરિસ્થિતિથી સરખાવો, કૃ૦ સિ૦ ૫ પ્રમાણે પ્રશ્નોત્તર કરી નીચેનુ અનુમાન કઢાવો —

"જે જે ત્રિકોણોમા બે બાજુ અને અંતર્ખુણો બરાબર હોય છે તે બધા ત્રિકોણો સર્વસમાન છે" (પ્ર. સિ. ૧૦)

પ્રશ્નો

૧ અ = ૨·૧", બ = ૩·૩", ∠क = ૭૫° તો △ બનાવો

૨ બ = ૩·૭ સે મી, ક = ૫·૬ સે મી, ∠अ = ૫૨° તો △ કરો.

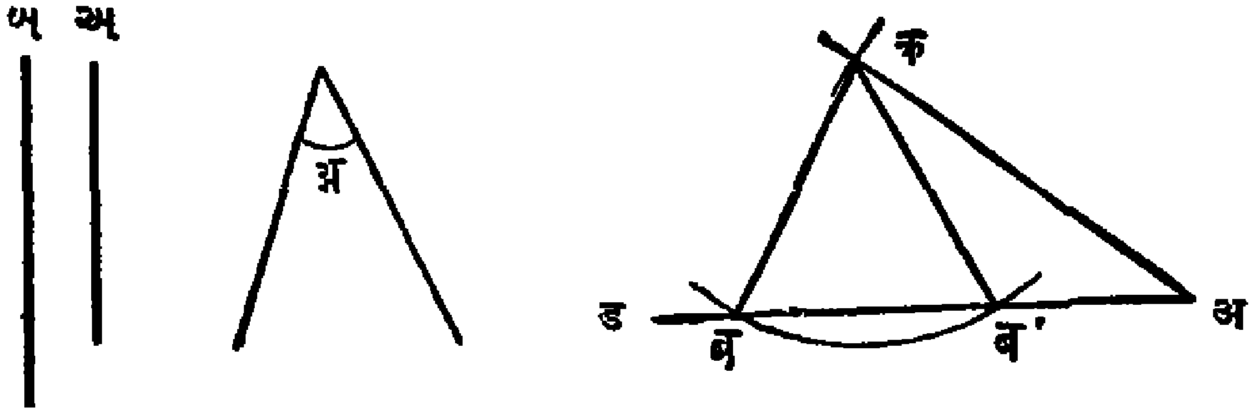
૩ ક = ૫·૧ સે મી., અ = ૮·૨ સે મી ∠ब = ૧૧૨° તો △ કરો

૪* અ = ૩·૭", બ = ૨ ૧", ∠ अ = ૬૦° તો △ કરો

ટીપ. નિશાળ ખાતાના સરકારી અભ્યાસમા નીચેના ૯મા સિદ્ધાતનો સમાવેશ થતો નથી માટે વિદ્યાર્થિને તે શીખવાની જરૂર નથી. ત્રિકોણોની રચનાના સઘળા પ્રકારો પૂરા કરવા માટે જ એ કૃત્ય અત્રે આપ્યુ છે.

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૯.

બે બાજુ અને તેમાંની એકની સામેનો ખુણો આપ્યાં હોય તો ત્રિકોણ બનાવવો.



અ. બ, બે આપેલી બાજુ છે અને અની સામેનો ખુણો अ આપેલો છે તો એક ત્રિકોણ બનાવવાનો છે

રચના. अ'ड લીટીમા अ' આગળ ∠ अ = ∠ अ' કરો,(ફ્ સિ ૬) અને બ = अ क કરો क મધ્યબિંદુથી અ ત્રિજ્યા લઈ એક વર્તુળ દોરો

જો આ વર્તુળ अ'ड ને ब અને ब'મા છેદે

તો अ'कब, अ'कब △ઓ આપેલા પક્ષ ઉપરથી થશે

સિદ્ધતા ∵ अ कब △મા અને ∵ अ बक' △મા

∠ अ = ∠ अ ∠ अ' = अ

अ क = બ, अ'क = બ

અને बक = અ, અને कब = અ,

તેથી अ कब, અને अ'कब' માગેલા ત્રિકોણ છે ફ્૦ ફ્૦

ટીપ कमाथी अड ઉપર લબ દોરી હોય અને તેટલીજ લબાઇની અ હોય તો એકજ ત્રિકોણ થશે ∵ ∠ब' = ૯૦° = ∠ ब વળી જો कल લબ હોય તો कल અતર (कનુ अ'ડથી) ઓછામા ઓછુ છે તેથી જો અ, कलથી ઓછી હોય તો કોઇપણ ત્રિકોણ થશે નહિ કારણ કે અ ત્રિજ્યાથી દોરેલો વર્તુળ अ'ડને મળશે નહિ. જ્યારે બે ત્રિકોણો થાય છે ત્યારે આ સિદ્ધાતને અનિશ્ચિત ત્રિકોણરચના હોય છે

તેમજ અનિશ્ચિત ત્રિકોણ બનાવવાને માટે અ, બથી ઓછી અને कल લબથી વધારે હોવી જોઇએ કારણ કે જો અ, બથી મોટી હોય તો વર્તુળના બન્ને છેદનબિંદુઓ अ'ड ઉપર ∠ अ તરફ ન પડતાં વિરૂદ્ધ બાજુએ પડશે એટલે એકજ △ થશે.

પ્રશ્નો.

૧ ઉપરના સિદ્ધાંતમા અ, બથી ઓછી હોય અને

(૧) અ, લંબથી ઓછી હોય
(૨) અ, લબની બરાબર હોય } ત્યારે આકૃતિઓ દોરો
(૩) અ, લબથી મોટી હોય

૨. અ, બથી મોટી હોય ત્યારે આકૃતિ કાઢો.

૩ અ = બ હોય ત્યારે આકૃતિ કાઢો.

૪ ક = ૨·૧", બ = ૧·૭" અને ∠ ब = ૩૫° ત્યારે ત્રિકોણ દોરો.

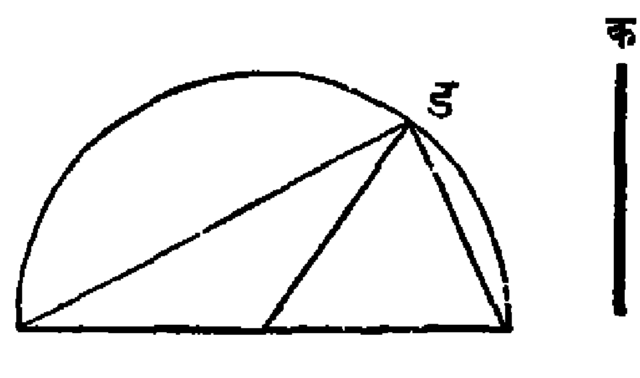
૫. ક = ૫·૦ સે મી, બ=૩·૦ સે મી અને ∠ अ=૩૫° ત્યારે △ દોરો

૭ △ अबक અને △ डईफमा अब = डइ, अक = डफ અને ∠ ब = ∠ इ છે બતાવો કે આ ત્રિકોણો સરખા હોય કે ન હોય

ટીપ ઉપલી આકૃતિઓમા અનિશ્ચિત ત્રિકોણો હોય ત્યા કારણઆપો.

કૃત્ય સિધ્ધાંત ૧૦.

કર્ણ અને એક બાજુ આપ્યા હોય તો કાટખુણ ત્રિકોણ બનાવવો



क એક બાજુ અને अब કર્ણ છે ત્યારે એક કાટખુણ ત્રિકોણ બનાવવાનો છે.

રચના. अबने ममा દુભાગી म મધ્યબિંદુ લઈ मअ ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળ દોરો

अ મધ્યબિંદુ લઇ क ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળ દોરો. આ વર્તુળ આગળના વર્તુળને डमा છેદે છે. डअ, डम, डब સાંધો.

ત્યારે अडब માગેલો ત્રિકોણ થશે

સિધ્ધતા. ∵ अडम △મા અને ∵ बडम △માં

मअ = मड   मब = मड

∴ ∠अ = ∠मडअ,   ∴ ब ∠मडब.

∴ સરવાળો કરતા ∠अडब = ∠अ + ∠ब છે,

∴ अडब એક કાટખુણ △ છે.   (પ્ર૦ સિ૦ ૮ ઉપ)

અને તેમા अब કર્ણ છે અને अड = क એક બાજુ છે

∴ अडब માગેલો ત્રિકોણ છે   કૃ૦ કૃ૦

ટીપ. આપેલી अब કર્ણના अ છેડામાથીજ क બરાબર બાજુ દોરવી એવુ કાઇ નથી अब ઉપર ગમે તે બાજુએ અર્ધ વર્તુળ દોરી અને अबના કોઇપણ છેડામાથી ગમે તે બાજુએ क બરાબર બાજુ દોરી જે જે ત્રિકોણો થાય તે બધા સ્થાનોપરિસ્થિતિથી બરાબર માલમ પડે છે. કૃ૦ સિ૦ ૫ પ્રમાણે પ્રસ્નોત્તર કરી નીચેનુ અનુમાન ઠસાવો —

"જે જે કાટખુણ ત્રિકોણોમા કર્ણ અને એક બાજુ બરાબર હોય તે બધા ત્રિકોણો સર્વસમાન છે" (પ્ર. સિ ૧૫)

પ્રશ્નો

૧ સિદ્ધાંત ૧૦મા માગેલા △ઓ अब ઉપર કેટલા થઈ શકે ?

૨ અર્ધ વર્તુળમાનો ખુણો એક કાટખુણો છે

૩ ઉપલી આકૃતિમા डप, अब ઉપર લબ હોય તો △अडप, △बडप અને △अडब અરસપરસ સમકોણ છે.

૪. એક વર્તુળમા ૩·૭″ કર્ણ અને ૧·૨″ બાજુના બે કાટખુણ ત્રિકોણ પાસેપાસે મુકી એક લબ ચોરસ બનાવો

૫ એકજ બાજુ ઉપર ને એકજ કર્ણના બે સરખા કાટખુણ ત્રિકોણ બનાવી તેના શિરોબિંદુ સાધી એક લબ ચોરસ બનાવો.

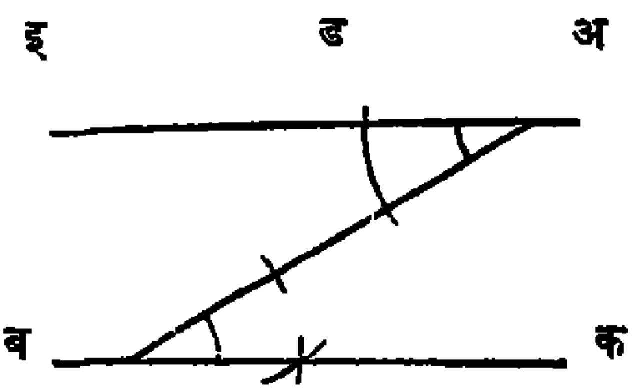
૬ * એક બાજૂ અને કાટખુણામાથી સામેના કર્ણ ઉપર દોરેલી લબ આપી હોય તો કાટખૂણ ત્રિકોણ બનાવો.

૭.* કર્ણ અને બાજુઓનો સરવાળો આપ્યા હોય તો કાટખુણ ત્રિકોણ બનાવો.

§ ૨૨ સમાન્તર સીધી લીટી દોરવાનુ; લીટીના સરખા ભાગ કરવાનુ; અને કૈાંસને દુભાગવાનુ.

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૧૧.

એક આપેલા બિંદુમાથી એક આપેલી સીધી લીટીની સમાન્તર સીધી લીટી દોરવાની



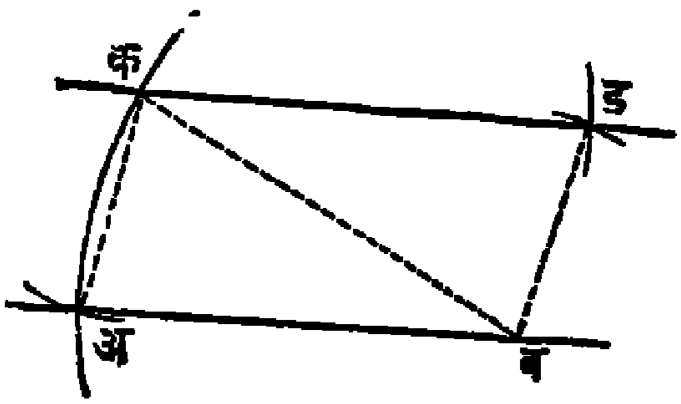
बक એક આપેલી લીટી અને अ એક આપેલુ બિંદુ છે.
ત્યારે अમાથી बक ‖ એક લીટી દોરવાની છે.
રચના अब સાધી, अ આગળ ∠बअड, ∠अबक બરાબર કરેા. અને अडને इ સુધી લબાવેા ત્યારે अइ લીટી बक સમાન્તર થશે.
સિદ્ધતા ∵ अइ અને बक લીટીને बअ લીટી મળે છે, અને વ્યુત્ક્રમ ∠डअब = વ્યુત્ક્રમ ∠अबक કરે છે.
∴ बक ‖ अइ છે (પ્ર૦ સિ૦ ૪) કૃ૦ કૃ૦

પ્રશ્નેા.

૧ अब = ૪ ૫ સે મી અને ∠बअक = ૬૦°, कમાથી अब ‖ कड દોરેા, અને कड = ૪·૫ સે મી. છે, डब સાધેા, अक, डब, ∠ क, ∠ ब માપેા

૨ ૧·૫″ ત્રિજ્યાના એક વર્તુળ પર अब વ્યાસની બન્ને બાજુએ ड અને इ ૧″ છેટે છે. ड, इમાથી બે જ્યા વ્યાસ ‖ દોરેા અને તેને માપેા

૩ ∠बअक = ૬૦° અને बअ = अक = ૩·૨″ છે कड ‖ अब અને बड ‖ अक દોરેા अड, बक, ममा છેદે તેા मअ, मब, मक, मड માપેા.



૪* बअ આપેલી લીટી અને क આપેલુ બિંદુ છે अब-મા ब ગમે તે બિંદુ લેા અને ब મધ્યબિંદુ લઇ बक ત્રિજ્યા લઈ એક વર્તુળ દેારેા क મધ્યબિંદુ અને कब ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળ દેારેા, ब મધ્યબિંદુ લઇ अक ત્રિજ્યા લઇ એક વર્તુળ દેારેા એ વર્તુળેા डમા છેદે તેા कड ‖ अब છે.

૫ વ્યાવહારિક કામમા કેવી રીતે સમાન્તર લીટી દેારશેા?

૬. ૨ ૧ના પ્રમાણમા બાજુએા હેાય એવેા એક લબ ચેારસ બનાવેા.

૭ ૪", ૩", ૧·૫"ની બાજુનુ એક સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિજ્યમ કરેા.

૮. એક બાજુ અને એક કર્ણ ૨ ૪" અને ૪ ૨" છે તેા લ મ ચેારસ દેારેા.

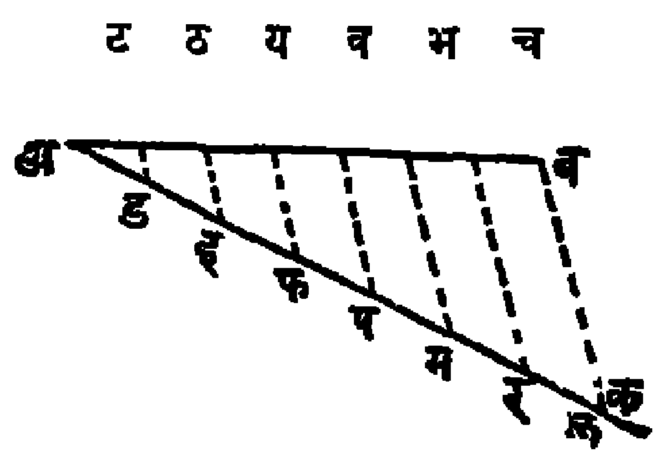
૯ બે કર્ણો અને અતર્ખૂણેા ૪ ૦", ૬·૦" અને ૭૫° છે તેા સ ચ દેારેા.

૧૦ ૪·૦" પાયા ઉપર ૨ ૧" ઉંચાઇનેા ૫૫°ના ખુણાવાળેા એક સ૦ ચ૦ બનાવેા.

૧૧. કૃત્ય સિદ્ધાત ૧૧ની આકૃતિમા बक ઉપર अल લબ દેારેા; અને अ તરફ बफ લબ (अल) દેારેા તેા फअ, बकनी સમાન્તર છે.

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૧૨.

કેાઈ આપેલી સીધી લીટીના અમુક સરખા ભાગ કરવા.



अब એક આપેલી લીટી છે અને તેના (ધારેા કે) સાત સરખા ભાગ કરવાના છે.

રચના. अबनी સાથે કોઇપણ अक લીટી ગમે તે ખુણેા કરે તેમ દોરેા.

अक ઉપર અનુક્રમે સાત સરખા ભાગ अड, डइ, इफ, फप, पम, मर, रल કરેા, અને बल સાધેા.

અને लव ‖ रच, मभ, पव, फय, इट, डठ દોરેા (કૃ૦ સિ૦ ૧૧)

ત્યારે अबना સાત સરખા ભાગ થશે

સિદ્ધતા ∵ अकने છેદી સમાન્તર લીટીઓ अलना

अइ, डइ, इफ, फप, पम, मर, रल, સાત સરખા ભાગ કરે છે

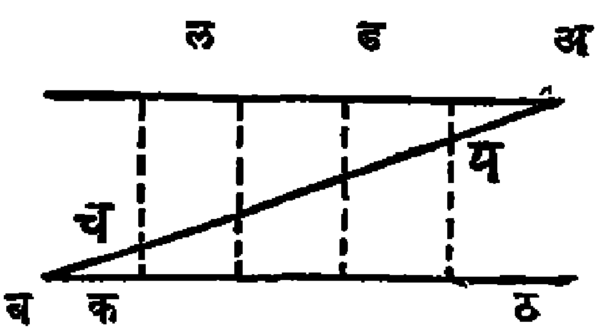
∴ તેજ સમાન્તર લીટીઓ अबना પણ તેટલાજ

अठ, ठट, टय, यव, बभ, भच, चब, સરખા ભાગ કરે છે (પ્ર સિ ૨૩)

એજ પ્રમાણે अबना ગમે તેટલા સરખા ભાગ થઇ શકે છે કૃ૦ કૃ૦

કૃત્ય સિધ્ધાંત ૧૨ની દ્વિતીય રચના

अबनी સાથે ખુણેા કરતી अल લીટી દોરેા અને अल ‖ बठ દોરેા.



अल, बठ ઉપર આકૃતિમા બતાવ્યા પ્રમાણે ચાર ચાર સરખા ભાગ કરેા

અને બતાવ્યા પ્રમાણે સાધેા, ત્યારે अबना પાચ સરખા ભાગ થશે.

∵ डठ, लक વગેરે ‖ છે

અને अलना ચાર સરખા ભાગ થાય છે અને बठना પણ ચાર સરખા ભાગ થાય છે,

∴ बय, अचना ચાર ચાર સરખા ભાગ થાય છે

∴ अबना પાચ સરખા ભાગ થાય છે, કૃ૦ કૃ૦

પ્રશ્નેા.

૧. એક લીટીના પાચ સરખા ભાગ આશરે કરી સરખાવેા.

૨ ૪·૭'' લીટીના ૬ સરખા ભાગ કરેા.

૩ ૧૧·૦ સે. મી. લીટીના સાત સરખા ભાગ કરેા.

૪. એક આખી લીટીમાથી તેનેા $\frac{3}{8}$ ભાગ કાપેા.

૫. એક લીટીને લબાવી તેને $1\frac{4}{7}$ ગણી બનાવેા.

૬ એક લીટીને લંબાવી તેને ૧ ૩ગણી બનાવેા
૭. એક લીટીમાથી તેનેા ∙૭ ભાગ કાપેા
૮ એક લીટીને ૩ ૯ના પ્રમાણમા કાપેા
૯. એક લીટીને કાપેા અને તેના ભાગેાનુ પ્રમાણ કહેા

કૃત્ય ૫થી ૧૨ ઉપરના સામાન્ય પ્રશ્નેા

૧ પાસેપાસેની બે બાજુ અને તેનેા અંતર્ખુણેા આપ્યા હેાય ત સ૦ ચ૦ દેારેા

૧ એક બાજુ બીજી કરતા બમણી હેાય એવેા લબચેારસ દેારે

૩ ૬૦°ના ખુણાવાળેા એક સ૦ ચ૦ આપેલી બાજૂ ઉપર દેારે

૪. એક ખુણેા અને પરિમિતિ આપ્યા હેાય તેા સ૦ ચ૦ દેા

૫ એક આપેલી લીટીથી આપેલે અંતરે આવે એવી એ સમાન્તર લીટી દેારેા

૬. ૧∙૨", ૧∙૮" અને ૨ ૪"ની બાજુ અને કર્ણ અનુક્રમે હે એવેા સ૦ ચ૦ દેારેા

૭ ૩∙૪ સે મી ની બાજુ અને ૫ ૪ સે મી.ની કર્ણ હે એવેા લબચેારસ દેારેા.

૮ બે પાસેપાસેની બાજુ અને સામસામેની બાજુનુ અ આપ્યા હેાય તેા સ૦ ચ૦ દેારેા

૯ એક કાટખુણાના ત્રણ સરખા ભાગ કરેા

૧૦ બે બાજુ અને પાયા ઉપરની ઉંચાઇ આપ્યા હેાય તેા ત્રિકેાણ દેારે

૧૧ પાયેા, એક બાજુ, અને પાયા ઉપરની મધ્યગા આપ તેા △ દેારેા

૧૨ પાયા, પાયા ઉપરની ઉંચાઈ, અને એક બાજુ આપ્યા હે તેા △ દેારેા

૧૩ બે કર્ણ અને એક બાજુ આપ્યા હેાય તેા સ૦ ચ૦ દેારેા

૧૪ પાયા ઉપરના બે ખુણા અને પાયા ઉપરની ઉંચાઇ આપ હેાય તેા △ દેારેા

૧૫ આપેલી ઉંચાઇનેા એક સમબાજુ ત્રિકેાણ દેારેા

૧૬ શિરેાબિંદુ ખુણેા ને ઉંચાઇ આપ્યા હેાય તેા સમદ્વિબાજુ △ દેારે

૧૭ જેનેા શિરેાબિંદુખુણેા પાયા ઉપરના ખુણાથી ચારગણેા હે એવેા એક સમદ્વિબાજુ △ બનાવેા.

૧૮. ૧.૩"ના પાયા ઉપર એક સમદ્વિબાજુ △ બનાવેા.

૧૯ પાયેા અને ઉંચાઈ આપ્યા હેાય તેા સમદ્વિબાજુ △ બનાવેા.

૨૦. ૬૦°ના ખુણામાથી જતી કર્ણ ૨.૪"હેાય એવેા રેામ્બસ બનાવેા.

૨૧ ૩ ૪ સે મી.ની મધ્યગા હેાય એવેા એક સમબાજુ △ બનાવેા.

૨૨ એક બાજુ અને કાટખુણામાથી કર્ણ ઉપર દેારેલેા લબ આપ્યા હેાય તેા કાટખુણુ ત્રિકેાણુ બનાવેા

૨૩ કર્ણ ને બે બાજુનેા સરવાળેા આપ્યા છે તેા કાટખુણુ △ બનાવેા.

૨૪. પરિમિતિ અને ઉંચાઇ આપ્પા છે તેા સમદ્વિબાજુ △ બનાવેા.

૨૫. પાયેા અને શિરેાબિંદુ ખુણેા આપ્યાછેતેા સમદ્વિબાજુ △ બનાવેા.

૨૬ પાયેા, અને શિરેાબિંદુખુણેા તથા પાયા ઉપરના એક ખુણાનેા સરવાળેા આપ્યા હેાય તેા સમદ્વિબાજુ ત્રિકેાણુ દેારેા.

૨૭ * પાયેા, અને એક બાજુ તથા ઉંચાઇનેા સરવાળેા આપ્યા છે તેા સમદ્વિબાજુ △ દેારેા

૨૮ *એક આપેલી લીટીમા પાયેા હેાય અને બે આપેલા બિંદુ-માથી બાજુએા જાય એવેા એક સમબાજુ ત્રિકેાણુ દેારેા

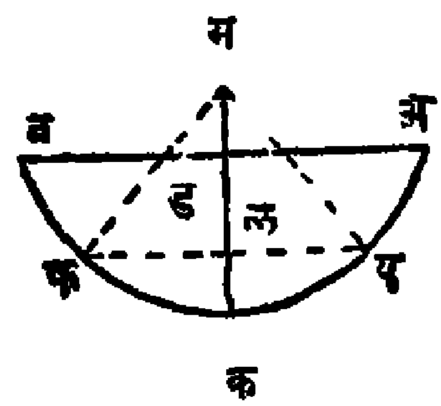
૨૯ * પાયેા, ઉંચાઇ, અને પરિલગ્ન વર્તુળની ત્રિજ્યા આપ્યાં હેાય તેા ત્રિકેાણુ દેારેા

૩૦ * એક આપેલા ત્રિકેાણુમા એવી એક લીટી દેારેા કે તે પાયાથી ત્રીજે ભાગે હેાઇ પાયાની સમાન્તર હેાય અને તેના છેડા બાજુ ઉપર હેાય.

૩૧ * એક આપેલા ત્રિકેાણુમા એવી એક લીટી દેારેા કે તે પાયાથી ચેાથે ભાગે હેાય ને પાયાની સમાન્તર હેાઈ તેના છેડા બાજુ ઉપર હેાય.

કૃત્ય સિધ્ધાંત ૧૩.

વર્તુળના આપેલા કેાંસને દુભાગવું.



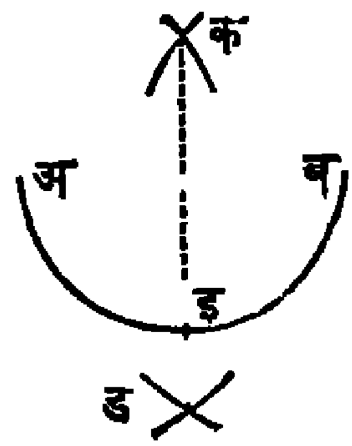
अकव એક આપેલુ કૌંસ છે અને તેને દુભાગવાનું છે

રચના. अवने સાધી તેને डमा દુભાગો. (કૃ૦ સિ૦ ૨)
અને अवने डम, ⊥ દોરી, मडने લંબાવી કૌંસને कमा છેદવા દો. (કૃ૦ સિ૦ ૩)

ત્યારે अकव કૌસના क બિંદુમા બે સરખા ભાગો થશે,

સિધ્ધતા કરવાની નથી. કૃ૦ કૃ૦

અથવા



પક્ષ अइव કોઇપણુ કૌંસ લો

સાધ્ય ત્યારે अइव કૌસને દુભાગવાનુ છે

રચના. अ મધ્યબિંદુ લઇ અને अवना અર્ધાથી સહેજ મોટી ત્રિજ્યા લઇ એક વર્તુળ દોરો व મધ્યબિંદુ અને તેવડીજ ત્રિજ્યા લઇ બીજો વર્તુળ દોરો. આ બે વર્તુળો क, डमा છેદે છે कड સાધો

જો कड લીટી કૌસને इमा છેદે તો अव કૌસ इमा દુભાગાય છે.

સિદ્ધતા કરવાની નથી કૃ૦ કૃ૦

પ્રશ્નો.

૧ મધ્યબિંદુ આગળ ૯૦°નો ખુણો કરે એવા કૌસને દુભાગો.

૨. એક અર્ધ વર્તુળને દુભાગો

૩ એક અર્ધ વર્તુળથી ઓછા કૌંસને દુભાગો

૪ એક અર્ધ વર્તુળથી મોટા કૌસને દુભાગો

૫ ૩·૪" ત્રિજ્યાના વર્તુળના મધ્યબિંદુ આગળ ૪૫°નો ખુણો કરે એવા કૌસને દુભાગો.

૬. ૬૦૨ સે મી ની ત્રિજ્યાના વર્તુળના મધ્યબિંદુ આગળ ૬૨°નો ખુણો કરે એવા કૌસને દુભાગો

૭. એક કૌસના ચાર સરખા ભાગ કરો, આઠ સરખા ભાગ કરો

§ ૨૩. નિધાન રચના.

ટીપ–નિધાનના સિદ્ધાંતો મંજુર થએલા અભ્યાસક્રમ પ્રમાણે વિદ્યાર્થિને કરવાના નથી માટે તે શીખવાની ખાસ જરૂર નથી.

નિધાન અથવા કક્ષા.

ધારો કે પ બિંદુ એવુ છે કે તે હમેશા ગમે તે સ્થિતિમા એક મુકરર મ બિંદુથી ૫" અંતરે રહે છે હવે પ બિંદુની જુદી જુદી સ્થિતિઓ નક્કી કરી પાસેપાસેના બિંદુઓ જોડીએ તો જે લીટી થશે તે લીટી ઉપરનુ દરેક બિંદુ મથી ૫" અંતરે હોવુજ જોઇએ, માટે આવી લીટીને મથી ૫" અંતરે રહે એવા બિંદુનુ **નિધાન** યા **કક્ષા** કહે છે વળી અ બિંદુ એવુ છે કે એક આપેલી વક્ર લીટીથી હમેશા ૩૦૧ સે મી ને અંતરેજ રહે છે તેથી અની જુદી જુદી સ્થિતિઓ નક્કી કરી તેમાથી જે લીટી દોરીએ તે અનુ વક્રના સંબંધમા નિધાન કહેવાય છે એજ પ્રમાણે અ અને બ એ બિંદુથી સરખે અંતરે જે ક બિંદુ હમેશા રહે છે તેનુ નિધાન પણ નીકળી શકે. કારણ કે જો કની જુદી જુદી સ્થિતિ નીકળી શકે તો એ બિંદુને સાધનારી લીટી તે તે નિધાન છે

વ્યાખ્યા. કોઇ આપેલી શરત પુરી કરી જુદી જુદી સ્થિતિમા જઇ એક બિંદુ જે **લીટી** નક્કી કરે તે તે બિંદુનુ **નિધાન** યા **કક્ષા** કહેવાય છે

આ ઉપરથી સ્પષ્ટ થશે કે નિધાન રચનામા નીચેની બાબતો જરૂરની છે –

(૧) સ્થિર આપેલી લીટી યા બિંદુ,

(૨) એક જુદી જુદી સ્થિતિમા ફરતુ બિંદુ,

(૩) આપેલી અમુક શરત, અને

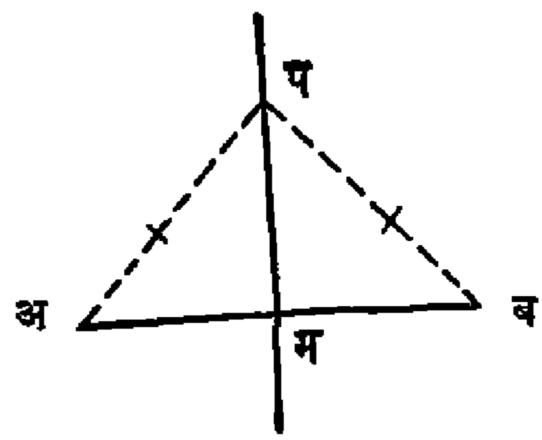
(૪) ખસતુ બિંદુ જે લીટી દોરે તે લીટી

નોંધ–ઉપરની વ્યાખ્યામા " જે લીટી દ્વારે તે ' શબ્દોમા ' લીટી ' એટલે "વક્ર યા સીધી લીટી", "એક યા વધારે લીટી" બન્ને અર્થ સમજવા.

વળી કોઇપણ નિધાન કાઢતી વેળા બતાવવુ જોઇએ કે એવી લીટીનુ કોઇપણ બિંદુ આપેલી શરત પુરી કરે છે, અને તે લીટીની બહારનુ કોઇપણ બિંદુ આપેલી શરત પુરી કરતુ નથી પણ આ દ્વિતીય સિદ્ધતા વધારે સહેલી હોવાથી વિદ્યાર્થીને માટે પ્રશ્ન તરીકે રહેવા દીધી છે.

(૧) આપેલી લીટીને દુભાગનાર નિધાન.

એક બિંદુ એવી રીતે ખસે છે કે તેનાં અતરો બે આપેલાં બિંદુથી હમેશા સરખા રહે છે તો તે બિંદુનુ નિધાન કાઢવું.



अ, ब, બે આપેલા સ્થિર બિંદુઓ છે અને प એવુ ખસતુ બિંદુ છે કે अ, बथी તેના અતરો હમેશા સરખા રહે છે ત્યારે पनु નિધાન કાઢવાનુ છે

∴ अब લીટીનુ મધ્યબિંદુ म, अ અને बथी સમાન અતરે છે.

∴ म, पनी એક સ્થિતિ છે

ધારો કે प એ ખસતા બિંદુની એક બીજી સ્થિતિ છે

તેથી पअ = पब पम સાંધો

હવે ∵ पअम અને पबम △ ઓમા पअ = पब, अब = बम, અને पम સામાન્ય છે, ∴ △पअम ≡ △पबम છે (પ્ર૦ સિ૦ ૧૪)

∴ ∠पमअ = ∠ पमब ∴ पम, अबने લબ છે.

એટલે પ, જે અ અને બ થી સરખે અંતરે છે તે અબના દુભાગનાર લંબ ઉપર છે

એજ પ્રમાણે પમ ઉપર ગમે તે બિંદુ લઇએ તો તે અ અને બથી સમાન અંતરે છે

∴ મપ, એ અ, બથી હમેશા સરખે અંતરે રહેતા પનું નિધાન છે ક્૦ ક્૦

ટીપ—ઉપલી પ્રતિજ્ઞા નીચે પ્રમાણે પણ મૂકી શકાય છે —

(૧) બે સ્થિર બિંદુથી સરખે અંતરે રહેતા બિંદુનુ નિધાન કાઢવું

(૨) બે સ્થિર બિંદુથી સરખે અતરે રહેતા બિંદુનું નિધાન તે બે સ્થિર બિંદુઓને જોડનારી સીધી લીટીનો દુભાગનાર લંબ છે.

પ્રશ્નો.

૧ એક આપેલા બિંદુથી ૨ ૧" ને અતરે રહેતા બિંદુનુ નિધાન કાઢો.

૨ ઘડિઆળના મિનિટ કાટાની અણીનુ નિધાન શુ ? કલાક કાટાની અણીનુ નિધાન શુ ?

૩ અવાજ ૧ સેકન્ડમા ૩૮૦ વાર જાય તો એક સેકન્ડે જે લોકો અવાજ સાભળે તેનુ નિધાન શુ ? (યોગ્ય સ્કેલ લેવું)

૪ એક આકણીને કાગળ ઉપર રાખી ગોળ ફેરવીએ તો તેની ધરીનુ નિધાન શુ ? તેના છેડાના મધ્યબિંદુનુ નિધાન શુ ?

૫ એક રસ્તાની કોરેથી સરખે અતરે એક માણુસ જાય તો તેનુ નિધાન શુ ?

૬ એક બારણાને ઉઘાડીએ તો તેની ધરીનું નિધાન શુ ?

૭ બે રૂપીયાને ટેબલ ઉપર સાથે રાખી એકને સ્થિર કરી બીજાને કોરની અડોઅડ ફેરવીએ તો તેના મધ્યબિંદુનુ નિધાન શુ ?

૮. એક વર્તુળાકાર રસ્તાની કોરથી એક વાર છેટે એક ટપાલી દોડે તો તેનુ નિધાન શુ ?

૯ એક પથરો હાથમા જમીન ઉપર પડતો મૂકયો હોય તે તેના ગુરૂત્વબિંદુનુ નિધાન શુ ?

૧૦* એક બિંદુ એવુ છે કે તે બે આપેલી કાટખુણે છેદતી લીટીઓમાની દરેકથી સરખે અતરે રહે છે તો તેનુ નિધાન શુ ?

૧૧* એક આકણીનો એક છેડો જમીન પર છે અને બીજો છે દિવાલ પર છે, અને જો છેડા હમેશા એ પ્રમાણે રાખી આકણીને ખડીએ તો તેના મધ્યબિંદુનુ નિધાન શું ?

૧૨* પ્રશ્ન ૧૦માંમા ખસતુ બિંદુ એક કરતા બીજીથી બમણે ત્રણગણે અંતરે રહે તો તેનુ નિધાન શુ ?

૧૩* એક બિંદુ એવુ છે કે બે કાટખુણે છેદતી લીટીઓથી ને અતરોનો સરવાળો ૫·૦" છે તો તેનુ નિધાન શુ ?

૧૪* પ્રશ્ન ૧૩માંમા બાદબાકી ૩·૦" રહે તો તેનુ નિધાન શુ

૧૫* ત્રણ આપેલા બિંદુથી સરખે અંતરે છે એવુ બિંદુ શોધી કાઢો

૧૬* એક એવુ બિંદુ શોધી કાઢો કે તે અથી ૪·૦" અને બ ૪·૫" છેટે હોય

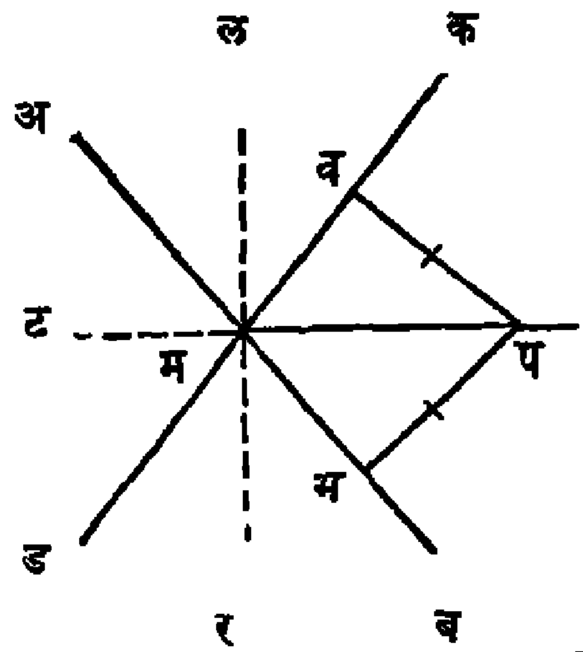
૧૭* એક આપેલા વર્તુળથી અતર ૨·૪" રાખે એવા બિંદુ નિધાન કાઢો

૧૮.* અ, બથી સરખે અતરે આવેલુ એક બિંદુ પક ઉપર તો તે બિંદુ શોધી કાઢો

૧૯* અ બિંદુ બક લીટીથી ૩·૧'' છેટે હમેશા રહે છે તેનુ નિધાન કાઢો.

(૨) આપેલા ખુણાને દુભાગનાર નિધાન.

બે આપેલી અરસપરસ છેદતી સીધી લીટીથી સર અતરે આવેલા બિંદુનું નિધાન કાઢવુ.



अब, कड બે સીધી લીટી મમા છેદે છે અને પ, એક એવુ બિંદુ છે કે તેના અતર अब, कडथी હમેશા સરખા છે, તેા તેનુ નિધાન કાઢવાનુ છે

∴ म, अब, कड બન્ને ઉપર છે તેથી બન્નેથી તેનુ અંતર શૂન્ય છે

∴ म, पनी એક સ્થિતિ છે

ધારેા કે प બીજી સ્થિતિ છે. ∴ पव લબ = पम લબ છે.

पम સાધેા

હવે ∵ △ पवम અને △पममभा

पम કર્ણ છે, અને पव = पम અને ∠व = ∠म = ૯૦° છે

∴ प, ∠कमबने દુભાગનાર લીટી ઉપર છે (પ્ર૦ સિ૦ ૧૫)

અને એજ પ્રમાણે प, ∠अमकने દુભાગનાર લીટી ઉપર પણ છે

∴ प, म આગળના ખુણાને દુભાગનારી લીટીએા ઉપર છે અને प ગમે ત્યા આવે તેા પણ पव = पम હેાવી જોઇએ.

∴ આ ખુણાને દુભાગનારી લીટીઓની જોડ એ બિદુનુ નિધાન છે. કે૦ કે૦

ટીપ–ઉપલી પ્રતિજ્ઞા નીચે પ્રમાણે પણ આવી શકે છે—

(૧) એક બીજીને છેદતી બે સીધી લીટીઓથી સરખે અંતરે રહેતા બિદુનું નિધાન તે બે આપેલી લીટીની વચ્ચેના ખુણાઓને દુભાગનાર લીટીની જોડ છે

(૨) એક બીજાને છેદતી બે સીધી લીટીઓથી સરખે અંતરે રહેતા બિંદુનુ નિધાન કાઢવું.

નિધાન ઉપર નોંધ.

બે આપેલી લીટીઓથી એક બિંદુ ૪·૧"ને છેટે છે તો તે બિંદુ શોધી કાઢો

(૧) ધારો કે अमव, कमड બે આપેલી લીટી મધ્ય છેદે છે. अमजથી ૪·૧"ને છેટે આવેલા બિંદુઓનુ નિધાન કાઢો. (કૃ સિ ૧૧) कमडથી ૪·૧"ને છેટે આવેલા બિંદુઓનુ નિધાન કાઢો. („)

આ બે નિધાન એક બીજાને ૪ જુદી જુદી જગ્યાએ છેદે છે માટે આ ચાર બિંદુઓ માગેલા બિંદુની સ્થિતિ છે

(૨) ધારો કે अब ‖ कड છે

(અ) अबથી ૪·૧" છેટે આવેલા બિંદુનુ નિધાન કાઢો

कडથી પણ ૪·૧" છેટે આવેના બિંદુનુ નિધાન કાઢો

अब ‖ कड છે . આ નિધાન પણ ‖ છે અને બિંદુ અશકય છે.

(બ) પણ अब અને कडનુ અંતર ૮·૨" હોય તો આ બન્ને નિધાનો એક બીજા ઉપર બરોબર મળી જશે અને માગેલુ બિંદુ આ એક મળી જતી લીટી ઉપર છે

ટીપ આ પ્રમાણે જ્યારે કોઇ રચના નિધાનરચના સાથે સબંધ ધરાવતી હોય ત્યારે સઘળી જુદી જુદી શરતો લઇ નિધાનો કાઢવા અને આ બધી શરતોને એકઠી કરી લઇ નિધાનોને પરસપરસ છેદતા કરવા આ છેદનબિંદુ એક નહિ પણ તેથી વધારે શરતો પૂરી કરે છે અને એજ પ્રમાણે માગેલી રચના થઈ શકે છે,

નિધાનછેદનમા વિદ્યાર્થીને ખાસ લક્ષમા રાખવાનુ છે કે આપેલો પક્ષ શો છે, અને તેના કેટલા જુદા જુદા ભાગ થઇ શકે છે, આ ભાગના કયા કયા નિધાન છે, અને આ નિધાનોને એકઠા કરવાથી શુ પરિણામ આવે છે, આ પ્રમાણે કરતા પ્રશ્નોની રચના સહજ નીકળી આવશે કોઇ કોઇ વખતે એક કરતા વધારે રચના પણ આવે છે અને દરેક રચના અવશ્યની છે, તેમજ કોઇ વખતે રચના

અશક્ય છે અને તેનુ કારણુ એવુ હશે કે આપેલી શરતો સિવાયની બીજી કોઈ સ્વતત્ર શરત રહી જતી હશે. બધા પ્રશ્નોમા ઉપર કહ્યા પ્રમાણે રચના તેમજ સિદ્ધતા આપવી અવશ્યની છે. કારણુ કે તે સિવાય પ્રશ્નો પૂર્ણ થયા કહેવાય નહિ

પ્રશ્નો.

૧. કોઇપણુ ખુણાને દુભાગનારી લીટી ઉપરનુ કોઇપણુ બિદુ શાખા લીટીઓથી મમાન અતરે છે

૨ अ એક સ્થિર બિંદુ અને बक એક સ્થિર લીટી છે प, बक ઉપર ખસે છે, अप લબાવતા તેની ઉપર पड = अप હોય તો डनुं નિધાન એક સમાન્તર લીટી છે

૩. ૬૭° ને ખુણે બે લીટીઓ દોરી એકથી ૩.૪ સે મી અને બીજીથી ૨ ૯ સે મી દુર રહે તે બિંદુ શોધી કાઢો

૪ એક આપેલા બિંદુથી અને એક આપેલી લીટીથી ૪.૦" દુર રહેતુ બિંદુ શોધી કાઢો આ કયારે અશકય છે ?

૫ अ, बथी ४.४" દુર છે. એક એવુ બિંદુ શોધી કાઢો કે તે अथी ૫ ૦" અને बथी ૫.૯" દૂર હોય ? આવા કેટલા બિંદુ નીકળશે ?

૬ એક વર્તુળમા अ ને ब બિંદુ છે, તો વર્તુળ ઉપર अ, बथी સરખે અંતરે આવેલા બિદુ શોધી કાઢો

૭. कब, कडथी સરખે અતરે આવેલુ બિ દુ पम ઉપર શોધી કાઢો

૮. अ, बथी ૬.૦ સે મી દુર છે તો क એવુ બિદુ શોધી કાઢો કે તે अथी ૪.૦ સે મી. અને बथी ૫.૦ સે મી દુર હોય છે

૯ अबथी ૪.૦ સે. મી દુર અને कडथी ૫.૦ સે મી દુર આવેલા બિદુ શોધી કાઢો

૧૦. એક આપેલી કર્ણ ઉપર દોરેલા કાટખુણુ ત્રિકોણુના શિરોબિંદુનુ નિધાન શોધી કાઢો

૧૧. ૪.૦ "બાજુવાળા સમબાજુ ત્રિકોણુના શિરોબિદુથી ૩.૫" દુર હોય એવા બિદુઓ પાયા ઉપર શોધી કાઢો તેનુ અરસપરસ અતર માપો.

૧૨. ૧.૭" બાજુવાળા સમબાજુ $\triangle$ની બાજુથી .૯" દુર આવેલુ બિંદુ પાયા ઉપર શોધો, પાયાના બે ભાગને માપો.

૧૩. अवक સમદ્વિબાજુ △મા ∠व = ∠क = ૨∠अ છે, તેા अव બાજુ ઉપર प એવુ બિંદુ શેાધેા કે જે वक (પાયેા) અને अकથી સરખે અતરે હેાય વળી બતાવેા કે अप = कप = कव છે

૧૪ કેાઇપણ ત્રિકેાણુના પાયા ઉપર એવુ બિંદુ શેાધેા કે જે બન્ને બાજુથી સરખે અતરે હેાય

૧૫. ૪·૦″ વ્યાસ ઉપરના વર્તુળમા વ્યાસની || એક લીટી દેારેા, આ બે લીટીથી સરખે અતરે આવેલા બિદુઓ શેાધી કાઢેા.

૧૬ એક વર્તુળમા अव વ્યાસ અને अक એક જ્યા છે પરિધ ઉપર अव, अकથી સરખે અતરે આવેલા બિંદુ શેાધેા

૧૭ પ્રશ્ન ૧૬મા अव, અને લબાવેલી कअ લીટાથી સરખે અંતરે પરિધ ઉપર આવેલુ બિંદુ શેાધેા

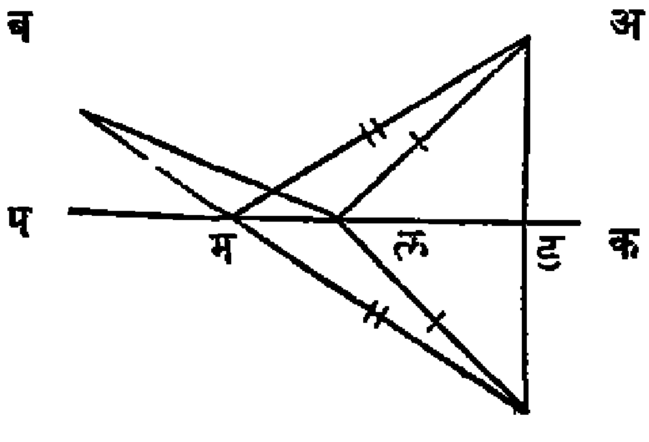
૧૮ अ એક સ્થિર બિદુ છે અને वक ઉપર ड એક ખસતુ બિદુ છે તેા अडના મધ્યબિદુનુ નિધાન કાઢેા

નવી ભૂમિતિ ભાગ ૧લાનેા કૃત્ય ભાગ સમાપ્ત

પરિશિષ્ટ अ § ૨૪ થેાડાક પ્રશ્નોની સિદ્ધતા.

પ્રશ્ન ૧લેા.

अ, व બિદુમાંથી पक સીધી લીટી સુધી એવી બે સીધી લીટી દેારેા કે તેના સરવાળેા સૈાથી ન્યૂન પરિમાણનેા હેાય.



(૧) ધારેા કે अ, व આપેલી લીટીની એકજ બાજુએ છે अड ⊥ पक દેારેા અને अड લબાવી अड = इड કરેા पकમા કેાઇપણ બિંદુ ल લેા. अल, वइ, वल, अम સાધેા, અને वइ, पकને मમા છેદે છે.

∵ △ मडअ ≡ △ मइड, ∴ मअ = मइ,

∴ वम + मअ = वइ.

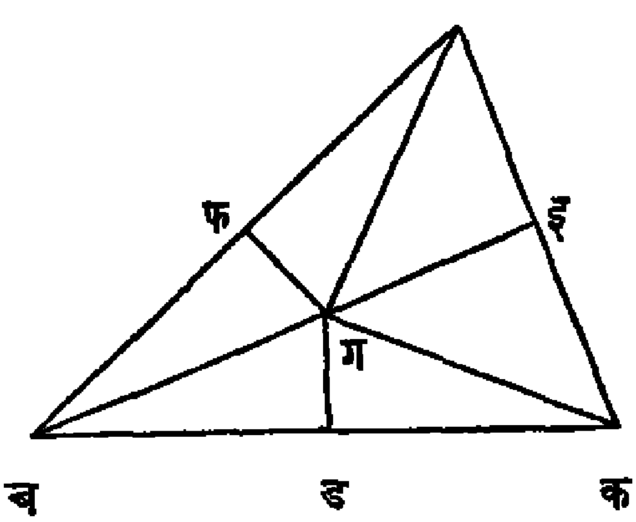
વળી वलइ △મા वल + लइ > वमइ એટલે, > वम + मअ;

∴ म માગેલુ બિંદુ છે.

(૨) જ્યારે अ, ब, पकनी વિરૂદ્ધ બાજુએ હોય તેા સ્પષ્ટ છે કે अब જો पकने ममा છેદે તેા म, માગેલુ બિંદુ છે. કૂ૦ કૂ૦

પ્રશ્ન ૨જો.

ત્રિકેાણુ ત્રણે ખુણાને દુભાગનારી લીટીઓ એકબિંદુગામી છે.



अबक △ના ∠ब, ∠कने बग, कगथी દુભાગેા गअ સાધેા. गइ, गड, गफ ⊥ બાજુઓ પર દોરેા.

∵ गब, ∠बने દુભાગે છે

गड = गफ

અને ∵ गक, ∠क ને દુભાગે છે.

∴ मड = गइ ∴ गइ = गफ = गड.

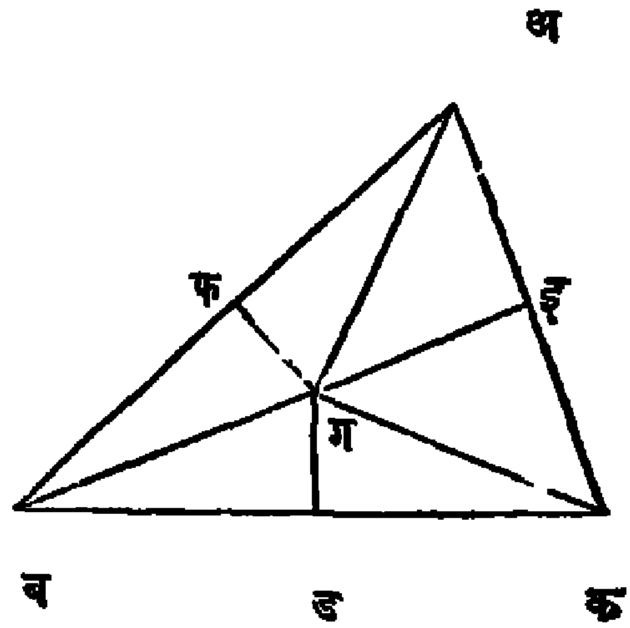
વળી ∵ अफग △ અને अइग △મા अग સામાન્ય છે,

અને गफ = गइ, અને ∠ फ = ∠इ = १ ∟,

∴ गअ, ∠ अने પણ દુભાગે છે, પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્ન ૩જો

ત્રિકેાણુની ત્રણે બાજુનાં મધ્ય બિંદુમાંથી દોરેલી લંબ એકબિંદુગામી છે

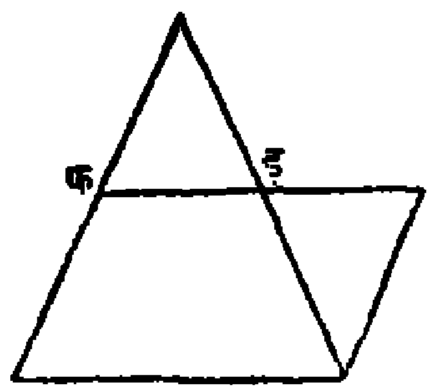


અ, બ, કના ड, इ, फ, મધ્યબિંદુ છે इग⊥अक અને फग⊥अब દોરેા, આ લંબ गમા મળવીજ જોઇએ, કારણુ કે જો ન મળે તેા તેઓ‖ છે અને ∴ अब‖ अक (१) પણ એ અશક્ય છે.

∴ इग, फग, गमा છેદે છે गड અને गअ, गब, गक સાદે
∵ गफ, अबनेा દુભાગનાર ⊥ છે ∴ गअ = गब
અને તેજ પ્રમાણે गअ = गक ∴ गअ = गब = गक
અને ∵ △गबड ≡ △गकड,
∴ गड ⊥ बक છે પ્ર૦ સિ

प्रश्न ૪થેા

એક ત્રિકેાણની બે બાજુનાં મધ્યબિંદુને જોડનારી સીધી લીટી ત્રીજી બાજુને સમાન્તર છે, અને તેથી અર્ધી છે



अबक △ની अब, अक

फ, इ, મધ્યબિંદુ છે

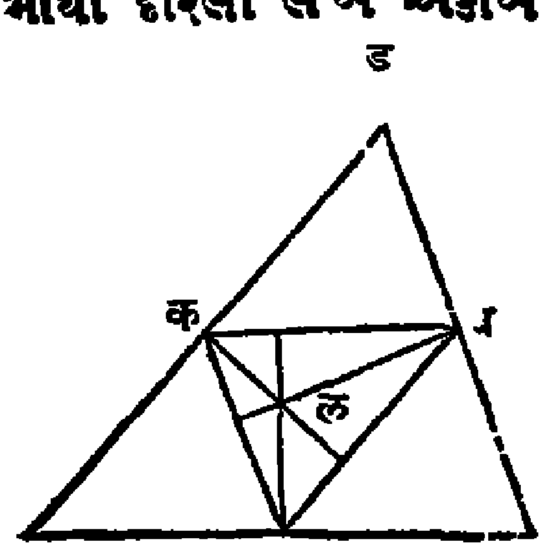
फइ લબાવી इफ = इड કરે

डक સાધેા

∵ △ अफइ ≡ △ कडइ,
∠ अ = ∠इकड, ∴ अब ∥ कड છે
અને अफ = फब = कड, कड ∥ ने= बफ, बड સ૦ચ૦ છે
પણ डफ = २ इफ, ∵ बक = २ इफ અને कब ∥ फइ પ્ર૦ સિ

પ્રશ્ન ૫મેા

ત્રિકેાણની ત્રણે બાજુએા પર સામેનાં શિરેાબિંદુએ માંથી દેારેલી લંબ એકબિંદુગામી છે.



अबक △ના अ, ब, कमांથી
इअफ, डबफ અને डकइ લીટીએા ∠
બાજુએાને ∥ દેારેા

∵ अक ∥ फब અને बक ∥ फअ
∴ अफबक સ૦ ચ૦ છે.
∵ अक = फब, તેજ પ્રમાણે

अक = वड, वक = फअ = अइ અને वअ = कइ = कड

∴ डइफ △ની બાજુના अ, व, क, મધ્ય બિંદુમાંથી દોરેલી લંબો લંબ એકબિંદુગામી છે

પણ अवक △ની બાજુઓ डइफ △ની બાજુઓને ∥ છે

∴ अल, वल, कल લંબ अवक △ની બાજુ ઉપર પણ લંબ છે પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્નો.

૧ पक, रव એ સીધી લીટી અને अ, व બે બિંદુ તેઓની વચ્ચે આપેલા છે તો पक પર ड અને रव પર इ બિંદુ એવા શોધો કે अड + डइ + इव સૌથી ન્યૂન હોય

૨ એક આપેલા બિંદુથી એક આપેલી સીધી લીટી સુધી એવી બે લીટી દોરો કે તેઓ આપેલી લીટી સાથે સરખા ખુણા કરે.

૩ * ત્રણ આપેલી સીધી લીટીને છેદે એવો अ, वની વચ્ચે ટુંકામાં ટુંકો રસ્તો શોધી કાઢો

૪ * એક સીધી લીટીની વિરૂદ્ધ બાજુ પર આપેલા બે બિંદુથી તે લીટીના કોઇ બિંદુ સુધી એવી લીટી દોરો કે તેઓનો તફાવત મહત્તમ હોય,

૫ * બે આપેલી લીટીથી સરખે અંતરે અને બે આપેલા બિંદુથી પણ સરખે અંતરે હોય એવું બિંદુ શોધી કાઢો

૬ ત્રણ લીટીથી સરખે અંતરે હોય એવુ બિંદુ શોધી કાઢો

૭ એક △ની બહારના બે ખુણા, અને સામેના શિરોબિંદુ આગળના ખુણાને દુભાગનારી લીટીઓ એકબિંદુગામી છે

૮ જો ત્રણ લીટીઓ, અરસપરસ બબ્બે છેદે છે તો ત્રણેથી સરખે અંતરે રહેતા ચાર બિંદુઓ છે

૯. બે ત્રિકોણોમાં એકની બે બાજુ બીજાની બે બાજુની બરાબર છે, અને અંતર્ખુણા અસમાન છે તો મોટા અંતર્ખુણાની સામેની બાજુ નાના અંતર્ખુણાની સામેની બાજુ કરતા મોટી છે.

૧૦ પ્રશ્ન ૯નો પ્રતીપ સિદ્ધાંત સિદ્ધ કરો

૧૧ अड, अवक △ની મધ્યગા છે જો अक > अव, તો ∠ अडक > ૧ L.

૧૨ અબક△માં બક પાયો છે અને અડ મધ્યગા છે, તો જે પ્રમાણે ∠અ, કાટખુણો, પહોળો ખુણો અથવા સાંકડો ખુણો હોય તે પ્રમાણે અડ = < અથવા > ½ બક છે

૧૩. પ્રશ્ન ૧૨નો પ્રતીપ સિદ્ધાંત સિદ્ધ કરો

૧૪. જે ખુણામાંથી મધ્યગા દોરી છે, તે ખુણો કરતી બાજુની અર્ધા સરવાળાથી તે મધ્યગા ઓછી છે

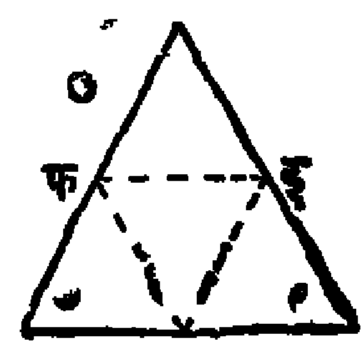
૧૫ ત્રણ આપેલા બિંદુથી સરખે અંતરે હોય એવું બિંદુ શોધો.

૧૬ એક ત્રિકોણની આસપાસ એક વર્તુળ દોરો

૧૭ કોઇપણ ચતુષ્કોણની બાજુના મધ્ય બિંદુ જોડવાથી થતો ચતુષ્કોણ સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ છે.

૧૮ કોઇપણ ચતુષ્કોણમા બે સામસામેની બાજુના મધ્ય બિંદુને કર્ણોના મધ્ય બિંદુ જોડે સાંધવાથી થતો ચતુષ્કોણ સ૦ ચ૦ છે.

૧૯ અબક △મા ∠ક=૧ L, બકનુ ડ મધ્યબિંદુ છે અને અબ માથી ½ અબ = બઇ કાપી છે તો ડઇ = બઇ બતાવો



૨૦ એક ત્રિકોણની એક બાજુના મધ્ય બિંદુમાથી પાયાને સમાન્તર દોરેલી લીટી બીજી બાજુને દુભાગે છે

૨૧ એક ત્રિકોણની બાજુના મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટીઓથી △ના ચાર સર્વ સમાન ભાગ થાય છે

૨૨ કોઇપણ સ૦ ચ૦ના શિરોબિંદુમાથી બહારની એક લીટી પર સમાન્તર લીટીઓ દોરી હોય તો સામસામેના શિરોબિંદુઓમાથી દોરેલી ‖ની એક જોડ મળી બીજી જોડની બરાબર છે.

૨૩ સ૦ચ૦ની સામસામેની બાજુના મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટી કર્ણોના છેદનબિંદુમાથી જાય છે

૨૪. અબકડ સ૦ ચ૦ની અબ, કડ બાજુનાં ઇ, ફ મધ્ય બિંદુ છે તો ડઇ અને બફ, અકના ત્રણ સરખા ભાગ કરે છે.

२५ કોઇ બે લીટી अब, कडनां इ, फ મધ્ય બિંદુ છે અને अक, इफ, बड સાંધી છે. જો अक ‖ इफ હોય તેા बड ‖ इफ.

२६ ચતુષ્કોણની બાજુનાં મધ્યબિંદુ જોડવાથી થતેા સ૦ ચ૦ આપેલા ચતુષ્કોણથી અર્ધો છે

२७ अबक △ મા बगइ, काफ મધ્યગા દોરેા, गब, गकने र, क મા દુભાગેા इफ, फर, रल, लइ સાંધી સિધ્ધ કરેા કે ત્રણુ મધ્યગાએા એકબિંદુગામી છે અને દરેક તેજ બિંદુમા ત્રીજે ભાગે છેદાય છે.

२८. એક △ના શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુને ‖ લીટીએા દોરી હોય તેા એ પ્રમાણે થતા △ની બાજુ આપેલા △ની બાજુથી બમણી છે.

२९ अबकड स ચ મા म, अडનુ મધ્ય બિંદુ અને इ, बकનું મધ્યબિંદુ છે તેા बम અને डइ, अकના ત્રણુ સરખા ભાગ કરે છે

३० अबकड ચતુષ્કોણુમા प, अबનુ અને र, कडનુ મધ્ય બિંદુ છે અને पर, डबને દુભાગે છે તેા अड‖ बक છે

३१ अब લીટીના છેડામાંથી અને તેના મધ્ય બિંદુમાથી તેને છેદતી અથવા તેની બહારની બીજી કોઇપણુ સીધી લીટી સુધી દોરેલી સમા-ન્તરોમા પહેલી અને ત્રીજીનેા તફાવત અથવા સરવાળેા બીજીનાથી બમણેા છે.

પરિશિષ્ટ ब §२५. પૃથક્કરણુ.

ગણિતશાસ્ત્રના અન્ય વિષય કરતા ભૂમિતિમા પ્રશ્ન છોડવાનુ કામ વધારે ભારી લાગે છે તેના થેાડાક કારણેા નીચે પ્રમાણે છે—

(१) ભૂમિતિમા આપેલા મુખ્ય સિદ્ધાતેા—પ્રમેયેા અને કૃત્યેા—બરાબર સમજવા જોઇએ એટલુજ નહિ પણુ તે ઉપરના પ્રશ્નેા છોડવાનેા પ્રયત્ન કરવામા આવે તે પહેલા તેને મગજમા બરાબર ઠસાવવા જોઇએ.

(२) પ્રશ્નેા અનેક પ્રકારના હોય છે તેથી અંકગણિતની કે બીજા ગણિતની માફક ભૂમિતિમા પ્રશ્ન છોડવાને માટે ચેાક્કસ નિયમેા સ્થાપી શકાય નહિ.

(३) મુખ્ય સિદ્ધાતેામા કયા કારણથી અમુક રીતનીજ સિદ્ધતા લેવામા આવે છે તે કારણેા એકદમ સમજાય એવાં નથી.

ભૂમિતિના સિદ્ધાંતો એકીકરણ પદ્ધતિથી સિદ્ધ કરવામા આવ્યા છે, એટલે પહેલા પ્રતિજ્ઞાથી લઇ રચના કરી પાછળ આપેલા સિદ્ધાતોનો આધાર લઈ એક પછી એક પદ મુકી માગેલો સાધ્ય સાબિત કરવામા આવ્યોછે.

આ પ્રમાણે ભૂમિતિ એકીકરણમા જાણેલા પરિણામો ઉપરથી નવા પરિણામો સિદ્ધ કરવામા આવે છે પણ એ રીતે કાઇ રચના ભાગ કે સિદ્ધતા ભાગ શોધી કાઢી શકાતો નથી આ ભાગ શોધવાને માટે ઘણે ભાગે નીચેની સૂચનાઓ કામ લાગશે —

(૧) પ્રશ્નનો મુખ્ય પક્ષ આવી જાય એ પ્રમાણે બરાબર આકૃતિ કાઢવી સરખી લીટીઓ, સરખા ખુણાઓ–પ્રતિજ્ઞાની એવી શરતો આકૃતિમાં બતાવવી જે પરિણામ લાવવાનું હોય તે સાથે બાજુ પર લખી દેવુ.

(૨) બે લીટીઓ કે ખુણાઓ સરખા ફકત દેખાતા હોય તેટલા ઉપરથી સરખા ધારી લેવા નહિ સરખા નહિ આપ્યા હોય તો ખૂણા અને લીટી કદી પણ સરખા દોરવા નહિ. ત્રિકોણ ફકત આપ્યો હોય તો સમદ્વિ-બાજુ કે સમબાજુ ત્રિકોણ દોરવો નહિ, ચતુષ્કોણ ફકત આપ્યો હોય તો ત્યાં સમચોરસ કે લંબચોરસ લેવો નહિ ચતુષ્કોણમા બધી બાજુ અને બધા ખુણા અસમાન દોરવા જો વર્તુળો દોરવાના હોય તો આપ્યા સિવાય તેઓની ત્રિજ્યા સરખી લેવી નહિ, વગેરે

(૩) પ્રતિજ્ઞાથી અને સાધ્યથી જે સિદ્ધાતો સૂચવાતા હોય તે લક્ષમા રાખવુ, જેમકે બે લીટીઓ સમાન્તર સિદ્ધ કરવાની હોય તો તે ૪થો, ૫મો, ૬ઠ્ઠો, કે ૭મો સિધ્ધાત સૂચવે છે, વગેરે

(૪) આપેલા પક્ષ પરથી જે સત્યતા સિદ્ધ થઇ શકતી હોય તે શોધી કાઢવી, અને તેને લગતી સત્યતા પણ લક્ષમા રાખવી, કે કદાચ તેમાથી માગેલુ પરિણામ નીકળી શકે, એટલે કે પ્રતિજ્ઞા ઉપરથી થોડા પદ આગળ ચલાવવા અને સાધ્ય પરથી થોડા પદ પાછળ ચલાવવા.

(૫) જો એમ છતા પણ સાબિતી પુરેપુરી ન મળે તો કોઈપણ ઉપલકીઆ રીત કામ લાગતી નથી અને વિદ્યાર્થીએ પોતાની શકિત વધારે વાપરવી

(૬) પ્રતિજ્ઞા ઉપરથી નીકળતી સઘળી સત્યતાઓનો ઉપયોગ કર્યા વિના ઘણુખરૂ પ્રશ્ન છોડી શકાય નહિ.

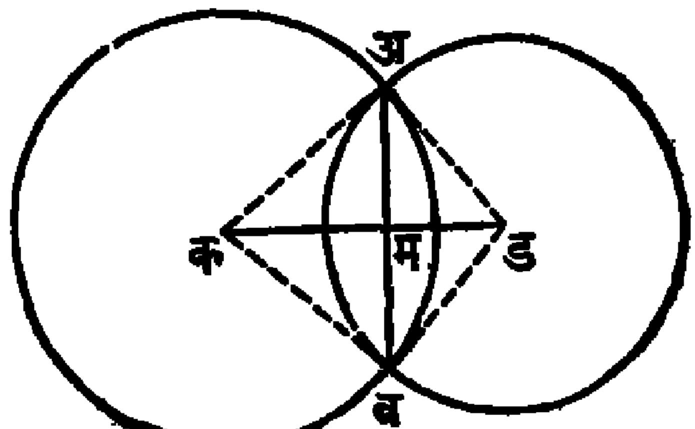
સામાન્ય રીતે પ્રશ્ન છોડવાની શક્તિ પોપટીઆ જ્ઞાનથી આવતી નથી, પણ એ કામમા હોશિઆરી મેળવવાને વિદ્યાર્થીએ અતિશય મ્હાવરો પાડવો જોઇએ અને ઘણીજ કુનેહનો ઉપયોગ કરવો જોઇએ આ પ્રમાણે આપેલા પક્ષ અને માગેલા સાધ્યનુ કારણ સહિત પૃથક્કરણ કરી તે પક્ષને એવી રીતે પદબધ ગોઠવવો કે માગેલો સાધ્ય લાવવાને એક પછી એક પદ મુકી એકીકરણ લક્ષમા આવી જાય.

નીચેના પ્રશ્નો પૃથક્કરણથી કરી બતાવ્યા છે.

પ્રશ્ન अ

જો બે વર્તુળો એક બીજાને છેદે તો તેઓની મધ્ય બિંદુ લીટી તેઓની સામાન્ય જ્યાને કાટખુણે દુભાગે છે.

क, ड મધ્યબિંદુના બે વર્તુળો अ, बमा છેદે છે, ત્યારે कड, अबने કાટખુણે દુભાગશે



પૃથક્કરણ આકૃતિમા બે વર્તુળો છે ∴ कअ = कब અને डअ = डब. વળી अम = मब અને ∠ अमक = ∠ बमक થવા જોઇએ તે પરથી માલમ પડે છે કે જો બે પાસેપાસેના ખૂણા સરખા થાય તો अमक△ ≡ △बमक વળી △ अमक ≡ △ बमक થવાને માટે △ઓમા अक = कब અને कम સામાન્ય છે, તેથી ∠ अकम = ∠ बकम થવો જોઇએ

પણ ∠ अकम = ∠ बकम થવાને માટે △ अकड ≡ △ बकड જોઇએ. અને આ △ઓમા એકના ત્રણ અગ = બીજાના ત્રણ અગ છે, તેથી નીચે પ્રમાણે સિદ્ધતા આવી શકે છે

એકીકરણ. રચના कअ, कब, डअ, डब સાધો.

સિદ્ધતા अकड △ અને बकड △મા अक = बक, अड = बड અને कड સામાન્ય છે, ∴ △ઓ સર્વસમાન છે, (પ્ર૦ સિ૦ ૧૪)

∴ ∠ अकम = ∠ बकम.

વળી अकम △ અને बकम △માં अक = बक, कम સામાન્ય છે, અને ∠अकम = ∠बकम, ∴ △ઓ સર્વસમાન છે (પ્ર૦ સિ૦ ૧૦)

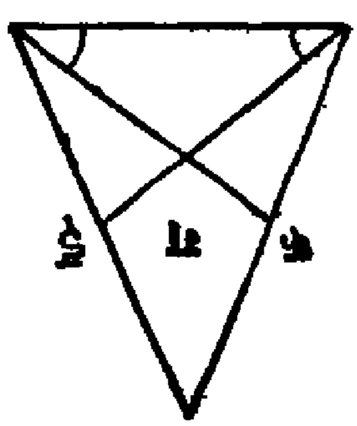
∴ मअ = मब અને ∠अमक = ∠बमक = ૧ L. પ્ર૦ સિ૦

ટીપ ૧. એકીકરણમા પૃથક્કરણમાંના પદોનો ક્રમ ઉલટો હોય છે.

ટીપ ૨ પ્રશ્નની સિદ્ધતા લખવામા પૃથક્કરણનો ભાગ ન આપતા રચના અને સિદ્ધતાનાજ ભાગોની જરૂર છે

પ્રશ્ન ब

જો કોઇ ત્રિકોણમાં બે મધ્યગાઓ બરાબર હોય તો ત્રિકોણ સમદ્વિભાજુ છે



अबक △મા बइ મધ્યગા = कफ મધ્યગા છે ત્યારે △ अबक સમદ્વિભાજુ થશે.

પૃથક્કરણ ધારો કે अबक △ સમદ્વિભાજુ છે.

∵ अब = अक. ∴ बफ = कइ

અને ∠फबक = ∠इकब

∴ △ फबक ≡ △ इकब

∴ ∠गबक = ∠ गकब,

અને ∴ गक = गब,

અને વળી गब = ⅔ बइ અને गक = ⅔ कफ, ∴ इब = कफ

એકીકરણ. મધ્યગાઓને गમા મળવા દો

∵ बइ = कफ અને गक = ⅔ कफ ને गब = ⅔ बइ

∴ गक = गब છે.

∴ વળી गबक સમદ્વિભાજુ △મા

∠गबक = ∠गकब (પ્ર૦ સિ૦ ૧૨)

વળી ∵ इबक △ અને फकब △મા

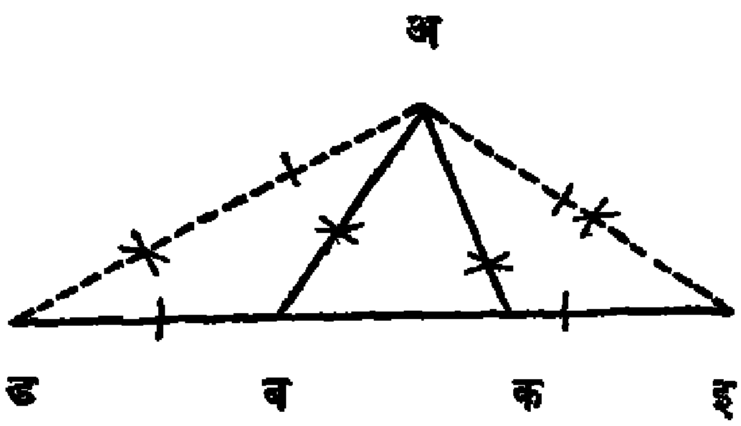
बइ = कफ અને बक સામાન્ય છે,

અને ∠इबक = ∠फकब ∴ △ઓ સર્વસમાન છે, (પ્ર સિ. ૧૦)

∴ बफ = कइ; ∴ अब = अक. પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્ન क.

પરિમિતિ, ∠ब અને ∠क આપ્યાં હોય તો अबक△ બનાવો.



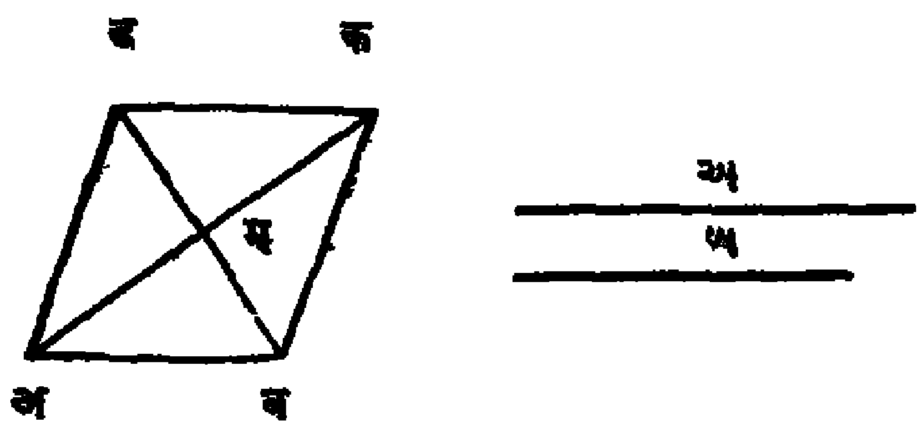
પૃથક્કરણ ધારો કે अबक માગેલો △ છે.
અ + બ + ક, ∠ब, ∠क આપેલા છે
कबने બંને બાજુ લંબાવી बअ = बड અને अक = कइ કરો.

જો अड, अइ સાંધીએ તો अबड △, अकइ △ સમદ્વિબાજુ છે.
∴ ∠ड = ∠बअड અને ∠इ = ∠कअइ.
અને ∠अबक = ∠डअब + ∠ड = २ ∠ड.
અને ∠अकब = ∠इअक + ∠इ = २ ∠इ
∴ ∠ड = $\frac{1}{2}$ ∠ब અને ∠इ = $\frac{1}{2}$ ∠क છે.
અને डब + बक + कइ = અ + બ + ક

એકીકરણ આપેલી પરિમિતિ = डइ લો.
ड આગળ $\frac{1}{2}$ ∠ब = ∠ड કરો
અને इ આગળ $\frac{1}{2}$ ∠क = ∠इ કરો.
જો डक, इअ, अमा મળે તો अ આગળ
∠ड = ∠बअड અને ∠इ = ∠कअइ કરો.
ત્યારે △ अबक માગેલો △ છે
સિદ્ધતા વિદ્યાર્થીએ પૂરી કરવી. કૃ૦ કૃ૦

પ્રશ્ન ड

કર્ણોની લંબાઈ આપી હોય તો રોમ્બસ બનાવો.



પૃથક્કરણ રોમ્બસના કર્ણો એક બીજાને કાટખુણે છેદે છે, આ સત્યતા ધ્યાનમા રાખી કૃત્ય તરત થશે.

એકીકરણ બે સીધી લીટીઓ અરસપરસ ⊥ દોરી मअ = ½ अ અને मब = ½ બ કરો अम, बम લબાવી मअ = मक અને मब = मड કરો, अबकड સાધો, ત્યારે अबकड માગેલો રોમ્બસ છે

સિદ્ધતા. अक અને बड એક બીજાને કાટખુણે દુભાગે છે,

. अब = बक = कड = डअ કૃ० કૃ०

§ ૨૬ પહેલા ભાગના પરચુરણ પ્રશ્નો.

૧. अब, अक ૮૦°નો ખુણો કરે છે अब = २·३" અને अक = २·३" છે. ∠अ ને દુભાગનારી લીટી बकने डमा મળે છે તો ∠ब, ∠क માપો અને ∠ अडबના એક કાટખુણપૂર્ણી અને દ્વિકાટખુણપૂર્ણી ખુણા કહો.

૨. એક સમબાજુ △ની બાજુ ઉપર બહારથી સમબાજુ ત્રિકોણો બનાવ્યા હોય તો આ પ્રમાણે થતી આકૃતિ પણ સમબાજુ આકૃતિ છે.

૩ એકજ પાયા ઉપર બે સમદ્વિબાજુ △ઓ છે તો તેના શિરોબિંદુને સાધનારી લીટી પાયાને દુભાગનાર લબ છે

૪ એકજ બાજુ ઉપર अबक, डबक △ઓમા अब = डक અને अक = डब તો अड ∥ बक છે.

૫ પ્રશ્ન ૩જામા પાયા ઉપર ત્રીજો સમદ્વિબાજુ △ દોર્યો હોય તો પાયાને દુભાગનાર લબ આ ત્રિકોણના સામેના ખુણાને દુભાગે છે.

૬ અ = ૩·૭", ∠ब = ૬૧° અને ક = ૪ ૧"છે તો ત્રિકોણ બનાવો.

૭. अबकड સ० ચ०મા अक કર્ણ ઉપર प, म એવા બિંદુ છે કે अप = कम તો बपडम સ० ચ० છે

૮ વિષમબાજુ ટ્રાપિઝ્યમમા વિષમ બાજુઓના મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટી બીજી બાજુને સમાન્તર છે

૯ अबक △ની अब, बक, कअને ड, इ, फमा દુભાગો; ड, इ, फमाथी अब, बक, अक ઉપર લબ દોરો, આ લબ એક બિંદુગામી છે એમ બતાવો.

૧૦. એકજ પાયા ઉપર અને એકજ બાજુએ अबकड, अबपम બે સ०ચ० છે તો कडमप પણ સ० ચ० છે

૧૧ સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમા બાજુઓનાં મધ્યબિંદુને સાંધનારી લીટી સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ કરે છે

૧૨ સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમા સામસામેની બાજુના મધ્ય બિંદુને જોડનારી લીટી અરસપરસ દુભાગે છે.

૧૩. સમદ્વિબાજુ △ના શિરોબિંદુથી પાયાના મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટી પાયાને લબ છે અને પાયાની સામેના ખુણાને દુભાગે છે.

૧૪ એકજ પાયા ઉપર બે સમદ્વિબાજુ △ઓ अबक, डबक છે તો ∠ अबड = ∠ अकड.

૧૫ કોઇપણ સમદ્વિબાજુ △ના પાયા ઉપર પાયાના છેડાથી સરખે અતરે આવેલા બે બિંદુઓ શિરોબિંદુથી પણ સરખે અતરે છે.

૧૬. સમબાજુ ત્રિકોણની બાજુના મધ્ય બિંદુ જોડવાથી થતો ત્રિકોણ પણ સમબાજુ છે

૧૭, બે ત્રિકોણોમા ∠ ब = ब' = ૩૭° क = क' = ૫.૯ સે મી. અને ब = ब' ૬.૭ સે મી છે તો ત્રિકોણો બનાવો અનિશ્ચિત રચના છે ? કારણ આપો

૧૮ ૩.૫" ત્રિજ્યાના વર્તુળના મધ્યબિંદુ આગળ ૧૧૨°નો ખુણો કરતા કોસને દુભાગો.

૧૯. अबक સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણની સરખી બાજુ बअ, कअને इ, फ સુધી લબાવી છે, જો अइ = अफ હોય તો फब = इफ

૨૦ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણના શિરોબિંદુમાથી પાયાને સમાન્તર દોરેલી લીટી બહારના ખુણાને દુભાગે છે.

૨૧ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણના પાયાની બહારના ખુણાને દુભાગનારી લીટીઓ બીજો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ કરે છે.

૨૨ ૩.૧"ની બાજુ ઉપરના છ સમબાજુ ત્રિકોણો સાથે મુકી એક સમષટ્કોણ કરી બતાવો કે તેનો દરેક ખુણો ૧⅓ કાટખુણા બરાબર છે.

૨૩ ત્રિકોણમા कब પાયો અને પાયા ઉપરનો લબ આપ્યા છે તો એ અગોવાળા કેટલા ત્રિકોણ બનાવી શકશો ?

૨૪ એક સીડી એક ઘરના પાયાથી ૨૩ ફુટ દૂર છે, અને તેનો ઉપલો છેડો બારીના ઉપલા ભાગને દિવાલ પર અડે છે. સીડીના પાયાને

દિવાલથી ૨૭ ફુટ દૂર ખસેડતા ઉપલો છેડો બારીના નીચેના ભાગને અડે છે જો સીડી ૪૧ ફુટ લાંબી હોય તો બારીની ઉંચાઈ કેટલી?

૨૫ अबकड સ૦ચ૦ની अक બાજુને લંબાવતા कइ = कअ; कव ∥ इफ, डकने લંબાવતા फमा મળે છે તો अबफक સ૦ ચ૦ છે.

૨૬ એક હોડી પશ્ચિમમા ૨૫૦ વાર જાય છે, અને પછી ૩૦° ઉત્તરમા વળી જઈ ૩૬૦ વાર જાય છે અને પછી ઉત્તરમા ૧૨૦ વાર જાય તો પહેલી જગ્યાએથી તે કેટલે અંતરે ગઇ? બન્ને સ્થાનોનું કોણઅંતર કાઢો.

૨૭ જ્યારે સૂર્ય ૪૨° ક્ષિતિજની ઉપર છે ત્યારે જમીનમા દાટેલી એક ઉભી કાઠી ૩૦ ફુટ લાંબો પડછાયો નાખે છે તો કાઠીની ઉંચાઇ શી?

૨૮ એક મોજણીદાર अथी પૂર્વમા ૧૫૦ વાર જાય છે; પછી ત્યાંથી (बथी) क સુધી ઉત્તરમા ૩૦૦ વાર જાય છે અને પછી ड સુધી પશ્ચિમમા ૪૫૦ વાર જાય તો अड કેટલું? अथी डनु કોણઅંતર શું?

૨૯ अबकड સ ચ ની બાજુ પર અનુક્રમે इ, फ, ग, य ચાર બિંદુઓ છે, જો अय = कफ અને अइ = कग તો इफगय સ૦ ચ૦ છે.

૩૦ अबक સમદ્વિબાજુ △ના પાયા ઉપરના ખુણાને દુભાગનારી લીટીઓ સામેની બાજુને इ, फमा મળે તો તે ∥ बक છે.

૩૧ अबकड ચતુષ્કોણમા अब = कड અને ∠ब = ∠क છે તો अड ∥ बक છે.

૩૨ સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિઝ્યમના કર્ણો સરખા છે

૩૩ સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિઝ્યમમા સમાન્તર બાજુઓ આગળના ખુણાઓ બરાબર છે

૩૪. સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિઝ્યમની સરખી બાજુના મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટી સમાન્તર બાજુના સરવાળાથી અર્ધી છે.

૩૫ अबकड ચ મા ∠अ= ∠ब અને ∠क=∠ड તો अड=बक છે.

૩૬ કોઇપણ લંબચોરસની બાજુના મધ્ય બિંદુને જોડવાથી થતો ચતુષ્કોણ સમભુજ છે

૩૭ સ્થાનોપરિ સ્થિતિથી બતાવો કે જો બે સમાન્તર ચતુષ્કોણમાં બે પાસેપાસેની બાજુ અને અંતર્ખુણો બરાબર હોય તો બેઉ સ૦ ચ૦ સર્વ અંગમા બરાબર છે

૩૮. अबकड, इफगय એ ચતુષ્કોણુમા अब, बक, कड, डअ; इफ, फग, गय, यइની અનુક્રમે બરાબર હોય અને ∠ अ = ∠ इ તો ચતુષ્કોણો સર્વ અંગોમા બરાબર હોઈ શકે છે.

૩૯. કોઇપણ સ૦ ચ૦ના કર્ણના મધ્યબિંદુમાથી બાજુ સુધી દોરેલી લીટીના તે બિંદુ આગળ બે સરખા ભાગ થાય છે.

૪૦. अबक △મા बइने फक મધ્યગા गमा છેદે છે गब, गकने અનુક્રમે य, डमा દુભાગી છે તો यडइफ સ૦ ચ૦ છે.

૪૧ अबकड સ૦ ચ૦મા अकने इ સુધી લબાવતા कइ = अक થાય છે. इ અને बमाथी इफ, बफ અનુક્રમે कब, कअ ને ‖ છે તો अबफक સ૦ ચ૦ છે,

૪૨. એક સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કાણુમા બે સામસામેના શિરોબિંદુમાંથી બીજા કર્ણ ઉપર લબ દોરી છે તો આ લબ સરખી છે.

૪૩ अबक, डइफ △ઓમા अब = ‖ डइ અને बक = ‖ इफ છે તો अक = ‖ डफ છે

૪૪ अबकड ચતુષ્કોણુમા अब ‖ डक અને अड = बक તો બતાવો કે ∠ अ + ∠ क = ૧૮૦° છે; અને अक = बड છે

૪૫ अप, बक બે સળીઆ સમાન્તર છે अप, पની આસપાસ અને बक, बની આસપાસ સરખા વેગથી એકજ દિશામા ફરે છે તો તેઓ હમેશાજ સમાન્તર છે અને अक અમુક સ્થિર બિંદુમાથી જાય છે.

૪૬. જો કોઈ સીધીલીટીઆકૃતિમા માહેના ખુણા બહારના ખુણાની (સરવાળાની) બરાબર હોય તો તેની કેટલી બાજુ છે ? કારણ આપો

૪૭. માહેનો ∠ अ = ⅔ બહારના ∠ अ, અને ૪ ∠ ब = ૫ ∠ क છે તો ત્રિકોણુના ખુણા કાઢો

૪૮. દરેક સમબહુકોણુમા કોઇપણ અંતર્ગામી ખુણો નથી; અનુક્રમે બધી બાજુ લબાવવાથી એક વખતે ૧૫,° બીજી વખતે ૩૦°, ત્રીજી વખતે ૪૦°, અને ચોથી વખતે ૧૨૦°નો દરેક ખુણો થાય છે તો તે ચાર બહુકોણુની કેટલી કેટલી બાજુ હશે ?

૪૯ કોઇપણ ત્રિકોણના શિરોબિંદુથી પાયા સુધી દોરેલી લીટીના બીજી બાજુના મધ્યબિંદુને સાધનારી લીટી બે સરખા ભાગ કરે છે.

૫૦ કોઇપણ સ૦ ચ૦ના બે સામસામેના શિરોબિંદુમાથી બહારની કોઇપણ લીટી ઉપર દોરેલી લબનો સરવાળો બાકીના શિરોબિંદુમાથી તેજ લીટી ઉપર દોરેલી લબના સરવાળા બરાબર છે

૫૧ કોઇપણ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણના પાયા ઉપરના કોઇપણ બિદુમાથી જો સરખી બાજુ ઉપર લબ દોરીએ તો આ લબનો સરવાળો પાયાના છેડામાથી સામેની બાજુ ઉપરના લંબની બરાબર છે.

૫૨ કોઇપણ સમબાજુ ત્રિકોણમા અદરના કોઇપણ બિદુમાથી બધી બાજુ ઉપર દોરેલી લબનો સરવાળો ત્રિકોણની ઉચાઇની બરાબર છે.

૫૩ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણની બાહેના કોઇપણ બિદુમાથી ત્રણે બાજુ ઉપર દોરેલા લબનો સરવાળો પાયાના શિરોબિદુમાથી સામેની બાજુ ઉપર દોરેલા કોઇપણ લબ બરાબર છે

૫૪ સરખી અને સમાન્તર લીટીઓ કોઇપણ એકજ લીટી ઉપર બે સરખા કાટખુણુ પ્રક્ષબન કરે છે

૫૫. એક કાટખુણુ ત્રિકોણનો એક ખુણો જો ૩૦°નો હોય તો સૈાથી મોટી બાજુ સૈાથી નાનીથી બમણી છે

૫૬ કાટખુણો અને કર્ણ આપ્યા હોય તો કર્ણના મધ્યબિદુનું નિધાન કાઢો

૫૭ अबकड ચોરસમા अથી, बक અને कडના મધ્યબિદુ સુધી લીટી દોરી છે અને कથી, अड, अबना મધ્યબિદુ સુધી લીટી દોરી છે તો આ લીટીની વચ્ચેની આકૃતિ રોમ્બસ છે

૫૮ સમબાજુ △ अबकमा अबमा એક ड બિંદુ લો, △ની સામેની બાજુ ઉપર अड ઉપર એક સમબાજુ △ अडइ દોરો તો बइ = कड.

૫૯ अबक △ના બહારના ∠અને દુભાગનાર લીટી ઉપર જો प બિદુ લીધુ હોય તો अब + अक < पब + पक

૬૦. अबक સમદ્વિબાજુ △મા अब = अक અને डइफ લીટી अब, बक અને अकને લબાવતા છેદે છે, જો डइ = इफ, તો बड = कफ.

૬૧ ૫.૩" પાયા ઉપર ૩.૪" ઉંચાઇનો એક સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ બનાવો તેના સર્વ અંગ માપો

૬૨ ઉંચાઇ અને શિરોબિંદુ આગળનો ખુણો આપેલા છે તો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ બનાવો

૬૩ એક સમબાજુ ત્રિકોણમા ઉંચાઇ આપી હોય તો △ બનાવો.

૬૪ એક વહાણ કલાકમા દશ માઇલ પ્રમાણે ઉત્તરમા જાય છે બે વાગે તે એક દીવાદાંડી ઇશાનમા જુએ છે, અને દોઢ કલાક પછી દીવાદાંડી પૂર્વની દક્ષિણે ૭½° એ દેખાય છે તો બીજી જગ્યામા દીવાદાંડીથી વહાણનુ અંતર કેટલુ? અને ક્યારે તે દીવાદાંડીની પાસેમા પાસે હતુ?

૬૫. △अबकमा अब, अकमा प, ड, એવા બિંદુ શોધો કે पड ‖ बक થાય અને पड = ⅓ बक થાય.

૬૬, अब, अकमा ब, क એવા બિંદુ શોધો કે ∠ब = ૩ ∠क

૬૭ अक, बड બે સમાન્તર લીટીઓમા અનુક્રમે अ, ब બે સ્થિર બિંદુ છે બીજા प, ड બે બિંદુ એવા શોધો કે अपबड એક રૉમ્બસ બને

૬૮. ∠बअकને આ પ્રમાણે દુભાગો —अ મધ્યબિંદુથી બે વર્તુળો એવા દોરો કે પહેલો बअ, कअને प, डमा અને બીજો એજ લીટીઓને म, यमा છેદે, पय, डम, लमा છેદે તો अल, ∠अने દુભાગે છે.

૬૯ अ, ब, कडની વિરૂદ્ધ બાજુએ બે બિંદુ છે તો कडमा प એવુ બિંદુ શોધો કે ∠ अपक = ∠ बपक

૭૦ पकरय એવો એક રૉમ્બસ બનાવો કે તેનો पर કર્ણ એક આપેલી લીટી ઉપર હોય અને તેની पक, कर, रय ત્રણ બાજુ ત્રણ આપેલા બિંદુમાથી જાય.

૭૧ कडની એકજ બાજુએ अ, ब બે બિંદુ છે તો कडमा એવુ એક બિંદુ प શોધો કે पअ, पबનો તફાવત મોટામા મોટો હોય

૭૨ પ્રશ્ન ૭૧માં તફાવત નાનામા નાનો હોય તો प બિંદુ ક્યાં છે?

૭૩ એક એવો રૉમ્બસ કાઢો કે તેની બે બાજુઓ આપેલા ત્રિકોણની બાજુમા હોય અને તેનુ એક શિરોબિંદુ પાયા ઉપર હોય

૭૪ બે આપેલી લીટી ઉપર છેડા હોય અને એક આપેલી લીટીની સમાન્તર અને સરખી હોય તેવી એક લીટી દોરો.

૭૫ अकइड એક અર્ધ વર્તુળ अड વ્યાસ ઉપર છે અને ब તેનું મધ્યબિંદુ છે इ, क એવી રીતે પરિઘ ઉપર છે કે कइ લમ્બાવતાં अबडને फ સુધી લમ્બાવેલી લીટી ઉપર મળીને इफ = बइ = बक કરે છે તો બતાવો કે ∠फ = $\frac{1}{3}$∠अबक છે

૭૬ अबक△મા ∠ब આપેલો ખુણો અને ∠क બીજો આપેલો ખુણો છે અને बक ઉપર अની ઉંચાઇ આપેલી છે તો △ બનાવો.

૭૭ શિરોબિંદુ આગળના એક આપેલા ખુણાવાળો એક આપેલા પાયા ઉપર એક સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ બનાવો.

૭૮ એક કાટખુણ ત્રિકોણમા કર્ણ આપી છે અને બીજી બે બાજુનો સરવાળો આપ્યો છે તો ત્રિકોણ બનાવો

૭૯ એક સમદ્વિબાજુ કાટખુણ ત્રિકોણમા કર્ણ અને એક બાજુનો સરવાળો આપ્યા હોય તો ત્રિકોણ બનાવો

૮૦ એક કાટખુણ ત્રિકોણમા કર્ણ અને બાજુઓનો તફાવત આપ્યા હોય તો ત્રિકોણ બનાવો

૮૧ એક ત્રિકોણમા અ, બ+ક, અને ∠ब આપ્યા છે તો ત્રિકોણ બનાવો

૮૨ એક ત્રિકોણમા અ, ક–મ ને ∠ब આપ્યા છે તો △ બનાવો.

૮૩ જો अब, अक, અને बड આપ્યા હોય તો એક अबकड સ૦ ચ૦ બનાવો.

૮૪ એક એવો રોમ્બસ બનાવો કે તેમા એક કર્ણ = બાજુ છે.

૮૫ એક ચતુષ્કોણમા કર્ણો બરાબર છે અને તેઓ એક બીજાને ૯૦°એ દુભાગે છે જો કર્ણ ૫.૪ સે. મી હોય તો ચતુષ્કોણ બનાવો. જો પક્ષ અધૂરો હોય તો પૂર્ણ કરો.

૮૬ પાયો, પાયાની ઉપરની મધ્યગા અને ઉંચાઇ આપ્યા હોય તો △ બનાવો. કેટલા △ઓ થશે ?

[નોંધ प ઉંચાઇએ પાયાની ‖ अब દોરો. अबને દુભાગી મધ્યબિંદુ વર્તુળનું મધ્યબિંદુ લઇ અને क મધ્યગા ત્રિજ્યા લઇ વર્તુળ દોરો, આ વર્તુળ જો સમાન્તર લીટીને इમા છેદે તો △ अइब માગેલો ત્રિકોણ છે]

૮૭. ∠कअब એક કાટખુણો છે અને ∠कअब વચ્ચેના કોઇપણ બિંદુ डમાથી डइ, डफ લબ अक, अब ઉપર છે, તેા જો (૧) डइ + डफ = ५.० સે મી, અને (૨) डइ – डफ = २.० સે મી હોય તેા डનું નિધાન કાઢો.

૮૮ अबक △મા अब = ૩.૨", अक = ૪.૨" અને बक = ૩.૬" છે તેા अब અને अकથી સરખે અતરે અને बकથી આપેલે અતરે આવેલું બિંદુ શેાધી કાઢો એવા કેટલા બિંદુ નીકળશે ?

૮૯ પ્રશ્ન ૮૮મા अब, અને अकથી સરખે અતરે અને ब, कથી સરખે અતરે આવેલુ બિંદુ શેાધેા

૯૦. પ્રશ્ન ૮૮મા ब, कથી સરખે અતરે અને अથી ૧.૮" ને અતરે આવેલુ બિંદુ શેાધી કાઢો. કેટલા બિંદુ નીકળશે ?

૯૧ अब ઉપર એક प બિંદુ ફરતુ છે અને क એક બહાર સ્થિર બિંદુ છે पकને લબાવતા कड = पक, તેા डનુ નિધાન શેાધી કાઢો

૯૨. પ્રશ્ન ૯૧ની મદદથી ∠बअकની વચ્ચેના ड બિંદુમાથી એક એવી લીટી શાખાલીટી अब, अक સુધી દોરેા કે તે ड આગળ દુભાગાય.

૯૩ એક આપેલા બિંદુથી આપેલે અતરે અને બે આપેલી || લીટીથી સમાન અંતરે હોય એવુ બિંદુ શેાધી કાઢો ઉપરની રચના ક્યારે બનશે ? ક્યારે નહિ બનશે ? ક્યારે એ રચના અશક્ય છે ?

૯૪ એક આપેલી લીટી ઉપર જેનુ શિરોબિંદુ હોય અને જેની એક આપેલી ઉચાઇ હોય એવેા એક આપેલા પાયા ઉપર △ બનાવેા.

૯૫. એક સમદ્વિબાજુ △મા સરખી બાજુ ઉચાઇથી બમણી તેા △ બનાવેા

૯૬ अबक △મા ∠अ કાટખુણેા અને अब, તથા बकથી अનું અતર આપ્યા છે તેા ત્રિકેાણ બનાવેા.

૯૭. એક સમદ્વિબાજુ ત્રિકેાણમા ઉંચાઇ અને પાયાની સામેનેા ખુણેા આપ્યા છે તેા ત્રિકેાણ બનાવેા

૯૮ એક રૅામ્બસમા બે સામસામેની બાજુનું અંતર એક બાજુથી અર્ધું છે તેા રૅામ્બસ બનાવેા.

૯૯ अ બિંદુમાંથી बक સુધી એવી એક લીટી દોરો કે તે એક આપેલા ખુણાની બરાબર बक સાથે अबक ખુણો કરે

૧૦૦. अब, अक, अड ત્રણ લીટીઓ अમા મળે છે તો એવી એક बकड આડી લીટી દોરો કે क આગળ તેના બે સરખા ભાગ થાય

૧૦૧ એક સમબાજુ ત્રિકોણુની મદદથી એક આપેલી લીટીના ત્રણ સરખા ભાગ કરો

૧૦૨ ત્રણ બાજુના મધ્યબિંદુઓ આપ્યા હોય તો ત્રિકોણ બનાવો

૧૦૩ બે બાજુઓ અને ત્રીજી બાજુને દુભાગનારી મધ્યગા આપી હોય તો ત્રિકોણ બનાવો

૧૦૪ એક બાજુ અને બાકીની બાજુને દુભાગનારી મધ્યગા આપી હોય તો ત્રિકોણ બનાવો.

૧૦૫ ત્રણ મધ્યગાઓ આપી હોય તો ત્રિકોણ બનાવો

૧૦૬ ૨.૪" ઉચાઇ અને પાયા આગળના ખુણા ૪૦° અને ૬૦° હોય એવો એક ત્રિકોણ બનાવો

૧૦૭ મધ્યગા અને જે બાજુને તે દુભાગે તેની અર્ધી લબાઇનો સરવાળો બીજી બે બાજુના અર્ધા સરવાળાથી મોટો છે

૧૦૮ એક બાજુ અને પાયા ઉપરની ઉચાઇનો સરવાળો અને પાયો આપ્યા છે તો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ બનાવો

૧૦૯ अबक △મા अब > अक છે अप લીટી अ ખુણાને દુભાગે છે અને अड મધ્યગા છે તો अड મધ્યગા अब અને अपની વચ્ચે છે એમ સિદ્ધ કરો

૧૧૦ પ્રશ્ન ૧૦૯મા જો अम ⊥ बक હોય તો अप દુભાગનાર લીટી अम અને अडની વચ્ચે છે એમ સિદ્ધ કરો

૧૧૧ अब, कड બે આપેલી લીટી છે અને म, अबમા એક આપેલું બિંદુ છે. अबમા प એક એવુ બિંદુ શોધી કાઢો કે पम અંતર कड ઉપરના पના લબ અતર બરાબર હોય

૧૧૨ अवक△મા अब=अक છે बकને સમાન્તર डइ એવી લીટી દોરો કે તે अब, अकને, डइमा મળી डब અથવા इक બરાબર થાય

૧૧૩ अबक △મા बक પાયાને સમાન્તર डइ એવી લીટી દોરો કે તે બાજુઓને ड, इमा મળી डब અને इकના (૧) સરવાળા, અને (૨) બાદબાકી બરાબર થાય

૧૧૪ સમદ્વિબાજુ △ના પાયાને લબાવી તેના ઉપરના કોઇ બિંદુમાથી સરખી બાજુઓ ઉપર લબ દોરીએ તો એ લબનો તફાવત કોઇ અમુક અતર બરાબર છે

૧૧૫ એક આપેલી લીટીને સમાન્તર એવી એક લીટી દોરો કે બીજી બે આપેલી લીટીઓની વચ્ચે છેદાતો તેનો ભાગ એક આપેલી લબાઇ બરાબર હોય

૧૧૬ બે અરસપરસ છેદતી લીટીઓ સાથે સરખા ખુણા કરતી એવી એક લીટી દોરો કે તે બે લીટીઓની વચ્ચે છેદાતો તેનો ભાગ એક આપેલા અતર બરાબર હોય.

૧૧૭ બે આપેલા બિંદુમાથી એકેક એવી લીટી દોરો કે તે લીટીઓ એક આપેલી લીટીને મળી એક સમબાજુ ત્રિકોણ બનાવે

૧૧૮ એક આપેલા ત્રિકોણમા એવો એક રોમ્બસ દોરો કે તેનો એક ખુણો ત્રિકોણના એક ખુણા સાથે બરાબર મળી જાય

૧૧૯ પરિમિતિ અને એક સાકડો ખુણો આપ્યા હોય તો એક કાટખુણ ત્રિકોણ બનાવો

૧૨૦ ઉચાઇ આપી હોય તો એક સમબાજુ ત્રિકોણ બનાવો

૧૨૧ એક આપેલી ઉંચાઇનો એવો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ બનાવો કે તેનો પાયો એક આપેલી લીટીમા હોય અને તેની સરખી બાજુઓ બે આપેલા સ્થિર બિંદુમાથી જાય

૧૨૨ એક બાજુ અને પાયા ઉપરની ઉચાઇનો તફાવત અને પાયો આપ્યા છે તો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ બનાવો

૧૨૩ પાયો, પાયા ઉપરના ખુણાઓના તફાવત અને બાજુઓનો તફાવત આપ્યા છે તો ત્રિકોણ બનાવો.

૧૨૪ પાયો, પાયા ઉપરના ખુણાઓનો તફાવત અને બાજુઓનો સરવાળો આપ્યા છે તો ત્રિકોણ બનાવો.

૧૨૫ એક સ૦ ચ૦ને એવી એક લીટીથી દુભાગો કે તે લીટી એક આપેલા બિંદુમાથી જાય,

૧૨૬ એક સ૦ ચ૦ને એવી એક લીટીથી દુભાગો કે તે લીટી સ૦ ચ૦ની એક બાજુને લબ હોય

૧૨૭ એક સ૦ ચ૦ને એવી એક લીટીથી દુભાગો કે તે લીટી એક આપેલી લીટીને સમાન્તર હોય

૧૨૮ પાયો, પાયા ઉપરની ઉંચાઇ, અને પાયાને મળતી મધ્યગા આપ્યા હોય તો ત્રિકોણ બનાવો

૧૨૯ ત્રિકોણના એક શિરોબિંદુમાથી એક એવી લીટી દોરો કે તે સામેની બાજુને છેદે અને તેના ઉપર બાકીના શિરોબિંદુઓમાથી દોરેલી લબ બરાબર થાય.

૧૩૦ એક આપેલી લીટીની બહાર આપેલા બિંદુમાથી એવી એક લીટી તે લીટી સુધી દોરો કે તે તેની સાથે એક આપેલા ખુણા બરાબર ખુણો કરે.

૧૩૧ એક આપેલા ખુણાના હાથમાથી સરખા ભાગો છેદે એવી એક લીટી આપેલા બિંદુમાથી દોરો

૧૩૨. એક એવો રોમ્બસ દોરો કે તેની બે બાજુઓ એક આપેલા ત્રિકોણની બાજુઓ ઉપર હોય અને તેનુ એક શિરોબિંદુ તેના પાયા ઉપર હોય

૧૩૩ અબકડ એક સ૦ ચ૦ છે, અને કડ = ૨ અબ અબને બન્ને બાજુ એવી રીતે લબાવી છે કે અઇ = અબ = બફ છે ત્યારે સિદ્ધ કરો કે કઇ, ડફ કાટખુણે છેદે છે

૧૩૪ અબકડ ચોરસના અમાથી બક, કડના મધ્યબિંદુ સુધી અને કમાથી ડઅ, અબના મધ્યબિંદુ સુધી, લીટીઓ દોરીએ તો આ ચાર લીટીઓ એક રોમ્બસ બનાવે છે.

૧૩૫ અબકડ સ૦ ચ૦ની બક બાજુમા પ બિંદુ લઇ તેમાથી બને સમાન્તર દોરેલી પમ લીટી અડ સુધી દોરીએ તો અબપડ ાકૃતિ = $\frac{1}{2}$ (અબકડ સ૦ ચ૦ + અબપમ સ૦ ચ૦) છે

---

§ ૨૭. પરિશિષ્ટ ક વ્યાખ્યાનુક્રમ.

અતિકાટખુણુ એક કાટખુણાથી મોટા, પણ બે કાટખુણાથી નાના ખુણાને અતિકાટખુણુ ખુણો કહે છે. (Obtuse Angle)

અતિકાટખુણુ ત્રિકોણુ એક અતિકાટખુણુ ખુણો જેમા હોય એવા ત્રિકોણને અતિકાટખુણુ ત્રિકોણુ કહે છે (Obtuse-angled Triangle)

અતિદ્વિકાટખુણુ બે કાટખુણાથી મોટા, પણ ચાર કાટખુણાથી નાના, ખુણાને અતિદ્વિકાટખુણુ (Reflex Angle) કે અતર્ગામી યા રિફ્લેક્ષ ખુણો કહે છે (Re-entrant Angle)

અર્ધ વર્તુળ. વ્યાસ અને વર્તુળના કૈાસની વચ્ચેના ભાગને અર્ધ વર્તુળ કહે છે (Semi-circle)

અવચ્છેદક સિદ્ધતા જે સિદ્ધતામા એક સિવાય સાધ્ય બીજી બધી તે ખોટા છે એમ બતાવવામા આવે છે તેને અવચ્છેદક કે ક્રમ વિરૂદ્ધ સિદ્ધતા કહે છે (Proof of Exhaustion)

અશ એક કાટખુણાના ૯૦ સરખા ભાગ કર્યા છે અને તે દરેકને અશ (Degree) કહે છે અશના ૬૦મા ભાગને કળા (Minute,) અને કળાના ૬૦મા ભાગને વિકળા (Second) કહે છે

અષ્ટકોણુ જે આકૃતિમા આઠ બાજુ (અને આઠ ખુણા) હોય તે અષ્ટકોણુ કહે છે (Octagon)

ઉદ્દેશ સિદ્ધાતની સામાન્ય પ્રતિજ્ઞાને ઉદ્દેશ કહે છે (General Enunciation)

ઉન કાટખુણુ એક કાટખુણાથી નાના ખુણાને ઉન કાટખુણુ કે પાકડો ખુણો કહે છે (Acute Angle)

ઉનકાટખુણુ ત્રિકોણ. બધા ખુણા જેમા ઉન કાટખુણુ હોય એવા ત્રિકોણને ઉન કાટખુણુ ત્રિકોણ કહે છે (Acute-angled T)

ઉપસિદ્ધાત. સિદ્ધાત ઉપરથી સહજ રીતે નીકળતા બીજા સિદ્ધાતને ઉપસિદ્ધાત કહે છે. (Corollary.)

એક કાટખુણપૂર્ણી ખુણો જો બે ખુણાનો સરવાળો એક કાટખુણા બરાબર હોય તો તે દરેકને એક કાટખુણપૂર્ણી યા કોટિ ખુણો કહે છે (Complementary Angle)

એકબિંદુગામી જે લીટીઓ એકજ બિંદુમા અરસપરસ છેદે તેઓને એકબિંદુગામી કહે છે (Concurrent)

એકલીટીસ્થાયી જે બિંદુઓ એકજ સીધી લીટી ઉપર આવી શકે તેને એકલીટીસ્થાયી કહે છે (Collinear)

કક્ષા આપેલી શરત પ્રમાણે એક બિંદુના ખસવાથી જે લીટી દોરાય તેને કક્ષા કે નિધાન કહે છે (Locus or Orbit)

કર્ણું લીટી સામસામેના શિરોબિંદુને સાધનારી સીધી લીટી કર્ણું યા કર્ણું લીટી કહેવાય છે (Diagonal Hyotenuse)

કળા અશના ૬૦મા ભાગને કળા કહે છે (Minute)

કાટખુણો જ્યારે એક સીધી લીટી બીજી સીધી લીટી ઉપર એવી રીતે પડે કે પાસેપાસેના ખુણા બરાબર હોય તો તે દરેક ખુણો કાટખુણો કહેવાય છે (Right Anglo)

કાટખુણ ત્રિકોણ. જે ત્રિકોણમા એક ખુણો કાટખુણો હોય તેને કાટખુણ ત્રિકોણ કહે છે (Right-angled Triangle)

કૃત્ય. જે સિદ્ધાતમા કાંઈ નવુ બનાવવુ હોય તેને કૃત્ય યા કૃત્ય સિદ્ધાત કહે છે (Problem)

કોટિખુણો. જુઓ એક કાટખુણપૂર્ણી ખુણો (Comp. Angle)

કોણ અતર નીચે કે ઉપરના સ્થાનને સાધનારી લીટી ક્ષિતિજ લીટી સાથે જે ખુણો કરે તેને કોણ અતર કહે છે (Bearing)

કૌસ પરિધના કોઇ પણ ભાગને કૌસ કહે છે (Arc)

ખંડ. વર્તુળમા પરિધ સુધીની કોઇપણ સીધી લીટી અને કૌસની વૃત્તોના ભાગને ખડ કહે છે (Segment of a circle)

ખુણો જ્યારે બે સીધી લીટીઓ એક બીજીને મળે છે ત્યારે બન્નેની વચ્ચેના ગાળાને ખુણો યા કોણ કહે છે (Angle)

ઘન વસ્તુ જેને લબાઇ, પહોળાઇ અને જાડાઇ હોય તેને ઘન વસ્તુ કે પદાર્થ કહે છે, (Solid)

ચતુષ્કોણ ચાર સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી આકૃતિને ચતુષ્કોણ કહે છે, (Quadrilateral)

ચોરસ જે લબ ચોરસમા પાસેપાસેની બાજુઓ અરસપરસ બરાબર હોય તેને ચોરસ યા સમચોરસ કહે છે (Square.)

જ્યા જે સીધી લીટી વર્તુળમા આવી રહી પરિધ ઉપર હદ પામે છે તેને જ્યા કહે છે (Chord)

ટ્રાપિઝ્યમ જે ચતુષ્કોણની સામસામેની બાજુઓની એકજ જોડ સમાન્તર સીધી લીટી હોય તેને ટ્રાપિઝ્યમ કહે છે. (Trapezium)

ત્રિકોણ ત્રણ સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી આકૃતિને ત્રિકોણ કહે છે (Triangle)

ત્રિજ્યા વર્તુળના મધ્યબિંદુથી જે સરખી લીટીઓ પરિધ સુધી દોરીએ તેને ત્રિજ્યા કહે છે (Radius.)

દશકોણ. દશ બાજુથી નિયમિત થએલી આકૃતિને દશકોણ કહે છે. (Decagon)

દ્વાદશકોણ બાર બાજુથી નિયમિત થએલી આકૃતિને દ્વાદશકોણ કહે છે. (Duodecagon.)

દ્વિકાટખુણ. બે કાટખુણાની બરાબર જે ખુણો હોય તેને દ્વિકાટખુણ કહે છે. (Straight Angle.)

દ્વિકાટખુણપૂર્ણી ખુણો. જ્યારે બે ખુણાનો સરવાળો બે કાટખુણા બરાબર હોય ત્યારે તે દરેકને દ્વિકાટખુણપૂર્ણી યા ન્યૂનતાપૂરક ખુણો કહે છે. (Supplementary Angle)

નવકોણ. નવ બાજુથી નિયમિત થએલી આકૃતિને નવકોણ કહે છે (Nonagon.)

નિગમન. સિદ્ધાંતના સમાપ્તિ ભાગને નિગમન કે સમાપ્તિ કહે છે. (Conclusion.)

નિધાન કોઇપણ આપેલી શરત પ્રમાણે જુદી જુદી સ્થિતિમાં જવાથી એક બિંદુથી જે લીટી યા લીટીઓ (વક્ર યા સીધી) દોરાય તેને તે બિંદુનુ નિધાન કહે છે (Locus)

નિયમિત બહુકોણ જેમા બધી બાજુ અને બધા ખુણા સરખા હોય તેને નિયમિત બહુકોણ કહે છે (Regular Polygon)

ન્યૂનતાપૂરક ખુણો. જુઓ દ્વિકાટખુણપૂર્ણ (Supplementary Angle)

પક્ષ સિદ્ધાંતમા જે ભાગ આપેલો હોય તેને પક્ષ યા પક્ષ ભાગ કહે છે (Data. Hypothesis.)

પંચકોણ પાંચ બાજુથી નિયમિત થએલી આકૃતિને પંચકોણ કહે છે (Pentagon)

પરિધ જે વક્ર લીટીથી વર્તુળની હદ નિયમિત થએલી હોય તેને પરિધ અથવા પરિધિ કહે છે, (Circumference)

પરિમિતિ. કોઇપણ આકૃતિની બધી બાજુના સરવાળાને પરિમિતિ કહે છે (Perimeter)

પહોળો ખુણો. એક કાટખુણાથી મોટો, પણ બે કાટખુણાથી નાનો, હોય એવા ખુણાને પહોળો ખુણો કહે છે. (Obtuse Angle)

પહોળખુણ ત્રિકોણ કોઇપણ ત્રિકોણમા જો એક ખુણો પહોળો હોય તો તેવા ત્રિકોણને પહોળખુણ ત્રિકોણ કહે છે. (Obtuse-angled Triangle.)

પાસેપાસેના ખુણા. એકજ શાખા લીટીની આસપાસ આવેલા ખુણાઓ પાસેપાસેના ખુણા કહેવાય છે. (Adjacent Angles.)

પ્રતીપ સિદ્ધાતો જ્યારે બે સિદ્ધાતમા એકનો પક્ષ ભાગ બીજાનો સાધ્ય ભાગ હોય અને એકનો સાધ્ય ભાગ બીજાનો પક્ષ ભાગ હોય ત્યારે તે બન્ને સિદ્ધાતો એક બીજાના પ્રતીપ યા વ્યત્યાસ સિદ્ધાતો કહેવાય છે (Converse Propositions)

પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ. જે પ્રમાણની સત્યતા બીજી વધારે સાબિતી વિના પોતાની મેળે પ્રત્યક્ષ દેખાઇ આવે તેને પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ કહે છે (Axiom)

પ્રતિજ્ઞા કોઇ સિદ્ધાતમા જે સાબિત કરવાનુ હોય અથવા રચવાનુ હોય તે જ્યારે સામાન્ય શબ્દસમૂહમા સૂચવવામા આવે ત્યારે તેને સિદ્ધાતની પ્રતિજ્ઞા કહે છે (Enunciation)

પ્રમેય સિદ્ધાત જે સિદ્ધાતમા કાંઈ સિદ્ધ કરવાનુ હોય તેને પ્રમેય યા પ્રમેય સિદ્ધાત કહે છે. (Theorem)

બહુકોણ પાચ અથવા વધારે સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી આકૃતિને બહુકોણ કહે છે (Polygon)

બિંદુ. જેને ફકત સ્થિતિજ હોય પણ લબાઇ, પહોળાઇ, જાડાઇ યા ઉચાઇ કોઇપણ પરિમેય ન હોય તેને બિદુ કહે છે (Point)

બેરિગ. જુઓ કોણ અંતર (Bearing)

મધ્યગા. કોઇપણ ત્રિકોણમા શિરોબિદુ અને સામેની બાજુના મધ્યબિદુને સાધનારી લીટી મધ્યમા કહેવાય છે (Median.)

મધ્યબિદુ વર્તુળમા જે મુકરર બિદુથી પરિધિ સુધી સરખી લીટીઓ દોરી હોય છે તે બિદુને વર્તુળનુ મધ્યબિદુ કહે છે (Centre of a Circle)

મળતા આવતા ખુણા એકજ દિશા તરફ જતી બબ્બે લીટીની વચ્ચેના, યા સરખી બાજુની સામસામેના, મળતા આવતા ખુણા છે. (Corresponding Angles.)

મિનિટ. જુઓ કળા (Minute)

શાખાલીટીઓ જે સીધી લીટીઓની વચ્ચે ખુણો થયો હોય તેને ખુણાની શાખાલીટીઓ કે હાથો કહે છે. (Arms of an Angle)

ષટ્કોણ છ બાજુથી નિયમિત થએલી આકૃતિને ષટ્કોણ કહે છે. (Hexagon)

સમકેંદ્ર વર્તુળો જે વર્તુળોનુ મધ્યબિંદુ એકજ હોય તેને સમકેંદ્ર વર્તુળો કહે છે. (Concentric Circles)

સમચોરસ. જુઓ ચોરસ (Square)

સપાટ આકૃતિ. સપાટ સફાઇમા આવેલી આકૃતિને સપાટ આકૃતિ કહે છે (Plane figure)

સપાટ સફાઇ સીધી લીટીની બનેલી સફાઇને સીધી યા સપાટ સફાઇ યા સમતલપૃષ્ઠ કહે છે (Plane Surface)

સપ્તકોણ સાત બાજુથી નિયમિત થએલી આકૃતિને સપ્તકોણ કહે છે. (Heptagon)

સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ જે ત્રિકોણની ગમે તે બે બાજુઓ સરખી હોય તેને સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ કહે છે (Isosceles Triangle)

સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિજ્યમ જે ટ્રાપિજ્યમની સમાન્તર નહિ એવી બાજુઓ સરખી હોય તેને સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિજ્યમ કહે છે (Isosceles Trapezium)

સમબહુકોણ જે બહુકોણમા સર્વ બાજુઓ સરખી અને સર્વ ખુણાઓ સરખા હોય તેને સમબહુકોણ કહે છે (Regular Poly)

સમબાજુ ત્રિકોણ જે ત્રિકોણની ત્રણે બાજુ સરખી હોય એવા ત્રિકોણને સમબાજુ ત્રિકોણ કહે છે (Equilateral Triangle)

સમાધાન સ્થિતિ એક આકૃતિને ઉચકીને બીજી ઉપર મૂકવામાં આવે ત્યારે તે રીત સમાધાન સ્થિતિ કહેવાય છે (Superposition)

સમાન્તર લીટીઓ કોઇપણ લીટીઓ એકજ સફાઇમા એવી રીતે આવી હોય કે તેઓને ગમે તે બાજુએ લબાવતા કદીપણ એક બીજીને મળે નહિ તો તેઓ સમાન્તર લીટીઓ છે (Parallel St. lines.)

સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ, જે ચતુષ્કોણની સામસામેની બાજુઓ સમાન્તર હોય તેને સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ કહે છે (Parallelogram)

સમાપ્તિ. જ્યારે સિદ્ધાતમા માગેલી સત્યતા પૂર્ણ કરી છે એમ કહેવામા આવે છે ત્યારે તેને સમાપ્તિ કહે છે. (Conclusion.

સફાઇ. જેને લબાઇ અને પહેાળાઈ ફક્ત હેાય, પણ જાડાઇ યા ઉંચાઇ ન હેાય, તેને સફાઈ કહે છે. (Superficies)

સમ્મિતરૂપ આકૃતિ. આકૃતિને તેની અદર આવેલી કોઈ સીધી લીટીની આસપાસ વાળતા જો બન્ને ભાગેા બરાબર સ્થાનેાપરિ સ્થિતિથી મળી જાય તેા તેને સમ્મિતરૂપ આકૃતિ કહે છે, અને આવી લીટીને સમ્મિતરૂપ ધરી યા આસ કહે છે (Figure, and Axis of Symmetry)

સમ્મિતરૂપ મધ્યબિંદુ જ્યારે આકૃતિ તેની અંદર આવેલા કાેઇ બિદુની આસપાસ સમ્મિતરૂપ હેાય ત્યારે એવા બિદુને સમ્મિતરૂપ મધ્યબિદુ કહે છે. (Centre of Symmetry)

સ્થાનેાપરિ સ્થિતિ. જો એક આકૃતિને બીજી ઉપર મૂકીએ તેા આવી સ્થિતિને સ્થાનેાપરિ સ્થિતિ કહે છે (Superposition)

સાધન સિદ્ધાતમા જ્યારે પ્રતિજ્ઞાને આકૃતિની સાથે સબધથી વર્ણવામા આવે ત્યારે તેને સાધન કહે છે (Parti. Enunci.)

સાધ્ય. સિદ્ધાતમા માગેલા ભાગને સાધ્ય કહે છે (Conclusion.)

સાકડેા ખુણેા. એક કાટખુણાથી જે ખુણેા નાનેા હેાય તેને સાકડેા ખુણેા કે ઉનકાટખુણ કહે છે (Acute Angle)

સાકડખુણ ત્રિકેાણ કાેઇપણ ત્રિકાેણમા જો ત્રણે ખુણા સાકડા ખુણા હેાય તેા તેને સાકડખુણ ત્રિકાેણ કહે છે (Acute-ang T.)

સામસામેના ખુણા. કાેઇપણ બે સીધી લીટી એક બીજીને છેદે તેા આ શિરેાબિદુ આગળ તેજ બે લીટીઓના જુદા જુદા ભાગેાની વચ્ચેના ખુણા સામસામેના ખુણા છે. (Vertically Opposite Angles.)

સામાન્ય પ્રતિજ્ઞા જુઓ ઉદ્દેશ (General Enunciation.)

સિદ્ધતા. સિદ્ધાંતમા જે સત્યતા સિદ્ધ કરવાની હેાય અથવા રચવાની હેાય તે જ્યારે સિદ્ધ કરવામા આવે અથવા રચવામાં આવે ત્યારે જે ભાગમા સિદ્ધ કરીએ તેને સિદ્ધતા કહે છે. (Proof.)

સીધી લીટી જે લીટી પોતાની આખી લબાઇમા એકથી બીજા બિંદુ સુધી એકજ દિશા રાખે તેને સીધી લીટી કહે છે. (St Line)

સીધી લીટી આકૃતિ. જે આકૃતિની હદ સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી હોય તેને સીધી લીટી આકૃતિ કહે છે. (Rectilinear Fig.)

સીધી સફાઇ. જુઓ સપાટ સપાઇ (Plane Surface)

સેકન્ડ મિનિટનો ૬૦મો ભાગ (Second)

સ્વીકૃત કૃત્ય. જે કૃત્ય આપણે કબુલી લઇએ છીએ તેને સ્વીકૃત કૃત્ય કહે છે. (Postulate)

રચના સિદ્ધાતની સત્યતા બતાવવાને માટે કોઇ નવી લીટી યા આકૃતિ દોરવામા આવે ત્યારે તેને રચના કહે છે (Construction)

રીફ્લેક્સ ખુણો જુઓ અતર્ગામી ખુણો (Reflex Angle.)

રૉમ્બસ. જે સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણની પાસેપાસેની બાજુ આરસપરસ બરાબર હોય પણ ખુણા કાટખુણા ન હોય તેને રૉમ્બસ કહેવામા આવે છે. (Rhombus)

લંબ, બે સીધી લીટીઓ જો કાટખુણે છેદે તો તે દરેક એક બીજીને લબ છે એમ કહેવાય છે (Perpendicular)

લબચોરસ. જે સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમા એક ખુણો કાટખુણો હોય તેને લબચોરસ કહે છે (Rectangle)

લબછેદનબિંદુ ત્રિકોણના શિરોબિંદુમાથી સામેની બાજુઓ ઉપર દોરેલી લબ જે બિંદુમા એક બીજીને છેદે તે બિદુને ત્રિકોણનુ લબછેદનબિંદુ કે લબસંપાતબિંદુ કહે છે (Orthocentre)

લીટી જેને ફક્ત લબાઇજ હોય પણ પહોળાઇ અને જાડાઇ કોઇપણ ન હોય તેને લીટી કહે છે. (Line)

વક્ર લીટી જે લીટી પોતાની લબાઇમા એક બિંદુથી બીજા કોઇ બિંદુ સુધી દિશા બદલે છે તેને વક્ર લીટી કહે છે (Curved Line)

વક્ર સફાઇ. વક્ર લીટીની બનેલી સફાઇને વક્ર સફાઇ કહે છે. (Curved Surface.)

વર્તુળ. આકૃતિની એવી એક વક્ર લીટીથી હદ બંધેલી હોય કે તે વક્ર લીટી સુધી આકૃતિ માહેના એક મુકરર બિંદુમાંથી કોઇ પણ સીધી લીટી અતર હમેશા એકજ રહે તો તે આકૃતિને વર્તુળ કહે છે, અને આ વક્ર લીટીને વર્તુળનો પરિધ કહે છે. (Circle.) (Circumference)

વિકળા કળાનો ૬૦મો ભાગ (Second)

વિશિષ્ટ પ્રતિજ્ઞા જુઓ સાધન.(Particular Enunci.)

વિષમકોણુ જે સીધી લીટી આકૃતિમા ખુણા સરખા ન હોય એવી આકૃતિ વિષમ કોણુ કહેવાય છે. (Irregular Figure.)

વિષમ ચતુરસ્ર જુઓ રોમ્બસ (Rhombus.)

વિષમ બહુકોણુ જે બહુકોણુમા બાજુ યા ખુણા બરાબર ન હોય તેને વિષમ બહુકોણુ કહે છે (Irregular Polygon.)

વિષમબાજુ ત્રિકોણુ. જે ત્રિકોણુમા ત્રણે બાજુઓ અરસપરસ બરાબર ન હોય તેને વિષમબાજુ ત્રિકોણુ કહે છે. (Scalene Tri)

વ્યાસ. વર્તુળમા જે સીધી લીટી મધ્યબિંદુમાથી થઇને પરિધ ઉપર બન્ને બાજુએ હદ પામે છે તેને વ્યાસ કહે છે (Diameter.)

વ્યત્યાસ સિદ્ધાતો. જુઓ પ્રતીપ સિદ્ધાતો. (Converse Propositions)

ગણુત્રીના પ્રશ્નોના જવાબો.

પાનું ૧૮. (૪) ૧" = ૨૫·૪ મી. મી.

પાનું ૨૩. (૧) ૧૦૫, ૮૮૦, ૪૮૦ મા. (૨) ૮૫૦; ૧૦૫૦; ૫૮૦, ૫૪૦ મા. (૩) ૭ ફુટ, ૬·૨ ફુટ; ૮·૩ ફુટ. ·(૪) ૪૪૦૦ ફુટ (૧૭) ૫૦ ફુટ (૧૮) ૩૯ ફુટ. (૧૯) ૧૧·૭" (૨૦) ૧૨·૫ સે. મી. (૨૧) ૧૭·૧૬". ૨૨·૮ મા. (૨૩) ૭૧·૨ મા. (૨૪) ૩૦ મા. (૨૫) ૮૮·૬ મા. (૨૬) ૧૧·૪ મા. (૨૭) ૨૧૫·૦૫ મા. (૨૮) ૮·૪૮ મા. (૨૯) ૩૮·૨ મા. (૩૦) ૧૫૦ ફુટ.

પાનું ૫૦ (૧) ૨૮·૯ મા, ૫૦ ૨૪° ઉ૦ (૨) ૨૨ મા. દ૦ ૩૧° પૂ૦, પૂ૦ ૨૮½° દ૦ (૩) ૪૩·૪ મા, દ૦ ૨૨° પૂ૦ (૪) પૂ૦ ૭૫° ઉ૦, ૫૦ ૭૫° ઉ૦ (૫) ૮·૬ મા; (૬) ૯·૨ મા; ૫૦ ૫૮° દ૦ (૭) ૯·૫ મા દ૦ ૨૭½° પૂ૦ (૮) ૩૨·૮ મા, પૂ૦ ૨૭½° દ૦ (૯) ૩૨·૮ મા, ૫૦ ૪૦° ઉ૦ (૧૦) ૭૭, ૨૭૪ મા. (૧૧) ૮૭·૪ મા, પૂ૦ ૫૮½° ઉ૦ (૧૨) ૫૬·૯ ફુટ, (૧૩) ૭૦·૭ ફુટ (૧૪) ૬૧૦ ફુટ, ૪૭૦ ફુટ. (૧૫) ૪॥ ઇંચ

પાનુ ૯૨. (૩૫) અનુક્રમે ૫, ૩૬, ૯, ૧૨. (૩૭) અનુક્રમે ૧૨, ૯, ૨૪, ૪, ૧૫, ૩૬

પાનું ૧૬૪. (૧૦) અનુક્રમે ૫, ૩૬, ૩૬૦, ૨૪૦. (૧૨) અનુક્રમે ૧૨, ૩૦, ૯, ૪૦, ૨૪, ૧૦, ૪, ૧૫, ૯૦, ને ૩૬.

પાનુ ૧૯૦. (૫) અશક્ય.

પાનુ ૨૧૦. (૧૦) એક કાટખુણો.

પાનું ૨૧૧. (૫) એક કાટખુણો

પાનું ૨૨૫. (૧) ૧૨૦°. (૨) દરેક ૨·૨″ (૩) वम = मक = ૧·૬″, अम = मड = ૨·૮″.

પાનું ૨૩૭. (૧૧) ૧ ઇંચ (૧૨) ·૬″, ૧·૧″

પરચુરણ પ્રશ્નો, પાનું ૨૪૮. (૧) ∠व = ∠क = ૫૦°
(૨૪) ૪॥ ફુટ (૨૬) ૬૩૫ વાર. (૨૭) ૨૭ ફુટ. (૨૮) ૪૧૮ વાર; ૪૪°, (૪૮) ૨૪, ૧૨, ૯, ૩૦, (૬૧) બાજુ ૪·૩ ઇંચ, ખુણા ૫૨°, ૫૨°, ૭૬°.

નવી ભૂમિતિ ભાગ ૧લો સમાપ્ત.

બીજાં પુસ્તકો.

૧. ભૂમિતિ ભાગ ૧લો (મંજુર છે) નવી આવૃત્તિ રૂા. ૦-૧૨-૦
૨ નવી ભૂમિતિ ભાગ ૧લો (મંજુર છે) રૂા. ૦-૧૨-૦
૩. નવી ભૂમિતિ ભાગ ૧લાનો ખુલાસો રૂા. ૧-૪-૦
૪. જ્યુનીઅર અંકગણિત (મંજુર છે) રૂા ૧-૨-૦
૫ જ્યુનીઅર અંકગણિતનો આણુપાણુનો વધારો રૂા ૦-૧-૦
૬ પ્રાથમિક અંકગણિત ભાગ ૧લો (મંજુર છે) રૂા. ૦-૯-૦
7 Senior Arithmetic (Ready) Rs 1-12-0
૮. ગુજરાતી અંકગણિત (ગુ ૫, ૬, ૭ ધોરણ માટે) રૂા. ૧-૪-૦

ઉપલાં બધાં પુસ્તકો નીચેને ઠેકાણેથી મળશે.

૧. મી. કરસનદાસ નારણદાસ (સોલ એજંટ) નાણાવટ—સુરત.
૨ મી મંગળદાસ હરકીસનદાસ, ભાગાતળાવ–સુરત
૩. ગુજરાત ન્યૂ બૂક ડીપો, મોગલ કોટ–નડીઆદ
૪ ઓરીએન્ટલ બૂક ડીપો, રીચીરોડ–અમદાવાદ
૫ મી. બેચર મેઘજી, રાજકોટ.
૬ મેસર્સ એન એમ. ત્રીપાઠી કાલબાદેવી–મુબઇ તથા
૭ તમામ શહેરોના જાણીતા બૂકસેલરો અને
૮ જી આર દેસાઈ, આ ડે. ઇ. ભરૂચ.
૯. કે ડી દેશાઇ. એલ્ફિન્સ્ટન હાઇસ્કૂલ, મુબઇ